

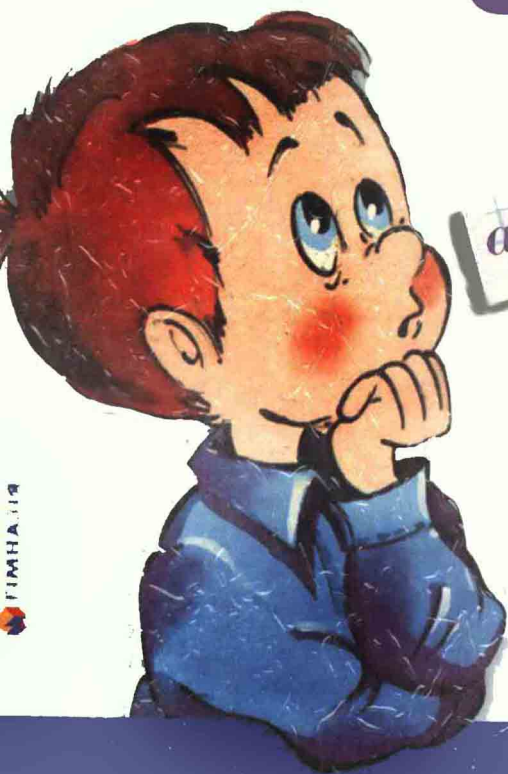
А.Г. Мерзляк
В.Б. Полонський
М.С. Якір



МАТЕМАТИКА

$$\frac{5}{11} = 0,(45)$$

6 клас



$$a(b+c) = ab + ac$$

$$\frac{a \cdot c}{b \cdot d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}$$

Таблиця простих чисел (до 997)

2	79	191	311	439	577	709	857
3	83	193	313	443	587	719	859
5	89	197	317	449	593	727	863
7	97	199	331	457	599	733	877
11	101	211	337	461	601	739	881
13	103	223	347	463	607	743	883
17	107	227	349	467	613	751	887
19	109	229	353	479	617	757	907
23	113	233	359	487	619	761	911
29	127	239	367	491	631	769	919
31	131	241	373	499	641	773	929
37	137	251	379	503	643	787	937
41	139	257	383	509	647	797	941
43	149	263	389	521	653	809	947
47	151	269	397	523	659	811	953
53	157	271	401	541	661	821	967
59	163	277	409	547	673	823	971
61	167	281	419	557	677	827	977
67	173	283	421	563	683	829	983
71	179	293	431	569	691	839	991
73	181	307	433	571	701	853	997



А.Г.Мерзляк
В.Б.Полонський
М.С.Якір



МАТЕМАТИКА

ПІДРУЧНИК ДЛЯ 6 КЛАСУ

Рекомендовано
Міністерством освіти і науки України

Харків
«Гімназія»
2006

УДК 51(075)
ББК 22.1я721
М52

*Рекомендовано
Міністерством освіти і науки України
(Наказ № 341 від 28.04.2006 р.)*

Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С.
М52 **Математика: Підручник для 6 класу.**— Х.: Гімназія,
2006.— 304 с.
ISBN 966-8319-38-9.

УДК 51(075)
ББК 22.1я721

Навчальне видання

МЕРЗЛЯК Аркадій Григорович
ПОЛОНСЬКИЙ Віталій Борисович
ЯКІР Михайло Семенович

МАТЕМАТИКА

Підручник для 6 класу

Відповідальний за випуск *В. Л. Маркіанов*
Редактор *М. В. Москаленко*
Комп'ютерна верстка *В. П. Серета*
Коректор *Н. С. Дорохіна*

Підписано до друку 20.06.2006. Формат 60×90/16. Гарнітура шкільна.
Папір офсетний. Друк офсетний. Умов. друк. арк. 19,0

Свідоцтво ДК № 644 від 25.10.2001 р.

ТОВ ТО «Гімназія»
Україна, 61103, м. Харків, вул. Дерев'янка, 16а

ISBN 966-8319-38-9

© А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський,
М. С. Якір, 2006
© ТОВ ТО «Гімназія», оригінал-макет,
художнє оформлення, 2006

УЧНЯМ

Любий друже!

Уміння обчислювати, логічно міркувати, бути наполегливим і завзятим, уважним і акуратним необхідні кожній людині. А як набути таких якостей? Математика — та чарівна наука, яка допоможе тобі розвинути ці вміння й здібності. І не важливо, яку професію ти обереш: будівельника чи кондитера, програміста чи фермера, лікаря чи економіста, — отримані математичні знання завжди стануть у пригоді.

Вивчення математики можна порівняти з нелегкою, але захоплюючою мандрівкою дивовижною країною. І ми сподіваємось, що цей підручник стане для тебе надійним дороговказом і вірним провідником.

Ознайомся, будь ласка, з будовою цієї книжки. Її поділено на чотири параграфи, кожний з яких складається з пунктів. Усього в підручнику 45 пунктів, кожен з них починається з викладу теоретичного матеріалу. Вивчаючи його, особливо увагу звертай на текст, який надруковано **жирним шрифтом**. Так у книзі виділено слова, що означають математичні терміни. Правила і найбільш важливі математичні твердження — *жирним курсивом*. Також тобі треба зосередити увагу на словах, які надруковано *курсивом*.

Як правило, теоретичний матеріал завершується прикладами розв'язування задач. Ці записи можна розглядати як один із можливих зразків оформлення розв'язання.

До кожного пункту підібрано завдання для самостійного розв'язування, приступати до яких радимо лише після засвоєння теоретичного матеріалу. Серед завдань є як прості і середні за складністю вправи, так і важкі задачі (особливо ті, що позначено «зірочкою» (*)).

Кожний пункт завершує особлива задача, яку ми назвали «Задача від Мудрої Сови». Для її розв'язання слід виявити винахідливість і кмітливість.

У кінці підручника ти знайдеш три розмальовки. У міру виконання домашніх завдань зафарбуй номери розв'язаних задач. На розмальовці I наведено номери завдань для домашньої роботи, які в підручнику позначено знаком \circ , на розмальовці II — тих, які позначено знаком \cdot , на розмальовці III — тих, які позначено знаком \bullet . Розв'язавши задачу, зафарбуй відповідну клітинку. Наприкінці навчального року ти зможеш побачити, як виросла споруда твоїх знань.

Крім того, у підручнику ти зможеш прочитати оповідання про важливі математичні об'єкти — числа й фігури, історію їх виникнення. Сподіваємося, що це зацікавить тебе. Назви цих оповідань надруковано **синім** кольором.

Зазначимо, що в курсі математики шостого класу є багато тем, які пов'язані з матеріалом, що вивчався раніше. Наприкінці підручника наведено основні відомості з курсу математики п'ятого класу, і ти завжди можеш до них звернутися.

Дерзай! Бажаємо успіху!

УЧИТЕЛЯМ

Вельмишановні колеги!

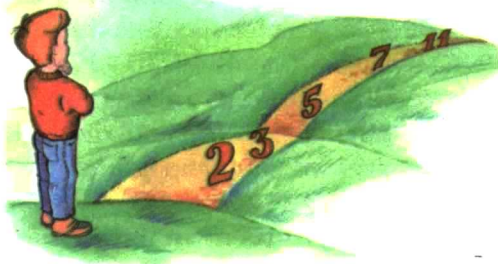
Ми дуже сподіваємось, що цей підручник стане надійним помічником у вашій нелегкій і благородній праці, і будемо щиро раді, якщо він вам сподобається.

Бажаємо творчої наснаги й терпіння.

УМОВНІ ПОЗНАЧЕННЯ:

- \circ завдання, що відповідають початковому й середньому рівням навчальних досягнень;
- \cdot завдання, що відповідають достатньому рівню навчальних досягнень;
- \bullet завдання, що відповідають високому рівню навчальних досягнень;
- * задачі для математичних гуртків і факультативів.

Червоним кольором виділено номери завдань, які рекомендуються для домашньої роботи.



1. ДІЛЬНИКИ І КРАТНІ

Остача при діленні числа 30 на 5 дорівнює 0. Дійсно, $30 = 5 \cdot 6$. У такому випадку будемо говорити, що число 30 ділиться націло на 5. Число 5 називають дільником числа 30, а число 30 — кратним числа 5.

Зауважимо, що число 30 не ділиться націло на 7. Тому 7 не є дільником числа 30, а число 30 не кратне числу 7.

Якщо натуральне число a ділиться націло на натуральне число b , то число a називають кратним числа b , число b — дільником числа a .

Числа 1, 2, 3, 6, 10, 15, 30 також є дільниками числа 30, а число 30 є кратним кожного з цих чисел.

А як краще говорити: «Число a ділиться націло на число b », «Число b є дільником числа a », «Число a кратне числу b », «Число a є кратним числа b »? Байдуже, будь-який вибір буде правильним.

Дуже легко записати всі дільники числа 6. Це числа 1, 2, 3 і 6. А чи можна перелічити всі кратні числа 6? Зрозуміло, що числа $6 \cdot 1$, $6 \cdot 2$, $6 \cdot 3$, $6 \cdot 4$, $6 \cdot 5$ і т. д. кратні 6. Отже, чисел, кратних 6, безліч.

Взагалі, для будь-якого натурального числа a кожне з чисел $a \cdot 1$, $a \cdot 2$, $a \cdot 3$, $a \cdot 4$, ... є кратним числа a .

Найменшим дільником будь-якого натурального числа a є число 1, а найбільшим — саме число a .

Серед чисел, кратних a , найбільшого немає, а найменше є — це саме число a .

Кожне з чисел 21 і 36 ділиться націло на 3. Сума цих чисел $21 + 36$ також ділиться націло на 3.

Взагалі, якщо кожне з чисел a і b ділиться націло на число k , то і сума $a + b$ також ділиться націло на число k .

Число 35 ділиться націло на число 7, а число 17 на число 7 не ділиться націло. Сума $35 + 17$ націло на 7 також не ділиться.

Взагалі, якщо число a ділиться націло на число k , а число b не ділиться націло на число k , то сума $a + b$ також не ділиться націло на число k .

- ?**
- У якому випадку кажуть, що:
 - число b є дільником числа a ;
 - число b є кратним числа a ?
 - Яке число є дільником будь-якого натурального числа?
 - Яке число є найбільшим дільником натурального числа a ?
 - Яке число є найменшим кратним натурального числа a ?
 - Скільки існує кратних даного натурального числа a ?
-
- Яке з наступних тверджень є правильним:
 - число 6 є дільником числа 24;
 - число 6 є кратним числа 24;
 - число 5 є дільником числа 51;
 - число 9 є дільником числа 99;
 - число 18 є кратним числа 3;
 - число 28 є кратним числа 8?
 - Які з чисел 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 18, 30 є:
 - дільниками 24;
 - дільниками 20 і 24;
 - кратними 6;
 - дільниками 24 і кратними 4?
 - Чому дорівнює:
 - найбільший дільник числа 19 735;
 - його найменший дільник;
 - його найменше кратне?
 - Напишіть усі дільники числа:
 - 18;
 - 8;
 - 13;
 - 56.
 - Напишіть усі дільники числа:
 - 30;
 - 12;
 - 23;
 - 72.
 - Напишіть п'ять чисел, які кратні числу:
 - 7;
 - 30;
 - 100;
 - 34.
 - Напишіть чотири числа, які кратні числу:
 - 16;
 - 12;
 - 150;
 - 47.

- 8.° З чисел 28, 36, 48, 64, 92, 100, 108, 110 випишіть ті, які:
1) кратні 4; 2) не кратні 6.
- 9.° Напишіть яке-небудь число, що є дільником чисел:
1) 15 і 20; 2) 7 і 21; 3) 24 і 36; 4) 20 і 21.
- 10.° Напишіть яке-небудь число, що є дільником чисел:
1) 12 і 18; 2) 60 і 90; 3) 22 і 35; 4) 9 і 27.
- 11.° Напишіть яке-небудь число, що є кратним чисел:
1) 3 і 4; 2) 6 і 12; 3) 4 і 6.
- 12.° Напишіть яке-небудь число, що є кратним чисел:
1) 5 і 9; 2) 8 і 32; 3) 8 і 12.
- 13.° Напишіть:
1) усі двоцифрові числа, які кратні 19;
2) усі трицифрові числа, які кратні 105.
- 14.° Напишіть усі двоцифрові числа, які кратні 23.
- 15.° Напишіть усі значення x , що кратні числу 4 і при яких буде правильною нерівність $18 < x < 36$.
- 16.° Напишіть усі значення x , що кратні числу 6 і при яких буде правильною нерівність $25 < x < 60$.
- 17.° Напишіть усі значення x , що є дільниками числа 80 і при яких буде правильною нерівність $7 < x < 40$.
- 18.° Напишіть усі значення x , що є дільниками числа 98 і при яких буде правильною нерівність $14 < x < 50$.
- 19.° Знайдіть число, яке кратне числам 9 і 11 та більше за 100. Скільки існує таких чисел?
- 20.° Знайдіть число, яке кратне числам 9 і 12 та менше від 100. Скільки існує таких чисел?
- 21.° Яке з наступних тверджень є правильним:
1) якщо число a кратне 6, то воно кратне 3;
2) якщо число a кратне 3, то воно кратне 6;
3) якщо число a кратне числам 3 і 4, то воно кратне 12;
4) якщо число a кратне числам 4 і 6, то воно кратне 24?
Відповідь проілюструйте прикладами.
- 22.° Відомо, що сума натуральних чисел a і b ділиться націло на 5. Чи правильно, що:
1) кожне з чисел a і b ділиться націло на 5;
2) одне з чисел ділиться націло на 5, а друге — ні?
Відповідь проілюструйте прикладами.
- 23.° Відомо, що кожне з чисел a і b не ділиться націло на 3. Чи правильно, що їх сума так само не ділиться націло на 3?

- 24.* Знайдіть три натуральних числа, для яких кратним буде число: 1) 65; 2) 121. Укажіть усі варіанти вибору таких трьох чисел.
- 25.* При діленні числа a на 7 отримали остачу 4. Яку умову має задовольняти число b , щоб сума $a + b$ була кратна 7?
- 26.* При діленні числа a на 9 отримали остачу 5. Яку умову має задовольняти число b , щоб різниця $a - b$ була кратна 9?
- 27.* При яких натуральних значеннях n значення виразу $15n$ буде кратним числа:
- 1) 3; 2) 5; 3) 10; 4) 11?
- 28.* При яких натуральних значеннях n значення виразу:
- 1) $3n + 2$ буде кратне числу 2;
2) $4n + 3$ буде кратне числу 3?
- 29.* Доведіть, що:
- 1) двоцифрове число, яке записано двома однаковими цифрами, кратне 11;
2) трицифрове число, яке записано трьома однаковими цифрами, кратне 37.
- 30.* До одноцифрового числа дописали одну цифру, у результаті чого воно збільшилось у 41 раз. Яку цифру і до якого числа дописали?
- 31.* У двоцифровому числі закреслили одну цифру, у результаті чого воно зменшилось у 17 разів. Яку цифру і в якому числі закреслили?

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ

32. Відкриття першої школи в Києві відбулося, як записано в «Повісті минулих літ», за часів князя Володимира Святославовича в 988 р. Першу в Україні гімназію було відкрито в Новгороді-Сіверському в 1804 р. Через скільки років після відкриття першої школи це відбулося? На скільки років твоя школа «молодша» від першої школи?
33. Спростіть вираз і обчисліть його значення при вказаних значеннях змінних:
- 1) $0,2a \cdot 50b$, якщо $a = 4$; $b = 3,6$;
2) $0,4x \cdot 25y$, якщо $x = 2,4$; $y = 3$.
34. Розв'яжіть рівняння:
- 1) $2,48x + 3,52x = 1,26$; 2) $4,63x + 3,37x = 1,92$.



35. До їдальні завезли 146 кг овочів: 6 ящиків помідорів і 8 ящиків огірків. Скільки кілограмів огірків було в кожному ящику, якщо помідорів у кожному ящику було 7,8 кг?
36. На машину навантажили 7 ящиків груш і 9 ящиків яблук. Усього було 163 кг груш і яблук. Скільки кілограмів яблук було в кожному ящику, якщо груш у кожному ящику було 9,4 кг?

ГОТУЄМОСЬ ДО ВИВЧЕННЯ НОВОЇ ТЕМИ

37. Запишіть у вигляді суми розрядних доданків число:
1) 278; 2) 5093.
38. Виконайте ділення з остачею:
1) $429 : 2$; 3) $768 : 10$; 5) $134 : 5$;
2) $5001 : 2$; 4) $9123 : 10$; 6) $2867 : 5$.
39. Виразіть ділене через неповну частку, дільник і остачу у вигляді рівності $a = bq + r$, де a — ділене, b — дільник, q — неповна частка, r — остача:
1) $83 : 7$; 2) $171 : 17$.

Понови в пам'яті зміст пунктів 1, 18, 20 на с. 276, 282, 283.

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ

40. Складіть з 6 сірників 4 рівносторонніх трикутники, сторона кожного з яких дорівнює довжині сірника.



2. ОЗНАКИ ПОДІЛЬНОСТІ НА 10, НА 5 І НА 2

Якщо будь-яке натуральне число помножити на 10, то отримаємо число, остання цифра якого дорівнює 0. Наприклад, $17 \cdot 10 = 170$, $210 \cdot 10 = 2100$, $103 \cdot 10 = 1030$.

Неважно здогадатися, як за «зовнішнім виглядом» числа встановити, ділиться воно на 10 чи ні.

Якщо запис натурального числа закінчується цифрою 0, то це число ділиться націло на 10.

Якщо запис натурального числа закінчується будь-якою цифрою, яка відмінна від 0, то це число не ділиться націло на 10.

Наприклад, число 173 не ділиться націло на 10. Справді, $173 = 170 + 3 = 10 \cdot 17 + 3$. Ще приклади: $4258 = 4250 + 8 = 10 \cdot 425 + 8$; $20\ 005 = 10 \cdot 2000 + 5$.

Тепер можна дійти такого висновку: *якщо натуральне число поділити на 10, то остача буде дорівнювати числу, яке записано останньою цифрою цього числа.*

За допомогою останньої цифри числа можна встановити й деякі інші ознаки подільності.

Числа 2, 14, 26, 58 діляться націло на 2. Такі числа називають **парними**. Натуральні числа, які не діляться націло на 2, називають **непарними**. Наприклад, числа 3, 5, 17, 349, 10 001 — непарні.

Цифри 0, 2, 4, 6, 8 називають **парними**, а цифри 1, 3, 5, 7, 9 — **непарними**.

А як, не виконуючи ділення, встановити парність числа? І тут допомагає ознака подільності.

Якщо запис натурального числа закінчується парною цифрою, то це число ділиться націло на 2.

Якщо запис натурального числа закінчується непарною цифрою, то це число не ділиться націло на 2.


Зазначимо, що всі непарні числа при діленні на 2 дають в остачі 1. Наприклад, $53 = 2 \cdot 26 + 1$, $121 = 2 \cdot 60 + 1$.

Зауважимо, що коли парне число помножити на 5, то отримаємо число, остання цифра якого дорівнює 0. Наприклад, $2 \cdot 5 = 10$, $16 \cdot 5 = 80$, $28 \cdot 5 = 140$. Якщо ж непарне число помножити на 5, то остання цифра отриманого добутку дорівнюватиме 5. Наприклад, $3 \cdot 5 = 15$, $17 \cdot 5 = 85$, $29 \cdot 5 = 145$. Тепер зрозуміло, як серед натуральних чисел розпізнавати ті, які кратні 5.

Якщо запис натурального числа закінчується однією з цифр 0 або 5, то це число ділиться націло на 5.

Якщо запис натурального числа закінчується будь-якою цифрою, відмінною від 0 чи 5, то це число не ділиться націло на 5.

Наприклад, числа 15, 35, 70, 3580, 11 445 діляться націло на 5, а числа 17, 24, 5553, 172 802 — ні.

 1. Якою цифрою має закінчуватися запис натурального числа, щоб воно ділилося націло на 10?

2. Які числа називають парними? непарними?
3. Які цифри називають парними? непарними?
4. Як за записом натурального числа встановити, кратно воно 2 чи ні?
5. Як за записом натурального числа встановити, ділиться воно націло на 5 чи ні?

41.° Заповніть таблицю (поставте знак «+» у разі стверджувальної відповіді або знак «-» в іншому випадку):

Число	24	53	60	78	79	96	142	241	495	7207
Парне										

42.° З чисел 34, 467, 435, 860, 648, 5465, 8216, 2405, 1020, 246 370 випишіть ті, які діляться націло:

- 1) на 2;
- 2) на 5;
- 3) на 10.

43.° Які з чисел 68, 395, 760, 943, 1270, 2625, 9042, 7121, 1734:

- 1) не діляться націло на 2;
- 2) кратні 10;
- 3) діляться націло на 5, але не діляться націло на 10?

44.° Які з наступних тверджень є правильними (відповідь проілюструйте прикладами):

- 1) сума двох парних чисел є число парне;
- 2) сума двох непарних чисел є число непарне;
- 3) сума парного і непарного чисел є число непарне;
- 4) якщо сума двох чисел є число парне, то й доданки — парні числа;
- 5) добуток двох парних чисел є число парне;
- 6) добуток двох непарних чисел є число непарне;
- 7) добуток парного і непарного чисел є число непарне?

45.° Запишіть усі непарні значення x , при яких буде правильною нерівність:

- 1) $273 < x < 290$;
- 2) $2725 < x < 2737$.

46.° Запишіть усі парні значення x , при яких буде правильною нерівність:

- 1) $134 < x < 160$;
- 2) $489 < x < 502$.

47.° При яких значеннях x , що кратні числу 5, буде правильною нерівність:

- 1) $38 < x < 75$;
- 2) $3720 < x < 3754$?

- 48.* При яких значеннях x , що кратні числу 10, буде правильною нерівність:
- 1) $279 < x < 320$; 2) $1465 < x < 1510$?
- 49.* Запишіть усі чотирицифрові числа, які кратні числу 5 і для запису яких використовують цифри 0, 3, 5, 7 (цифри не можуть повторюватися).
- 50.* Знайдіть усі цифри, які можна дописати праворуч до числа 793, щоб отримати число, що кратне: 1) 2; 2) 5; 3) 10 (можна дописувати тільки одну цифру).
- 51.* Запишіть найбільше:
- 1) чотирицифрове число, яке кратне 2;
 2) п'ятицифрове число, яке кратне 5;
 3) шестицифрове число, яке кратне 10.
- Цифри в запису числа не можуть повторюватися.
- 52.* 1) Напишіть шість перших натуральних чисел, які кратні числу 100. Зверніть увагу на дві останні цифри цих чисел. Сформулюйте ознаку подільності на 100.
 2) Напишіть вісім перших натуральних чисел, які кратні числу 25. Зверніть увагу на дві останні цифри цих чисел. Сформулюйте ознаку подільності на 25.
- 53.* При якому найбільшому двоцифровому натуральному значенні x значення виразу $x - 32$ ділиться націло на 5?
- 54.* При якому найменшому трицифровому натуральному значенні y значення виразу $327 + y$ є числом, яке кратне 10?
- 55.* Чи може число, записане за допомогою лише одиниць, ділитися націло на число, записане за допомогою лише двійок?
- 56.** 1) Сума двох натуральних чисел є непарним числом. Парним чи непарним числом буде їх добуток?
 2) Сума двох натуральних чисел є парним числом. Чи обов'язково їх добуток буде парним числом?
- 57.** Парною чи непарною буде сума 7 натуральних доданків, якщо:
- 1) 4 доданки парні, а решта — непарні;
 2) 4 доданки непарні, а решта — парні?
- 58.** Сума 9 натуральних доданків дорівнює 1000. Чи можна стверджувати, що їх добуток — парне число? Відповідь поясніть.

- 59.* Чи можна розкласти 50 яблук на 5 купок, що містять непарну кількість яблук? Відповідь поясніть.
- 60.* Чи існує прямокутник, довжини сторін якого виражені натуральними числами в сантиметрах, причому одна з них на 1 см довша за іншу, і площа якого дорівнює $12\,345\text{ см}^2$?
- 61.* Відомо, що n — натуральне число. Чи є парним числом значення виразу:
- | | |
|-----------------|---------------------------------|
| 1) $2n$; | 4) $(2n - 1)(2n + 3)$; |
| 2) $2n + 1$; | 5) $(2n + 5)(4n - 2)(2n + 7)$? |
| 3) $n(n + 1)$; | |
- 62.* У школі працюють два нічних охоронці: Іван Іванович і Петро Петрович. Вони працюють по черзі з вечора до ранку. 1 вересня на чергування заступив Іван Іванович, 2 вересня — Петро Петрович. Хто з них заступить на чергування 18 вересня? 29 вересня? 1 жовтня? 30 жовтня? 31 жовтня? По яких числах — парних чи непарних — чергуватиме Іван Іванович у листопаді? Хто з них чергуватиме в ніч на Новий рік?
- 63.* Чи може число, для запису якого використано лише цифру 2, ділитися націло на число, записане за допомогою лише:
- | | |
|-------------|--------------|
| 1) одиниць; | 2) п'ятірок? |
|-------------|--------------|
- 64.* Чи правильно, що з будь-яких трьох натуральних чисел завжди знайдуться два такі, сума яких ділиться націло на 2?
- 65.* Скількома нулями закінчується запис числа, яке дорівнює добутку:
- | |
|--------------------------------------------------------|
| 1) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 15 \cdot 16$; |
| 2) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 25 \cdot 26$? |
- 66.* Сума двох натуральних чисел дорівнює 700. Одне з них закінчується цифрою 7. Якщо її закреслити, то отримаємо друге число. Знайдіть ці числа.
- 67.* Скільки існує двоцифрових чисел, для запису яких використано тільки:
- | |
|-------------------|
| 1) парні цифри; |
| 2) непарні цифри? |
- 68.* Чи можна у виразі $1 + 2 + 3 + \dots + 8 + 9$ замінити деякі знаки «+» на знаки «-» так, щоб значення отриманого числового виразу дорівнювало 18?

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ



69. Доведіть, що:
- 1) 14 168 кратно 28;
 - 2) 73 є дільником 14 892;
 - 3) 1878 не кратно 24;
 - 4) 56 не є дільником 5172.
70. В Україні є 20 природних та біосферних заповідників. Скільки є заповідників кожного виду, якщо біосферних у 4 рази менше, ніж природних?
71. Скільки в Україні ботанічних садів і скільки дендрологічних парків, якщо всього їх 34, причому дендрологічних парків на 10 менше, ніж ботанічних садів?
72. З двох станцій, відстань між якими дорівнює 400 км, одночасно вирушили назустріч один одному два поїзди. Через скільки годин після початку руху вони зустрінуться, якщо швидкість одного з них дорівнює 69 км/год, а другого — 56 км/год?
73. Виконайте дії:
- 1) $(69 \cdot 0,63 - 10,098 : 5,4 - 20,54) : 0,324$;
 - 2) $0,98 \cdot 3,8 - 0,132 : 5,5 - 2,45$.



Рис. 1

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ



74. На рис. 1 зображено автобус, який рухається трасою Київ–Харків. Визначте, куди їде автобус: до Харкова чи до Києва.

3. ОЗНАКИ ПОДІЛЬНОСТІ НА 9 І НА 3

Виконавши ділення, можна переконатися, що кожне з чисел 108, 4869, 98 802 ділиться націло на 9. А чи існує інший, простіший спосіб установлення цього факту? Чи існує ознака подільності на 9? Так, вона є.

Зазначимо, що сума цифр кожного з цих трьох чисел кратна 9. А ось, наприклад, ні самі числа 124, 533, 7253, ні відповідно суми їх цифр 7, 11, 17 не кратні 9. І це не випадково.

Якщо сума цифр числа ділиться націло на 9, то й саме число ділиться націло на 9.

Якщо сума цифр числа не ділиться націло на 9, то й саме число не ділиться націло на 9.

Аналогічно можна встановити, чи ділиться число націло на 3.

Якщо сума цифр числа ділиться націло на 3, то й саме число ділиться націло на 3.

Якщо сума цифр числа не ділиться націло на 3, то й саме число не ділиться націло на 3.

Наприклад, число 7854 ділиться націло на 3, оскільки сума його цифр, що дорівнює 24, ділиться націло на 3. Число 3749 не ділиться націло на 3, оскільки сума його цифр, що дорівнює 23, не ділиться націло на 3.

1. Як установити, чи ділиться націло число на 9?

2. Як за записом натурального числа встановити, кратне воно 3 чи ні?

75.° Заповніть таблицю (поставте знак «+» у разі стверджувальної відповіді або знак «-» в іншому випадку):

Число	7263	4681	2743	6885	7227	6350	7920
Кратне 9							

76.° Заповніть таблицю (поставте знак «+» у разі стверджувальної відповіді або знак «-» в іншому випадку):

Число	1356	4813	9075	3272	6390	15 684	53 206
Кратне 3							

77.° З чисел 8937, 6585, 37 828, 44 292, 9462, 58 395, 23 646 випишіть ті, що діляться націло:

1) на 3; 2) на 9; 3) на 3 і на 2.

78.° З чисел 7826, 1215, 4075, 2880, 3921, 9319, 6072, 8142 випишіть ті, що діляться націло:

1) на 3; 2) на 9; 3) на 9 і на 5.

- 79.* Знайдіть усі значення y , що кратні:
- 1) числу 3 і при яких буде правильною нерівність $143 < y < 162$;
 - 2) числу 9 і при яких буде правильною нерівність $92 < y < 128$.
- 80.* Знайдіть усі значення m , що кратні:
- 1) числу 3 і при яких буде правильною нерівність $324 < m < 345$;
 - 2) числу 9 і при яких буде правильною нерівність $423 < m < 480$.
- 81.* Замість зірочки поставте таку цифру, щоб отримати число, яке кратне 3 (розгляньте всі можливі випадки):
- 1) 54 84*;
 - 2) 3*6 393;
 - 3) 79*8.
- 82.* Замість зірочки поставте таку цифру, щоб отримати число, яке кратне 9 (розгляньте всі можливі випадки):
- 1) 62 8*1;
 - 2) 57* 582;
 - 3) 7*51.
- 83.* Запишіть:
- 1) найменше число, для запису якого використано лише цифру 2 і яке ділиться націло на 3;
 - 2) найменше трицифрове число, що ділиться націло на 9.
- 84.* Яку цифру можна поставити замість зірочки в запису числа 627^* , щоб отримане число ділилося націло на 3 і на 5?
- 85.* Яку цифру можна поставити замість зірочки в запису числа 2185^* , щоб отримане число ділилося націло на 3 і не ділилося націло на 2?
- 86.* Яку цифру можна поставити замість зірочки в запису числа 347^* , щоб отримане число ділилося націло на 2 і на 3?
- 87.* Запишіть найменше:
- 1) чотирицифрове число, яке кратне 3;
 - 2) п'ятицифрове число, яке кратне 9;
 - 3) шестицифрове число, яке кратне 3 і 2;
 - 4) чотирицифрове число, яке кратне 5 і 9.
- Цифри в запису числа не можуть повторюватися.
- 88.* Запишіть найбільше чотирицифрове число, яке ділиться націло:
- 1) на 2 і на 3;
 - 2) на 3 і на 5;
 - 3) на 3 і на 10;
 - 4) на 2 і на 9.

- 89.* Яке найменше число треба додати до даного, щоб отримати число, яке кратне 9:
- 1) 1275; 3) 25 718; 5) 10 203 040;
 2) 3333; 4) 987 652; 6) 19 191 919 191?
- 90.* Запишіть, використовуючи по одному разу кожен з цифр 0, 1, 4, 7, найбільше і найменше чотирицифрові числа, які кратні 15.
- 91.** До числа 15 допишіть ліворуч і праворуч по одній такій цифрі, щоб число, яке утвориться, було кратне 15. Скільки розв'язків має задача?
- 92.** До числа 34 допишіть ліворуч і праворуч по одній такій цифрі, щоб число, яке утвориться, було кратне 45. Скільки розв'язків має задача?
- 93.** Замість зірочок поставте такі цифри, щоб чотирицифрове число *74* ділилося націло на 18. Знайдіть усі можливі розв'язки.
- 94.** Замість зірочок поставте такі цифри, щоб чотирицифрове число 3*4* ділилося націло на 9. Знайдіть усі можливі розв'язки.
- 95.** Галя придбала 3 пакети кефіру, пачку масла за 3 грн. 60 коп., кілька хлібин по 1 грн. 35 коп., 6 коробок сірників. Чи може вся її покупка коштувати 16 грн. 21 коп.?
- 96.* Спочатку обчислили суму цифр числа, що дорівнює добутку $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 999 \cdot 1000$. Потім обчислили суму цифр отриманого числа. Так робили доти, доки не отримали одноцифрове число. Що це за число?
- 97.* Роман і Дмитро записують дев'ятнадцятицифрове число, використовуючи тільки цифри 1, 2 і 4. Першу цифру пише Роман, другу — Дмитро, третю — знову Роман і т. д. по черзі. Роман хоче отримати в результаті число, яке кратне 3. Чи може Дмитро завадити йому це зробити?

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ

98. Як зміниться, збільшиться чи зменшиться і на скільки, дев'ятицифрове число, остання цифра якого 0, а передостання — 5, якщо ці дві цифри поміняти місцями?



99. Річка Рось на 38 км довша за річку Хорол. Знайдіть довжину кожної з цих річок, якщо їх спільна довжина 654 км.

100. За маршрутом Київ–Житомир–Вінниця виїхав автомобіль. Яка відстань між Житомиром і Вінницею, якщо вона на 6 км менша від відстані між Києвом і Житомиром, а довжина цього маршруту становить 256 км?
101. Обчисліть:
- 1) $6,29 : 0,85 + (53 - 48,184) : 5,6$;
 - 2) $5,33 : 0,65 - (1,9218 - 0,8118) : 3$.

ГОТУЄМОСЬ ДО ВИВЧЕННЯ НОВОЇ ТЕМИ

102. Спростіть вираз, замінивши добуток однакових множників степенем:
- 1) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$;
 - 2) $10 \cdot 10 \cdot 10$;
 - 3) $a \cdot a \cdot a \cdot a$;
 - 4) $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$.
103. Знайдіть значення виразу:
- 1) 3^3 ;
 - 2) 7^2 ;
 - 3) $0,6^2$;
 - 4) $0,5^3$;
 - 5) 5^4 ;
 - 6) 2^5 ;
 - 7) 12^1 ;
 - 8) 1^{12} .
104. Запишіть число 64 у вигляді степеня з основою:
- 1) 8;
 - 2) 4;
 - 3) 2.

Понови в пам'яті зміст пункту 22 на с. 283.

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ

105. У чемпіонаті країни з футболу беруть участь 16 команд, кожна з яких має свій стадіон. Усі команди повинні зіграти між собою, причому в кожному турі відбуваються всі 8 ігор. Чи можна скласти розклад турів так, щоб кожна команда грала по черзі вдома та на виїзді?



ДІЛИТЬСЯ ЧИ НЕ ДІЛИТЬСЯ?

Ти вже знаєш ознаки подільності на 2, на 3, на 5, на 9 і на 10. У цьому переліку пропущено числа 4, 6, 7, 8. Проте й для них існують ознаки подільності.

Найменше проблем з числом 6. Оскільки $6 = 2 \cdot 3$, то до досліджуваного числа потрібно одночасно застосувати ознаки подільності на 2 і на 3.

Аналогічно можна отримати ознаки подільності на 15 ($15 = 3 \cdot 5$), на 18 ($18 = 2 \cdot 9$), на 30 ($30 = 3 \cdot 10$), на 45 ($45 = 5 \cdot 9$) тощо. Проте для числа 4 наведені міркування застосувати не можна.

Ознаку подільності на 4 пояснимо на таких прикладах.
 $524 = 5 \cdot 100 + 24$.

Кожний доданок цієї суми ділиться націло на 4, отже, і саме число 524 ділиться на 4.

$$7518 = 75 \cdot 100 + 18.$$

Тут перший доданок ділиться націло на 4, а другий — ні, отже, число 7518 не ділиться націло на 4.

Число $173\ 866 = 1738 \cdot 100 + 66$ не ділиться націло на 4.

Взагалі, будь-яке натуральне число m можна подати у вигляді такої суми:

$$m = n \cdot 100 + a,$$

де n — натуральне число або 0, a — одноцифрове чи двоцифрове число або 0.

Тепер можна дійти такого висновку: подільність даного числа на 4 залежить лише від подільності на 4 числа, записаного його двома останніми цифрами.

Щоб з'ясувати, ділиться чи не ділиться націло число на 8, наведемо такі приклади:

число $13\ 006 = 13 \cdot 1000 + 6$ не ділиться націло на 8;

число $25\ 040 = 25 \cdot 1000 + 40$ ділиться націло на 8;

число $5122 = 5 \cdot 1000 + 122$ не ділиться націло на 8;

число $3624 = 3 \cdot 1000 + 624$ ділиться націло на 8.

Отже, подільність на 8 даного числа залежить від подільності на 8 числа, яке записане його трьома останніми цифрами.

Записуючи число у вигляді суми певним способом, можна встановити й інші ознаки подільності.

Так, записавши число у вигляді суми розрядних доданків, можна обґрунтувати ознаки подільності на 9 і на 3.

Наприклад, розглянемо число 486, яке кратне 9. Запишемо його у вигляді суми розрядних доданків:

$$486 = 4 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 6.$$

Оскільки $100 = 99 + 1$ і $10 = 9 + 1$, можемо записати:

$$4 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 6 = 4(99 + 1) + 8(9 + 1) + 6.$$

Розкриємо дужки і перегрупуємо доданки:

$$\begin{aligned} 4(99 + 1) + 8(9 + 1) + 6 &= 4 \cdot 99 + 4 + 8 \cdot 9 + 8 + 6 = \\ &= (4 \cdot 99 + 8 \cdot 9) + (4 + 8 + 6). \end{aligned}$$

Отже, $486 = (4 \cdot 99 + 8 \cdot 9) + (4 + 8 + 6)$.

У червоних дужках сума $4 \cdot 99 + 8 \cdot 9$ ділиться націло на 9. У зелених дужках записано суму цифр числа 486. Вона

також ділиться націло на 9. Таким чином, і саме число 486 кратне 9.

Запишемо так само число 532. Маємо:

$$532 = 5 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 2 = 5(99 + 1) + 3(9 + 1) + 2 = \\ = 5 \cdot 99 + 5 + 3 \cdot 9 + 3 + 2 = (5 \cdot 99 + 3 \cdot 9) + (5 + 3 + 2).$$

Отже, $532 = (5 \cdot 99 + 3 \cdot 9) + (5 + 3 + 2)$.

Вираз у червоних дужках ділиться націло на 9. А сума цифр числа 532, записана у зелених дужках, на 9 не ділиться. Таким чином, число 532 не кратне 9.

Зазначимо, що ознаку подільності на 9 ми змогли дістати завдяки тому, що будь-яке натуральне число n можна записати у вигляді суми за такою схемою:

Число n	=	Число, яке ділиться націло на 9	+	Сума цифр числа n
--------------	---	---------------------------------------	---	---------------------------

Ознака подільності на 11 дещо складніша: треба додати всі цифри числа, які стоять на непарних місцях (рахуючи справа наліво), далі додати всі цифри, які стоять на парних місцях, потім знайти різницю знайдених сум. Якщо ця різниця ділиться націло на 11, то й саме число ділиться на 11.

Звідки випливає така несподівана ознака, допоможе зрозуміти такий приклад:

$$638 = 6 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 8 = 6(99 + 1) + 3(11 - 1) + 8 = \\ = 6 \cdot 99 + 3 \cdot 11 + (6 - 3 + 8).$$

Число $6 \cdot 99 + 3 \cdot 11$ ділиться націло на 11. Отже, все залежить від числа $6 - 3 + 8$.

Існують ознаки подільності й на інші числа (7, 13, 37 тощо). Проте вони значно складніші, ніж описані тут. Ти можеш з ними ознайомитися, відвідуючи математичний гурток або читаючи популярні книги з математики.

Ознаки подільності можуть бути корисними не лише при розв'язуванні задач, а й стати підґрунтям для демонстрації числових фокусів. Опишемо один із них.

Фокусник просить одного з глядачів, у якого є коробочка сірників, порахувати їх, потім витягти з коробочки кількість сірників, яка дорівнює сумі цифр отриманого числа. Не повідомляючи ніякої інформації, глядач передає фокуснику закриту коробочку. Той деякий час трясє її і, не відкриваючи, визначає кількість сірників у коробці.

Тут немає ні магії, ні чародійства. Просто фокусник добре знає ознаку подільності на 9, з якої випливає, що *різниця числа і суми його цифр завжди ділиться націло на 9*. А отже, у коробочці може бути лише 9, 18, 27, 36 або 45 сірників (зазвичай у коробочці більше не буває). Зважаючи на це, при певному тренуванні можна за звуком (або за масою коробочки) визначити кількість сірників.



4. ПРОСТІ Й СКЛАДЕНІ ЧИСЛА

Число 1 має тільки один дільник — одиницю. Будь-яке інше натуральне число a має щонайменше два дільники — одиницю і саме число a :

$$a : 1 = a, a : a = 1.$$

Число 5 має тільки два дільники — числа 1 і 5. Тільки два дільники мають також, наприклад, числа 2, 7, 11, 13. Такі числа називають **простими**.

Натуральне число називають простим, якщо воно має тільки два різних натуральних дільники: одиницю і саме це число.

На форзаці підручника розміщено таблицю всіх простих чисел, які менші від 1000.

Число 2 — найменше просте число. До речі, це єдине парне просте число. Найбільшого простого числа немає. Простих чисел нескінченно багато.

Числа 6, 15, 49, 1000 мають більше ніж два дільники.

Натуральне число, яке має більше ніж два натуральних дільники, називають складеним.

Оскільки число 1 має тільки один дільник, то його не вважають ні простим, ні складеним.

Складене число 105 можна різними способами подати у вигляді добутку його дільників.

$$\text{Наприклад, } 105 = 15 \cdot 7 = 35 \cdot 3 = 5 \cdot 21 = \mathbf{3 \cdot 5 \cdot 7}.$$

Останній добуток відрізняється від інших тим, що *всі* його множники — прості числа. Кажуть, що число 105 розкладено на прості множники.

Будь-яке складене число можна подати у вигляді добутку простих чисел, тобто розкласти на прості множники.

Наприклад,

$$\begin{aligned}10 &= 2 \cdot 5; \\18 &= 2 \cdot 3 \cdot 3; \\30 &= 2 \cdot 3 \cdot 5; \\80 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5; \\81 &= 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3; \\200 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5.\end{aligned}$$

Зауважимо, що будь-які два розклади числа на прості множники можуть відрізнятися лише порядком розміщення множників.

Зазвичай добуток однакових множників у розкладі числа на прості множники замінюють степенем. Наприклад, пишуть:

$$\begin{aligned}18 &= 2 \cdot 3^2; \\80 &= 2^4 \cdot 5; \\81 &= 3^4; \\200 &= 2^3 \cdot 5^2.\end{aligned}$$

У тих випадках, коли на прості множники треба розкласти велике число, наприклад 2940, зручно користуватися такою схемою:

- 1) 2940 кратно 2, $2940 : 2 = 1470$;
- 2) 1470 кратно 2, $1470 : 2 = 735$;
- 3) 735 не кратно 2, але кратно 3, $735 : 3 = 245$;
- 4) 245 не кратно 3, але кратно 5, $245 : 5 = 49$;
- 5) 49 не кратно 5, але кратно 7, $49 : 7 = 7$;
- 6) 7 кратно 7, $7 : 7 = 1$.

$$\begin{aligned}\text{Отже, } 2940 &= 2 \cdot 1470 = 2 \cdot 2 \cdot 735 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 245 = \\&= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 49 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7^2.\end{aligned}$$

Наведений нижче «числовий стовпчик» наочно демонструє, як працює запропонована схема розкладання числа на прості множники:

2940		2
1470		2
735		3
245		5
49		7
7		7
1		

1. Які натуральні числа називають простими?
2. Які натуральні числа називають складеними?
3. Чому число 1 не належить ні до простих, ні до складених чисел?
4. Чи існує парне число, яке є простим?
5. Назвіть найменше просте число.
6. Скільки існує простих чисел, остання цифра яких 5? Відповідь обґрунтуйте.
7. Якими цифрами не може закінчуватися жодне просте число? Відповідь обґрунтуйте.
8. Чи може просте число ділитися націло на 3? на 9?
- 106.° Серед чисел 1, 3, 6, 7, 12, 13, 21, 23, 24, 28, 29, 33, 45, 46, 47 укажіть: 1) прості; 2) складені.
- 107.° Запишіть усі дільники даного числа, підкресліть ті з них, які є простими числами: 1) 21; 2) 30; 3) 48; 4) 54.
- 108.° Розкладіть на прості множники число:
1) 12; 2) 42; 3) 216; 4) 450; 5) 920; 6) 2280; 7) 10 850.
- 109.° Розкладіть на прості множники число:
1) 27; 2) 56; 3) 625; 4) 820; 5) 2772; 6) 702; 7) 1224.
- 110.° Запишіть:
1) усі прості числа, які більші за 10 і менші від 25;
2) усі складені числа, які більші за 35 і менші від 49.
- 111.° Запишіть:
1) усі прості числа, які більші за 22 і менші від 38;
2) усі складені числа, які більші за 60 і менші від 78.
- 112.° Простим чи складеним числом буде добуток:
1) $13 \cdot 1$; 3) $4 \cdot 7$; 5) $43 \cdot 1$;
2) $14 \cdot 1$; 4) $11 \cdot 13$; 6) $1 \cdot 111$?
- 113.° Запишіть усі дільники числа: 1) $2 \cdot 2 \cdot 5$; 2) $3 \cdot 5 \cdot 7$.
- 114.° Запишіть усі дільники числа:
1) $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 13$; 2) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$.
- 115.° Чому дорівнює частка від ділення:
1) числа $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$ на число $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$;
2) числа $3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19$ на число $3 \cdot 13 \cdot 19$?
- 116.° Чому дорівнює частка від ділення:
1) числа $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$ на число $2 \cdot 5 \cdot 13$;
2) числа $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 23 \cdot 37$ на число $2 \cdot 3 \cdot 37$?

117. Запишіть усі двоцифрові числа, у розкладі яких на прості множники один з множників дорівнює:
 1) 7; 2) 17; 3) 23.
118. Запишіть усі двоцифрові числа, розклад яких на прості множники складається:
 1) з двох однакових множників;
 2) з трьох однакових множників.
119. Скільки існує чисел, що розкладаються на таких два двоцифрових простих множники, один з яких на 2 більший за інший? Скористайтесь таблицею простих чисел (див. форзац).
120. Знайдіть усі числа, які розкладаються на два двоцифрових простих множники, різниця яких дорівнює 4. Скористайтесь таблицею простих чисел (див. форзац).
121. Задумали просте число. Наступне за ним натуральне число теж просте. Яке число задумали?
122. Чи може сума двох простих чисел бути простим числом? У разі позитивної відповіді наведіть приклади.
123. Чи може бути простим числом:
 1) добуток двох різних чисел;
 2) значення площі квадрата, довжина сторони якого виражається натуральним числом?
 Відповідь обґрунтуйте.
124. Чи може сума двох складених чисел бути простим числом? У разі позитивної відповіді наведіть приклади.
125. Чи існує прямокутник, довжини сторін якого виражаються натуральними числами, а периметр — простим числом? Відповідь обґрунтуйте.
126. Гноми зібрали 217 самородків, причому кожний з них зібрав одну й ту саму їх кількість. Скільки було гномів і скільки самородків зібрав кожний з них, якщо кожний гном зібрав понад 10 самородків?
127. Чи може добуток ста різних простих чисел ділитися націло: 1) на 3; 2) на 9?
128. Чи існують:
 1) два послідовних натуральних числа, кожне з яких є простим;
 2) три послідовних натуральних числа, кожне з яких є простим;

3) три послідовних натуральних числа, жодне з яких не є складеним?

Відповідь обґрунтуйте.

- 129.* При якому натуральному значенні n буде простим числом значення виразу: 1) $2n$; 2) n^2 ; 3) $n(n+1)$?
- 130.* Натуральне число a , яке більше за 1 і менше від 100, не ділиться націло на жодне з чисел 2, 3, 5 і 7. Чи правильно, що число a — просте? Відповідь обґрунтуйте.
- 131.* Просте число, яке більше за 1000, поділили на 6. Чому може дорівнювати остача?
- 132.* Знайдіть усі пари простих чисел, різниця яких дорівнює 17.

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ



133. Квадрат зі стороною 1,6 см і прямокутник, ширина якого 0,8 см, мають рівні площі. Знайдіть довжину прямокутника.
134. Теплохід йшов за течією річки 1,8 год, а проти течії — 0,9 год. Який шлях пройшов за весь цей час теплохід, якщо його власна швидкість становить 28 км/год, а швидкість течії — 1,6 км/год?
135. Розв'яжіть рівняння:
1) $4x + 5x + 4,7 = 16,4$; 3) $(35,8 - x) : 2,1 = 1,3$;
2) $0,7x - 0,4x + 46 = 211$; 4) $0,9(283 - x) = 17,01$.
136. Запишіть 5 чисел, які кратні:
1) числу 8; 2) числу 18; 3) числу n .
137. При діленні націло числа a на 15 отримали число, яке кратне 6. Чи ділиться націло число a на 10? Відповідь обґрунтуйте.
138. При діленні націло числа a на 6 отримали число, яке кратне 12. Чи ділиться націло число a на 9? Відповідь обґрунтуйте.

ГОТУЄМОСЬ ДО ВИВЧЕННЯ НОВОЇ ТЕМИ

139. Знайдіть значення степеня:
1) 3^4 ; 3) 5^3 ; 5) 7^3 ;
2) 6^2 ; 4) 2^7 ; 6) 11^2 .
140. З чисел 348, 975, 1026, 2531, 12 120, 43 674, 58 121 випишіть ті, які діляться націло: 1) на 2; 2) на 3; 3) на 5.



141. Шаховий кінь починає свій маршрут у лівому нижньому куті дошки, а закінчує його в правому верхньому куті. Чи може кінь при цьому побувати на всіх полях дошки по одному разу?

ЧИ ТАКІ ВЖЕ ПРОСТІ ЦІ ПРОСТІ ЧИСЛА?

У тих випадках, коли з чимось можна впоратися легко, без проблем, ми кажемо «проста задача», «проста справа», «простий маршрут» тощо. Тобі може здатися, що коли йдеться про прості числа, то жодних ускладнень не передбачається. Проте це зовсім не так.

Прості числа поставили перед математиками чимало складних запитань, на багато з яких відповіді досі не знайдено. Деякі проблеми, пов'язані з простими числами, розглянуто в цьому оповіданні.

З першої тисячі натуральних чисел 168 є простими (див. форзац). Є прості числа й у другій, третій, четвертій та інших тисячах. Може скластися враження, що серед будь-яких 1000 натуральних чисел, які йдуть поспіль, зустрічаються прості. Проте цей висновок помилковий.

Ось у стовпчик записано 1000 послідовних натуральних чисел:

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 1000 \cdot 1001 + 2 \text{ — перше число;}$$

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 1000 \cdot 1001 + 3 \text{ — друге число;}$$

...

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 1000 \cdot 1001 + 1000 \text{ — дев'ятсот дев'яносто дев'яте число;}$$

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 1000 \cdot 1001 + 1001 \text{ — тисячне число.}$$

Кожне з цих чисел є складеним. Справді, перше число ділиться на 2, друге — на 3, дев'ятсот дев'яносто дев'яте — на 1000, тисячне — на 1001.

Подібно до цього можна сконструювати, наприклад, мільйон, мільярд, трильйон і т. д. складених чисел, які йдуть поспіль.

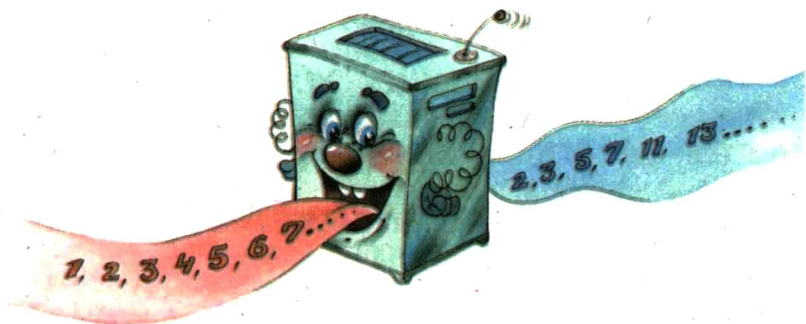
Тоді можна припустити, що в натуральному ряді, починаючи з якогось місця, взагалі неможливо зустріти просте число. Однак і це неправильно. Ще давньогрецький учений

Евклід у своїй знаменитій книзі «Початки» довів, що простих чисел нескінченно багато.

Він міркував приблизно так. Нехай простих чисел скінченна кількість, наприклад стільки, скільки їх наведено в таблиці (див. форзац). Перемножимо їх усі і до добутку додамо число 1, тобто отримаємо число $n = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 997 + 1$. Число n більше за будь-яке з простих чисел таблиці. Отже, воно складене, а тому має ділитись націло на деяке просте число k . Водночас добуток $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 997$ також ділиться націло на k . Тоді при діленні числа n на k отримаємо в остачі 1, а це суперечить тому, що число n ділиться націло на k .

Як ти бачиш, доведення непросто. Встановити, наприклад, що непарних чисел нескінченно багато, значно легше. Треба у вираз $2n - 1$ по черзі замість n підставляти всі натуральні числа. У результаті матимемо всі непарні числа: 1, 3, 5, 7, ...

Отже, вираз $2n - 1$ породжує всі непарні числа. А чи існує вираз, при підстановці в який замість букви будь-якого натурального числа отримаємо просте число?



Звісно, є! Ось він: $\frac{6n}{2n}$. При будь-якому натуральному n цей вираз буде «видавати» просте число 3.

Зрозуміло, що така «формула» простих чисел нас не задовольняє. Хотілося б мати вираз, який дав би змогу отримувати всі прості числа одне за одним. На жаль, математики досі такої зручної формули не знайшли.

У світі простих чисел є багато й інших нерозв'язаних задач. Наприклад, у таблиці простих чисел (див. форзац) червоним кольором виділено прості числа, які відрізняються на 2.

Це, зокрема, 3 і 5, 5 і 7, 419 і 421. Такі пари чисел називають близнюками. Скінченна чи нескінченна кількість пар близнюків, поки що невідомо.

Залишається загадкою, скільки існує простих чисел, усі цифри яких одиниці. Наприклад, числа 11, 11 111, 11 111 111 111 111 111 111 111 є простими.

Скінченною чи нескінченною є множина¹ простих чисел, у запису яких не міститься жодного нуля, ще й досі не знає ніхто.

5. НАЙБІЛЬШИЙ СПІЛЬНИЙ ДІЛЬНИК

Число 28 має такі дільники: **1, 2, 4, 7, 14, 28**. Дільниками числа 42 є числа **1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42**. Червоним кольором виділено числа **1, 2, 7, 14**, які є спільними дільниками чисел 28 і 42. Серед спільних дільників число **14** є найбільшим.

Найбільше натуральне число, на яке ділиться націло кожне з двох даних натуральних чисел, називають найбільшим спільним дільником цих чисел.

Найбільший спільний дільник чисел a і b позначають так: НСД ($a; b$). Отже, НСД (28; 42) = 14.

Неважко встановити, наприклад, що НСД (10; 25) = 5, НСД (18; 24) = 6, НСД (7; 12) = 1.

Найбільший спільний дільник великих чисел зручно знаходити, попередньо розклавши їх на прості множники.

Покажемо, як знайти НСД (455; 770):

455	5		770	2	
91	7		385	5	
13	13		77	7	
1		455 = 5 · 7 · 13	11	11	
			1		770 = 2 · 5 · 7 · 11

Червоним кольором виділено всі спільні прості дільники цих чисел. Зрозуміло, що найбільше число, на яке ділиться націло і 455, і 770, дорівнює $5 \cdot 7$, тобто НСД (455; 770) = $5 \cdot 7 = 35$.

¹ Докладніше з поняттям множини ти ознайомишся в оповіданні «“Нерозумні” числа».

Інший приклад: знайдемо НСД (180; 840). Скориставшись схемою розкладання числа на прості множники, отримуємо:

$$180 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5;$$

$$840 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7.$$

Як бачимо, у розкладі даних чисел деякі прості множники повторюються. Наприклад, число 2 у першому розкладі зустрічається двічі, а в другому — тричі. Проте зрозуміло, що спільним дільником даних чисел буде число $2 \cdot 2$, а не $2 \cdot 2 \cdot 2$. Аналогічні міркування стосуються і множника 3.

Отже, числа 180 і 840 діляться націло на кожне з чисел $2 \cdot 2$, 3, 5. Вони також діляться націло й на їх добуток $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$. Таким чином, $\text{НСД}(180; 840) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$.

Якщо розклад чисел 180 і 840 на прості множники записати у вигляді добутку степенів:

$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^1;$$

$$840 = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^1 \cdot 7^1,$$

то НСД зручно знайти за таким правилом.

1) *Визначити степені, основи яких є спільними простими дільниками даних чисел (у розглядуваному прикладі це основи 2, 3, 5).*

2) *З кожної пари степенів з однаковими основами вибрати степінь з меншим показником (у розглядуваному прикладі це 2^2 , 3^1 , 5^1).*

3) *Перемножити вибрані степені.*

Отриманий добуток є шуканим найбільшим спільним дільником (у наведеному прикладі $\text{НСД}(180; 840) = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1$).

Розглянемо ще один приклад. Знайдемо НСД (585; 616).

$$\text{Маємо: } 585 = 3^2 \cdot 5 \cdot 13; 616 = 2^3 \cdot 7 \cdot 11.$$

Бачимо, що числа 585 і 616 не мають спільних простих дільників. Їх найбільший спільний дільник дорівнює 1, тобто $\text{НСД}(585; 616) = 1$.

Якщо найбільший спільний дільник двох натуральних чисел дорівнює 1, то їх називають взаємно простими.

Числа 585 і 616 взаємно прості.

Зазначимо, що будь-які два простих числа є взаємно простими. Наприклад, $\text{НСД}(17; 43) = 1$, $\text{НСД}(101; 919) = 1$.

Приклад 1. Знайдіть НСД (250; 3000).

У цьому випадку немає потреби розкладати числа на прості множники. Число 250 — дільник числа 3000. Тому $\text{НСД}(250; 3000) = 250$.

Взагалі, якщо число a — дільник числа b , то $\text{НСД}(a; b) = a$.

Зауважимо, що можна знайти найбільший спільний дільник будь-якої кількості натуральних чисел, зокрема трьох.

Приклад 2. Знайдіть НСД (132; 180; 144).

Маємо:

$$\begin{array}{r|l} 132 & 2 \\ 66 & 2 \\ 33 & 3 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 144 & 2 \\ 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$132 = 2^2 \cdot 3 \cdot 11;$$

$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5;$$

$$144 = 2^4 \cdot 3^2.$$

Отже, $\text{НСД}(132; 180; 144) = 2^2 \cdot 3 = 12$.

1. Яке число називають найбільшим спільним дільником двох чисел?
2. Які числа називають взаємно простими?
3. Чому дорівнює найбільший спільний дільник двох чисел, одне з яких кратне другому?

142.° Знайдіть найбільший спільний дільник чисел:

- 1) 12 і 18; 3) 6 і 36; 5) 35 і 18;
2) 24 і 30; 4) 48 і 64; 6) 14, 21 і 28.

143.° Знайдіть найбільший спільний дільник чисел:

- 1) 16 і 24; 3) 10 і 15; 5) 21 і 49;
2) 15 і 60; 4) 45 і 56; 6) 12, 18 і 24.

144.° Знайдіть найбільший спільний дільник чисел:

- 1) $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 19$ і $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$;
2) $2^3 \cdot 3 \cdot 7^3 \cdot 11^2 \cdot 19$ і $2^2 \cdot 3^5 \cdot 11^2 \cdot 19^3$.

145.° Знайдіть найбільший спільний дільник даних чисел, розклавши їх попередньо на прості множники:

- 1) 72 і 120; 2) 792 і 1188; 3) 924 і 396; 4) 116 і 111.

- 146.°** Знайдіть найбільший спільний дільник даних чисел, розклавши їх попередньо на прості множники:
 1) 42 і 105; 2) 588 і 252; 3) 680 і 612.
- 147.°** Серед наведених пар чисел виберіть пари взаємно простих чисел:
 1) 14 і 21; 3) 42 і 55; 5) 28 і 39;
 2) 54 і 65; 4) 14 і 70; 6) 63 і 42.
 Для пар чисел, які не є взаємно простими, укажіть їх найбільший спільний дільник.
- 148.°** Складіть усі пари взаємно простих чисел з чисел 12, 14, 33, 25.
- 149.°** Складіть усі пари взаємно простих чисел з чисел 15, 16, 21, 77.
- 150.°** Запишіть усі правильні дроби із знаменником 15, у яких чисельник і знаменник — взаємно прості числа.
- 151.°** Запишіть усі неправильні дроби із чисельником 16, у яких чисельник і знаменник — взаємно прості числа.
- 152.°** Доведіть, що:
 1) числа 364 і 495 — взаємно прості;
 2) числа 380 і 399 не є взаємно простими.
- 153.°** Доведіть, що:
 1) числа 945 і 572 — взаємно прості;
 2) числа 1095 і 738 не є взаємно простими.
- 154.°** Із цифр 2, 3, 4 складіть усі можливі двоцифрові числа (цифри в кожному двоцифровому числі мають бути різні). З утворених чисел випишіть пари взаємно простих чисел.
- 155.°** Напишіть три пари складених чисел, які були б взаємно простими.
- 156.°** Між учнями шостого класу поділили порівну 155 зошитів і 62 ручки. Скільки в цьому класі учнів?
- 157.°** На автомобілі навантажили 96 контейнерів з картоплею і 64 контейнери з капустою. Скільки було автомобілів, якщо відомо, що їх не менше ніж 20 і на кожному автомобілі кількість контейнерів з картоплею дорівнювала кількості контейнерів з капустою?
- 158.°** Між шкільними бібліотеками поділили 92 тлумачних і 138 орфографічних словників української мови. Скільки було шкіл, якщо відомо, що їх не менше ніж 25

і кожна школа отримала однакову кількість словників кожного виду?

- 159." Для новорічних подарунків придбали 96 шоколадок, 72 апельсини і 84 банани. Яку найбільшу кількість однакових подарунків можна з них зробити? Скільки окремо шоколадок, апельсинів і бананів буде в кожному подарунку?
- 160." Із 156 жовтих, 312 білих і 390 червоних троянд склали букети. Яку найбільшу кількість букетів можна скласти, щоб у всіх букетах троянд кожного кольору було порівну?

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ



161. Використовуючи цифри 2, 5 і 9 (цифри не можуть повторюватися), запишіть трицифрове число, яке: 1) кратне 2; 2) кратне 5. Чи можна за допомогою цих цифр записати число, яке кратне 3?
162. Яку цифру можна поставити замість зірочки в запис $1 * 8$, щоб отримане число ділилося націло на 18?
163. Запишіть число 19 у вигляді суми трьох простих чисел.
164. Якщо до деякого двоцифрового числа праворуч дописати нуль, то дане число збільшиться на 432. Знайдіть це число.
165. Знайдіть числа, яких не вистачає в ланцюжку обчислень:

$$1) 38 \xrightarrow{\cdot a} 1,9 \xrightarrow{+ b} 2,24 \xrightarrow{: c} 56;$$

$$2) a \xrightarrow{+ 2,5} 4 \xrightarrow{\cdot x} 1,6 \xrightarrow{: y} 32.$$

166. Білий лелека пролетів 48 км зі швидкістю 40 км/год. Скільки при цьому лелека зробив змахів крилами, якщо щосекунди він робить 2 змахи?

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ



167. Барон Мюнхгаузен розповідав, що він розрізав кавун на чотири частини, а після того, як його з'їли, залишилось п'ять кірок. Чи може таке бути, якщо кірки не ламати?

6. НАЙМЕНШЕ СПІЛЬНЕ КРАТНЕ

Число 24 кратне кожному з чисел 6 і 4. У цьому випадку кажуть, що 24 є **спільним кратним** чисел 4 і 6.

Випишемо числа, які кратні 4: 4, 8, **12**, 16, 20, **24**, 28, 32, **36**, 40, ...

Випишемо числа, які кратні 6: 6, **12**, 18, **24**, 30, **36**, 42, ...

Червоним кольором виділено спільні кратні чисел 4 і 6.

Найменше натуральне число, яке ділиться націло на кожне з двох даних натуральних чисел, називають найменшим спільним кратним цих чисел.

Найменше спільне кратне чисел a і b позначають так: НСК (a ; b). Отже, НСК (4; 6) = 12.

Неважко переконатися, що, наприклад, НСК (2; 3) = 6, НСК (10; 15) = 30, НСК (12; 24) = 24.

Для пошуку НСК двох чисел, наприклад 18 і 30, можна скористатися такою схемою: будемо послідовно виписувати числа, які кратні 30, доти, доки не отримаємо число, яке кратне 18. Маємо: 30, 60, **90**. Число 90 і є найменшим спільним кратним чисел 18 і 30.

Проте частіше для пошуку НСК використовують інший спосіб. Розглянемо розклад на прості множники чисел 18, 30 і числа 90, яке є їх найменшим спільним кратним. Маємо:

$$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2;$$

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5;$$

$$90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5.$$

Як бачимо, НСК містить усі множники з розкладу числа 18 (їх виділено червоним кольором) і множник 5 з розкладу числа 30, якого немає в розкладі числа 18.

Зрозумівши «будову» НСК двох чисел, знайдемо, наприклад, НСК (84; 90). Маємо:

$$84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7;$$

$$90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5.$$

$$\text{Тоді НСК (84; 90) = } 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 5 = 1260.$$

Якщо розклад чисел 84 і 90 на прості множники записати у вигляді добутку степенів:

$$84 = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 7^1;$$

$$90 = 2^1 \cdot 3^2 \cdot 5^1,$$

то НСК зручно знайти за таким правилом.

1) Вибрати степені, основи яких присутні лише в одному з розкладів (у розглядуваному прикладі це 7^1 і 5^1).

2) З кожної пари степенів з однаковими основами вибрати степінь з більшим показником (у розглядуваному прикладі це 2^2 і 3^2).

3) Перемножити вибрані степені.

Отриманий добуток є шуканим найменшим спільним кратним (у наведеному прикладі НСК (84; 90) = $= 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^1 \cdot 7^1$).

Приклад 1. Знайдіть НСК (250; 3000).

У цьому випадку немає потреби розкладати числа на прості множники. Число 250 — дільник числа 3000. Тому НСК (250; 3000) = 3000.

Взагалі, якщо число a — дільник числа b , то НСК ($a; b$) = b .

Приклад 2. Знайдіть найменше спільне кратне чисел 8 і 15.

Маємо: $8 = 2^3$, $15 = 3 \cdot 5$, НСК (8; 15) = $2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 8 \cdot 15 = 120$.

Числа 8 і 15 — взаємно прості і знайти їх найменше спільне кратне можна було, скориставшись таким правилом: **найменше спільне кратне взаємно простих чисел дорівнює їх добутку.**

Зауважимо, що можна знайти найменше спільне кратне будь-якої кількості натуральних чисел, зокрема трьох.

Приклад 3. Знайдіть НСК (18; 24; 30).

Подано дані числа у вигляді добутку степенів простих множників:

$$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^1 \cdot 3^2;$$

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^1;$$

$$30 = 2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^1.$$

$$\text{Тоді НСК (18; 24; 30)} = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1 = 8 \cdot 9 \cdot 5 = 360.$$

- ?**
1. Яке число називають найменшим спільним кратним двох чисел?
 2. Чому дорівнює найменше спільне кратне взаємно простих чисел?
 3. Чому дорівнює найменше спільне кратне двох чисел, одне з яких є дільником другого?

168.° Знайдіть найменше спільне кратне чисел:

- 1) 8 і 12; 2) 12 і 16; 3) 6 і 12;

4) 10 і 21; 5) 24 і 36; 6) 6, 8 і 12.

169.° Знайдіть найменше спільне кратне чисел:

1) 6 і 10; 3) 14 і 28; 5) 32 і 48;
2) 9 і 12; 4) 8 і 9; 6) 8, 9 і 15.

170.° Знайдіть найбільший спільний дільник і найменше спільне кратне чисел:

1) $2^3 \cdot 3 \cdot 5$ і $2 \cdot 3^2 \cdot 5$; 2) $2^4 \cdot 3 \cdot 11$ і $2^2 \cdot 3^3 \cdot 13$.

171.° Знайдіть найбільший спільний дільник і найменше спільне кратне чисел:

1) $3 \cdot 5^2$ і $3 \cdot 5 \cdot 7$; 2) $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^4$ і $2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$.

172.° Знайдіть найменше спільне кратне даних чисел, розклавши їх попередньо на прості множники:

1) 56 і 70; 2) 78 і 792; 3) 320 і 720; 4) 252 і 840.

173.° Знайдіть найменше спільне кратне даних чисел, розклавши їх попередньо на прості множники:

1) 42 і 63; 2) 120 і 324; 3) 675 і 945; 4) 924 і 396.

174.° Знайдіть найменше спільне кратне знаменників дробів:

1) $\frac{11}{12}$ і $\frac{4}{15}$; 2) $\frac{97}{100}$ і $\frac{1}{125}$.

175.° Знайдіть найменше спільне кратне знаменників дробів:

1) $\frac{8}{9}$ і $\frac{7}{6}$; 2) $\frac{11}{20}$ і $\frac{24}{25}$.

176.° Знайдіть найменше спільне кратне:

1) перших п'яти натуральних чисел;
2) перших п'яти непарних чисел;
3) перших п'яти простих чисел.

177.° Знайдіть найменше спільне кратне:

1) перших п'яти парних чисел;
2) перших чотирьох складених чисел.

178.° Довжина кроку Чебурашки дорівнює 15 см, а крокодила Гени — 50 см. Яку найменшу однакову відстань має пройти кожний з них, щоб вони обидва зробили по цілому числу кроків?

179.° З одного місця в одному напрямку одночасно стартували по велотреку два велосипедисти. Один з них робить коло по велотреку за 1 хв, а другий — за 45 с. Через яку найменшу кількість хвилин після початку руху велосипедисти знову зустрінуться в місці старту? Скільки кругів по велотреку при цьому проїде кожний з них?

- 180.** Дмитро і Павло одночасно вирушили в похід з одного пункту в одному напрямі, проте Павло робив зупинку для відпочинку через кожні 2400 м, а Дмитро — через кожні 2800 м. На якій найменшій відстані від початку походу місця їх зупинок співпадуть?
- 181.** В ящику було менше ніж 80 мандаринів. Відомо, що їх можна поділити порівну між двома або трьома, або п'ятьма дітьми, але не можна поділити порівну між чотирма дітьми. Скільки мандаринів було в ящику?
- 182.** Сашко ходить до басейну один раз на 3 дні, Миколка — на 4 дні, Петрик — на 5 днів. Вони зустрілися в басейні у вівторок. Через скільки днів і в який день тижня вони зустрінуться наступного разу?
- 183.** Готуючи подарунки до Нового року, члени батьківського комітету шостого класу побачили, що цукерки, які в них є, можна розкласти порівну по 15 або по 20 штук в один подарунок. Скільки було цукерок, якщо відомо, що їх було більше за 600 і менше від 700?

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ

- 184.** Якщо до деякого числа додати 2, то отримане число буде кратне 5. Чому дорівнює остача від ділення першого числа на 5?
- 185.** Людина впродовж доби моргає в середньому 11,52 тисячі разів, якщо вважати, що вона спить 8 год на добу. Скільки разів у середньому людина моргає протягом хвилини?



ГОТУЄМОСЬ ДО ВИВЧЕННЯ НОВОЇ ТЕМИ

- 186.** У коробці лежить 14 кульок, з яких 5 — синього кольору. Яку частину всіх кульок становлять сині?
- 187.** У коробці лежить 14 кульок, з яких $\frac{3}{7}$ становлять кульки червоного кольору. Скільки червоних кульок у коробці?
- 188.** У коробці лежать кульки, з яких 6 — білого кольору. Скільки всього кульок у коробці, якщо білі становлять $\frac{3}{7}$ усіх кульок?

189. Знайдіть градусну міру кута, який становить:

- 1) $\frac{1}{3}$ прямого кута;
- 2) $\frac{1}{4}$ розгорнутого кута;
- 3) $\frac{5}{9}$ прямого кута;
- 4) $\frac{7}{12}$ розгорнутого кута.

190. Укажіть, які з дробів $\frac{12}{17}$, $\frac{12}{7}$, $\frac{5}{13}$, $\frac{15}{13}$, $\frac{374}{10}$, $\frac{53}{8}$, $\frac{53}{54}$, $\frac{72}{71}$:

1) правильні; 2) неправильні. Неправильні дроби перетворить у мішані числа.

191. Накресліть координатний промінь, взявши за одиничний відрізок 6 клітинок зошита. Позначте на промені точки,

що відповідають числам: $\frac{1}{6}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{6}{6}$, $\frac{7}{6}$, $\frac{11}{6}$, $\frac{12}{6}$, $\frac{13}{6}$.

Понови в пам'яті зміст пунктів 3, 5 на с. 276, 277.

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ

192. На чудо-дереві садівник виростив 85 бананів і 70 апельсинів. Кожного дня він зриває два плоди, і одразу на дереві виростає один новий. Якщо садівник зриває два однакових фрукти, то виростає апельсин, а якщо два різних — то банан. Яким виявиться останній фрукт на цьому дереві?





7. ОСНОВНА ВЛАСТИВІСТЬ ДРОБУ

До Петрика в гості мали прийти двоє друзів. Для них мама спекла пиріг і поділила його на три рівні частини (рис. 2), розраховуючи, що кожний хлопчик з'їсть $\frac{1}{3}$ пирога. Але їм здалося, що порції надто великі, і вони поділили кожну порцію на дві рівні частини (рис. 3).

Однак пиріг був таким смачним, що хлопчики врешті-решт з'їли по два кусочки. Таким чином, кожний з них з'їв $\frac{2}{6}$ пирога.

Виявляється, що $\frac{1}{3}$ пирога дорівнює $\frac{2}{6}$ пирога, тобто дроби $\frac{1}{3}$ і $\frac{2}{6}$ виражають одну й ту саму величину. Тому ці дроби називають рівними і записують $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$.

Якби хлопчики поділили свої порції на три рівні частини, то кожний з'їв би $\frac{3}{9}$ пирога (рис. 4). Про дроби $\frac{1}{3}$ і $\frac{3}{9}$ також можна сказати, що вони рівні: $\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$.

Тепер зрозуміло, що ділення порції пирога на чотири,



Рис. 2

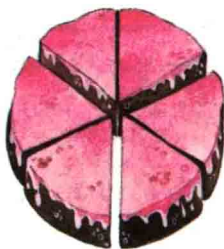


Рис. 3



Рис. 4

п'ять, шість і т. д. рівних частин приводить до рівностей

$$\frac{1}{3} = \frac{4}{12}, \frac{1}{3} = \frac{5}{15}, \frac{1}{3} = \frac{6}{18} \text{ і т. д.}$$

$$\text{Таким чином, } \frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12} = \frac{5}{15} = \frac{6}{18} = \dots$$

Цей ланцюжок рівностей можна записати інакше:

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{1 \cdot 3}{3 \cdot 3} = \frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{1 \cdot 6}{3 \cdot 6} = \dots$$

Записані рівності показують, що, помноживши чисельник і знаменник дроби $\frac{1}{3}$ на одне й те саме натуральне число, ми отримаємо дріб, який дорівнює $\frac{1}{3}$.

Зробимо висновок: якщо чисельник і знаменник даного дроби помножити на одне й те саме натуральне число, то отримаємо дріб, що дорівнює даному.

У буквеному вигляді маємо:

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}$$

Якщо останню рівність записати так:

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}$$

то можна дійти ще одного висновку: **якщо чисельник і знаменник даного дроби поділити на їх спільний дільник, то отримаємо дріб, що дорівнює даному.**

Ці два виділені твердження виражають **основу властивість дроби.**

П р и к л а д. Користуючись основною властивістю дроби, знайдіть значення a , при якому є правильною рівність $\frac{a}{8} = \frac{3}{4}$.

Помножимо на 2 чисельник і знаменник дроби $\frac{3}{4}$. Тоді маємо $\frac{a}{8} = \frac{6}{8}$, звідси $a = 6$.

Сформулюйте основну властивість дроби.

193. Накресліть координатний промінь, взявши за одиничний відрізок 20 клітинок зошита. Позначте на промені точки,

що відповідають числам: $\frac{1}{20}, \frac{3}{20}, \frac{4}{20}, \frac{5}{20}, \frac{6}{20}, \frac{8}{20}, \frac{10}{20}, \frac{12}{20}$,

$\frac{13}{20}, \frac{15}{20}, \frac{18}{20}, \frac{19}{20}, \frac{2}{10}, \frac{3}{10}, \frac{4}{10}, \frac{5}{10}, \frac{6}{10}, \frac{9}{10}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}$.

Які з цих чисел зображуються на промені однією і тією самою точкою? Запишіть відповідні рівності.

194.° Накресліть координатний промінь, взявши за одиничний відрізок 18 клітинок зошита. Позначте на промені точки, що відповідають числам: $\frac{1}{18}, \frac{2}{18}, \frac{3}{18}, \frac{4}{18}, \frac{6}{18}, \frac{7}{18},$

$\frac{9}{18}, \frac{10}{18}, \frac{12}{18}, \frac{15}{18}, \frac{16}{18}, \frac{18}{18}, \frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{3}{9}, \frac{5}{9}, \frac{8}{9}, \frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}, \frac{6}{6}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, 1.$

Які з цих чисел зображуються на промені однією і тією самою точкою? Запишіть відповідні рівності.

195.° Помножте на 4 чисельник і знаменник кожного з дробів $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{5}{6}, \frac{4}{7}, \frac{10}{19}.$ Запишіть відповідні рівності.

196.° Поділіть на 3 чисельник і знаменник кожного з дробів $\frac{3}{9}, \frac{12}{33}, \frac{30}{45}, \frac{15}{36}, \frac{99}{240}.$ Запишіть відповідні рівності.

197.° Укажіть пропущене значення чисельника або знаменника, при якому даний запис буде правильним:

1) $\frac{1}{3} = \frac{\quad}{6} = \frac{\quad}{18} = \frac{7}{\quad};$ 4) $\frac{13}{7} = \frac{26}{\quad} = \frac{\quad}{70} = \frac{104}{\quad}.$

2) $\frac{2}{5} = \frac{6}{\quad} = \frac{\quad}{25} = \frac{28}{\quad};$ 5) $\frac{80}{120} = \frac{\quad}{12} = \frac{\quad}{3} = \frac{10}{\quad};$

3) $\frac{6}{11} = \frac{\quad}{22} = \frac{30}{\quad} = \frac{36}{\quad};$ 6) $\frac{30}{48} = \frac{\quad}{8} = \frac{10}{\quad} = \frac{15}{\quad}.$

198.° Поясніть, чому є правильною рівність:

1) $\frac{1}{6} = \frac{7}{42};$ 2) $\frac{100}{240} = \frac{5}{12};$ 3) $\frac{3}{4} = \frac{33}{44};$ 4) $\frac{6}{54} = \frac{1}{9}.$

199.° Напишіть три дроби, що дорівнюють:

1) $\frac{1}{7};$ 2) $\frac{2}{5};$ 3) $\frac{7}{11};$ 4) $\frac{3}{12}.$

200.° Яка з даних рівностей хибна:

1) $\frac{3}{8} = \frac{9}{24};$ 2) $\frac{4}{5} = \frac{16}{25};$ 3) $\frac{72}{90} = \frac{8}{9};$ 4) $\frac{42}{49} = \frac{6}{7}?$

201.° Кожний з даних дробів замініть рівним йому дробом, знаменник якого дорівнює 42:

1) $\frac{1}{6};$ 2) $\frac{3}{7};$ 3) $\frac{5}{14};$ 4) $\frac{2}{3};$ 5) $\frac{16}{21};$ 6) $\frac{1}{2}.$

202.° Кожний з даних дробів замініть рівним йому дробом, знаменник якого дорівнює 72:

1) $\frac{2}{3}$; 2) $\frac{5}{4}$; 3) $\frac{1}{6}$; 4) $\frac{8}{9}$; 5) $\frac{17}{36}$; 6) $\frac{11}{8}$.

203.° Запишіть:

- 1) число 3 у вигляді дробу, знаменник якого дорівнює 6;
- 2) число 13 у вигляді дробу, знаменник якого дорівнює 5;
- 3) число 1 у вигляді дробу, знаменник якого дорівнює 29.

204.° Запишіть:

- 1) число 5 у вигляді дробу, знаменник якого дорівнює 8;
- 2) число 10 у вигляді дробу, знаменник якого дорівнює 14;
- 3) число 16 у вигляді дробу, знаменник якого дорівнює 16.

205.° Користуючись основною властивістю дробу, знайдіть значення a , при якому дана рівність є правильною:

1) $\frac{a}{6} = \frac{9}{54}$; 2) $\frac{7}{a} = \frac{49}{28}$; 3) $\frac{27}{45} = \frac{3}{a}$; 4) $\frac{a}{32} = \frac{5}{8}$.

206.° Користуючись основною властивістю дробу, знайдіть значення a , при якому дана рівність є правильною:

1) $\frac{a}{5} = \frac{6}{15}$; 2) $\frac{1}{12} = \frac{4}{a}$; 3) $\frac{56}{70} = \frac{8}{a}$; 4) $\frac{a}{60} = \frac{6}{5}$.

207.° Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{x+3}{65} = \frac{4}{13}$; 2) $\frac{7}{x+4} = \frac{21}{60}$; 3) $\frac{5x-8}{5} = \frac{18}{45}$.

208.° Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{x-2}{36} = \frac{5}{12}$; 2) $\frac{x-5}{23} = \frac{36}{92}$; 3) $\frac{4}{3x-11} = \frac{36}{63}$.

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ

- 209.** Льодяник коштує 16 коп., а у Василька є 20 монет по 10 коп. Яку найбільшу кількість льодяників може купити Василько, щоб продавцеві не треба було давати йому здачі?
- 210.** Число ділиться націло на 2, на 5 і на 9. Яким ще числам кратно це число?
- 211.** У середньому серце людини робить за хвилину 75 ударів. Скільки ударів робить серце протягом доби? Скільки літрів крові воно перекачує за 1 хв, якщо в середньому серце перекачує за добу 8640 л крові?



212. Накресліть гострий кут ABC . Проведіть промінь BD так, щоб кут ABD був прямим, а кут CBD : 1) тупим; 2) гострим.
213. Від пристані відійшов теплохід зі швидкістю 18 км/год. Через 3 год від цієї пристані в тому самому напрямку відійшов другий теплохід, який наздогнав перший через 9 год після свого виходу. Знайдіть швидкість другого теплохода.
214. З Рівного до Кривого Рога зі швидкістю 60 км/год виїхав автомобіль. Через 3 год з Кривого Рога назустріч йому виїхав другий автомобіль. Вони зустрілися через 7 год після виїзду першого. Знайдіть швидкість другого автомобіля, якщо відстань між Рівним і Кривим Рогом дорівнює 700 км.

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ



215. На полі розміром 10×10 клітинок для гри у «морський бій» поставили корабель прямокутної форми розміром 1×3 клітинки. Чи можна, зробивши 33 постріли, гарантовано в нього влучити?

8. СКОРОЧЕННЯ ДРОБІВ

З попереднього пункту ти знаєш, що, поділивши чисельник і знаменник дробу $\frac{2}{6}$ на 2, отримуємо дріб, який йому дорівнює, тобто $\frac{2}{6} = \frac{2:2}{6:2} = \frac{1}{3}$. У таких випадках кажуть, що дріб $\frac{2}{6}$ скоротили на 2.

Наприклад, рівність $\frac{35}{14} = \frac{5}{2}$ означає, що дріб $\frac{35}{14}$ скоротили на 7.

Ділення чисельника і знаменника дробу на їх спільний дільник, відмінний від 1, називають скороченням дробу.

Дріб $\frac{12}{25}$ скоротити не можна, оскільки його чисельник і знаменник не мають спільних дільників, відмінних від 1, тобто є взаємно простими числами. У таких випадках кажуть, що $\frac{12}{25}$ — нескоротний дріб.

Дріб, чисельник і знаменник якого — взаємно прості числа, називають нескоротним.

Якщо дріб $\frac{60}{90}$ скоротити на 2, то отримаємо дріб $\frac{30}{45}$, тобто $\frac{60}{90} = \frac{30}{45}$. У свою чергу, дріб $\frac{30}{45}$ можна скоротити на 3. Маємо: $\frac{30}{45} = \frac{10}{15}$. Далі, скоротивши дріб $\frac{10}{15}$ на 5, отримаємо дріб $\frac{2}{3}$, який вже є нескоротним.

Проте, якщо дріб $\frac{60}{90}$ скоротити на $2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$, то нескоротний дріб $\frac{2}{3}$ отримаємо відразу: $\frac{60}{90} = \frac{2}{3}$.

Нам удалося так швидко отримати нескоротний дріб, оскільки $30 = \text{НСД}(60; 90)$.

Взагалі, якщо скоротити дріб на найбільший спільний дільник чисельника і знаменника, то отримаємо нескоротний дріб.

Приклад. Скоротіть: 1) $\frac{14 \cdot 9}{15 \cdot 7}$; 2) $\frac{19 \cdot 11 + 19 \cdot 5}{38 \cdot 20 - 38 \cdot 8}$.

1) Маємо: $\frac{14 \cdot 9}{15 \cdot 7} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 1} = \frac{6}{5} = 1 \frac{1}{5}$.

2) Скориставшись розподільною властивістю множення, отримаємо:

$$\frac{19 \cdot 11 + 19 \cdot 5}{38 \cdot 20 - 38 \cdot 8} = \frac{19 \cdot (11 + 5)}{38 \cdot (20 - 8)} = \frac{19 \cdot 16}{38 \cdot 12} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

1. Що називають скороченням дробу?

2. Який дріб називають нескоротним?

3. На яке число треба скоротити дріб, щоб отримати нескоротний дріб?

216.° Скоротіть дріб:

1) $\frac{5}{15}$; 3) $\frac{14}{35}$; 5) $\frac{10}{60}$; 7) $\frac{56}{72}$; 9) $\frac{120}{180}$;

2) $\frac{6}{20}$; 4) $\frac{21}{39}$; 6) $\frac{28}{84}$; 8) $\frac{20}{25}$; 10) $\frac{207}{243}$.

217.° Скоротіть дріб:

1) $\frac{3}{12}$; 3) $\frac{6}{54}$; 5) $\frac{26}{65}$; 7) $\frac{36}{48}$; 9) $\frac{480}{720}$;

2) $\frac{4}{12}$; 4) $\frac{25}{70}$; 6) $\frac{12}{60}$; 8) $\frac{35}{105}$; 10) $\frac{204}{306}$.

- 218.° Які з дробів $\frac{11}{12}$, $\frac{7}{42}$, $\frac{9}{111}$, $\frac{5}{42}$, $\frac{12}{68}$, $\frac{13}{36}$ нескоротні?
- 219.° Знайдіть серед дробів $\frac{15}{25}$, $\frac{24}{99}$, $\frac{28}{45}$, $\frac{28}{51}$, $\frac{16}{42}$, $\frac{22}{69}$ нескоротні.
- 220.° Запишіть десяткові дроби у вигляді звичайних дробів і результат, якщо можливо, скоротіть:
 1) 0,4; 3) 0,12; 5) 0,16; 7) 0,128; 9) 0,2348;
 2) 0,5; 4) 0,84; 6) 0,59; 8) 0,96; 10) 0,975.
- 221.° Знайдіть серед даних дробів рівні між собою:
 1) $\frac{44}{56}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{11}{14}$, $\frac{16}{32}$;
 2) $\frac{5}{4}$, $\frac{81}{99}$, $\frac{27}{33}$, $\frac{20}{16}$, $\frac{35}{28}$.
- Запишіть відповідні рівності.
- 222.° Знайдіть серед дробів $\frac{24}{27}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{6}{60}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{40}{45}$ рівні між собою і запишіть відповідні рівності.
- 223.° Яку частину години становлять:
 1) 4 хв; 2) 10 хв; 3) 36 хв; 4) 54 хв; 5) 72 хв?
- 224.° Яку частину доби становлять:
 1) 3 год; 2) 8 год; 3) 12 год; 4) 16 год; 5) 21 год?
- 225.° Яку частину розгорнутого кута становить кут, градусна міра якого дорівнює:
 1) 4°; 2) 12°; 3) 27°; 4) 126°; 5) 153°?
- 226.° Яку частину прямого кута становить кут, градусна міра якого дорівнює:
 1) 2°; 2) 15°; 3) 36°; 4) 75°; 5) 54°?
- 227.° Виконайте дії та скоротіть результат:
 1) $\frac{7}{12} + \frac{3}{12}$; 2) $\frac{32}{39} - \frac{6}{39}$; 3) $4\frac{17}{45} + 3\frac{13}{45}$; 4) $9\frac{59}{63} - 5\frac{24}{63}$.
- 228.° Виконайте дії та скоротіть результат:
 1) $\frac{16}{63} + \frac{12}{63}$; 2) $\frac{53}{85} - \frac{19}{85}$; 3) $8\frac{34}{81} + 2\frac{38}{81}$; 4) $3\frac{49}{56} - 3\frac{17}{56}$.
- 229.° Запишіть усі правильні нескоротні дроби із знаменником 18.
- 230.° Запишіть усі неправильні нескоротні дроби з чисельником 20.

231.* Скоротіть:

1) $\frac{4 \cdot 5}{25 \cdot 6}$;

4) $\frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}$;

7) $\frac{9 \cdot 13 + 9 \cdot 2}{54 \cdot 13}$;

2) $\frac{8 \cdot 13}{39 \cdot 2}$;

5) $\frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 12}$;

8) $\frac{27 \cdot 15 - 7 \cdot 27}{9 \cdot 15 - 9 \cdot 11}$;

3) $\frac{3 \cdot 38}{19 \cdot 27}$;

6) $\frac{3 \cdot 16 - 8 \cdot 3}{27}$;

9) $\frac{24 \cdot 2 + 6 \cdot 24}{60 \cdot 7 - 5 \cdot 60}$.

232.* Скоротіть:

1) $\frac{12 \cdot 21}{35 \cdot 15}$;

3) $\frac{25 \cdot 17 \cdot 44}{51 \cdot 8 \cdot 75}$;

5) $\frac{17 \cdot 48}{17 \cdot 16 - 9 \cdot 16}$;

2) $\frac{72 \cdot 11}{33 \cdot 30}$;

4) $\frac{8 \cdot 3 + 8 \cdot 23}{3 \cdot 16}$;

6) $\frac{14 \cdot 5 - 14 \cdot 3}{21 \cdot 9 + 21 \cdot 3}$.

233.** Скоротіть (буквами позначено натуральні числа):

1) $\frac{6a}{18a}$; 2) $\frac{32b}{60}$; 3) $\frac{96c}{72c}$; 4) $\frac{45}{9d}$; 5) $\frac{39mn}{91mn}$; 6) $\frac{95ab}{38bc}$.

234.** Дріб $\frac{x}{6}$ скоротили на 2 і отримали дріб $\frac{2}{y}$. Знайдіть значення x і y (буквами позначено натуральні числа).

235.** Після скорочення дробу $\frac{21}{a}$ на 3 отримали дріб $\frac{b}{4}$. Знайдіть значення a і b (буквами позначено натуральні числа).

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ



236. Запишіть, використовуючи кожну цифру від 0 до 9 тільки один раз:

1) найменше число, яке кратне 2;

2) найбільше число, яке кратне 18.

237. Один поїзд проїхав 324 км, а другий — 108 км. Скільки годин рухався кожний поїзд, якщо другий був у дорозі на 4 год менше, ніж перший, і поїзди рухалися з однаковою швидкістю?

238. До якого числа треба додати 5,7, щоб добуток отриманої суми і числа 3,6 дорівнював 120,6?

239. Від якого числа треба відняти 3,8, щоб добуток отриманої різниці і числа 5,5 дорівнював 34,1?

ГОТУЄМОСЬ ДО ВИВЧЕННЯ НОВОЇ ТЕМИ

240. Розташуйте в порядку зростання дробу: $\frac{9}{19}$, $\frac{1}{19}$, $\frac{16}{19}$, $\frac{5}{19}$, $\frac{14}{19}$, $\frac{10}{19}$.

241. Порівняйте:

1) $\frac{10}{21}$ і $\frac{8}{21}$; 3) $\frac{4}{7}$ і 1; 5) 1 і $\frac{11}{15}$; 7) 2 і $\frac{5}{3}$;

2) $\frac{8}{19}$ і $\frac{8}{9}$; 4) $\frac{7}{4}$ і 1; 6) $\frac{11}{15}$ і $\frac{15}{11}$; 8) 2 і $\frac{7}{3}$.

Понови в пам'яті зміст пункту 4 на с. 277.

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ



242. Із старовинної книги випала частина сторінок, які йдуть поспіль. Перша сторінка, що випала, має номер 251, а номер останньої записано тими самими цифрами в іншому порядку. Який номер останньої сторінки, що випала?

9. ЗВЕДЕННЯ ДРОБІВ ДО СПІЛЬНОГО ЗНАМЕННИКА. ПОРІВНЯННЯ ДРОБІВ

У п'ятому класі ти навчився порівнювати дроби з рівними знаменниками. А як порівняти дроби з різними знаменниками?

Якби навчитися замінити такі дроби на рівні їм, але з однаковими знаменниками, то порівняння дробів не потребувало б значних зусиль.

Дроби $\frac{12}{19}$ і $\frac{15}{19}$ мають рівні знаменники. У такому випадку кажуть, що вони мають **спільний знаменник 19**.

Дроби $\frac{3}{4}$ і $\frac{5}{6}$ мають різні знаменники. Проте за допомогою основної властивості дробу їх можна звести до **спільного знаменника**. Маємо:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}, \quad \frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{10}{12}.$$

Дроби $\frac{3}{4}$ і $\frac{5}{6}$ ми звели до спільного знаменника 12. Для цього чисельник і знаменник першого дробу помножили на число 3, яке називають **додатковим множником**. Чисельник і знаменник другого дробу помножили на додатковий множник 2.

Ці дроби можна звести й до інших спільних знаменників:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 6}{4 \cdot 6} = \frac{18}{24} \text{ (додатковий множник 6);}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{20}{24} \text{ (додатковий множник 4).}$$

Дроби зведено до спільного знаменника 24.

$$\text{Далі } \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 9}{4 \cdot 9} = \frac{27}{36}, \quad \frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 6}{6 \cdot 6} = \frac{30}{36}.$$

Тут спільним знаменником є число 36.

Визначимо, що знайдені спільні знаменники 12, 24, 36 є спільними кратними чисел 4 і 6 — знаменників дробів $\frac{3}{4}$ і $\frac{5}{6}$.

Отже, спільний знаменник двох дробів — це спільне кратне їх знаменників.

При зведенні дробів до спільного знаменника зручніше зводити їх до **найменшого спільного знаменника**, який дорівнює найменшому спільному кратному знаменників цих дробів.

Щоб звести дроби до найменшого спільного знаменника, треба:

- 1) *знайти найменший спільний знаменник даних дробів;*
- 2) *знайти додаткові множники для кожного з дробів, поділивши спільний знаменник на знаменники даних дробів;*
- 3) *помножити чисельник і знаменник кожного дробу на його додатковий множник.*

Порівняємо дроби $\frac{7}{8}$ і $\frac{11}{12}$. Для цього зведемо їх до найменшого спільного знаменника, який дорівнює 24. Помножимо чисельник і знаменник дробу $\frac{7}{8}$ на додатковий множник 3, а дробу $\frac{11}{12}$ — на додатковий множник 2. Додатковий множник зазвичай пишуть над чисельником праворуч або ліворуч від нього (рис. 5).

$$\frac{7}{8} = \frac{21}{24}, \quad \frac{11}{12} = \frac{22}{24}.$$

Рис. 5

Оскільки $\frac{21}{24} < \frac{22}{24}$, то $\frac{7}{8} < \frac{11}{12}$.

Щоб порівняти два дроби з різними знаменниками, треба звести їх до спільного знаменника, а потім застосувати правило порівняння дробів з рівними знаменниками.

Приклад. Укажіть три числа, кожне з яких більше за $\frac{1}{7}$, але менше від $\frac{1}{5}$. Чи можна вказати 100 таких чисел?

Зведемо дані дроби до найменшого спільного знаменника:
 $\frac{1}{7} = \frac{5}{35}$, $\frac{1}{5} = \frac{7}{35}$. Оскільки $\frac{5}{35} < \frac{6}{35} < \frac{7}{35}$, то $\frac{6}{35}$ — одне з шуканих чисел. Зведемо дані дроби до наступного спільного знаменника: $\frac{1}{7} = \frac{10}{70}$, $\frac{1}{5} = \frac{14}{70}$. Тепер можна вказати ще два шуканих числа: $\frac{11}{70}$ і $\frac{13}{70}$ (число $\frac{12}{70} = \frac{6}{35}$ вже було знайдено).

Якщо зведемо дані дроби до знаменників 105, 140, 175, 210 і т. д., то зможемо вказати будь-яку кількість чисел, кожне з яких більше за $\frac{1}{7}$, але менше від $\frac{1}{5}$.

- ?**
1. Про які два дроби кажуть, що вони мають спільний знаменник?
 2. Що є спільним знаменником двох дробів?
 3. Як звести дроби до найменшого спільного знаменника?
 4. Як порівняти два дроби з різними знаменниками?

243.° Зведіть дроби:

- 1) $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{9}{10}$ до знаменника 20;
- 2) $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{7}{18}$, $\frac{8}{9}$ до знаменника 36;
- 3) $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{32}$ до знаменника 64;
- 4) $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{7}{25}$, $\frac{63}{50}$ до знаменника 100.

244.° Серед наступних дробів знайдіть ті, які можна звести до знаменника 48: $\frac{5}{6}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{7}{16}$, $\frac{9}{24}$, $\frac{11}{18}$, $\frac{8}{28}$, $\frac{10}{12}$, $\frac{10}{3}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{13}{36}$, $\frac{1}{14}$. Знайдені дроби зведіть до вказаного знаменника.

245.° Зведіть дроби:

- 1) $\frac{7}{9}$ до знаменника 27; 4) $\frac{12}{17}$ до знаменника 102;
2) $\frac{3}{5}$ до знаменника 40; 5) $\frac{4}{23}$ до знаменника 69;
3) $\frac{4}{13}$ до знаменника 78; 6) $\frac{5}{24}$ до знаменника 144.

246.° Зведіть до найменшого спільного знаменника дробів:

- 1) $\frac{1}{4}$ і $\frac{1}{6}$; 4) $\frac{3}{8}$ і $\frac{4}{15}$; 7) $\frac{1}{12}$ і $\frac{1}{18}$;
2) $\frac{4}{9}$ і $\frac{7}{12}$; 5) $\frac{1}{21}$ і $\frac{3}{5}$; 8) $\frac{1}{24}$ і $\frac{1}{18}$;
3) $\frac{5}{6}$ і $\frac{7}{18}$; 6) $\frac{2}{15}$ і $\frac{11}{12}$; 9) $\frac{3}{10}$, $\frac{3}{8}$ і $\frac{3}{4}$.

247.° Зведіть до найменшого спільного знаменника дробів:

- 1) $\frac{3}{8}$ і $\frac{5}{12}$; 4) $\frac{4}{13}$ і $\frac{3}{4}$; 7) $\frac{1}{20}$ і $\frac{1}{30}$;
2) $\frac{2}{15}$ і $\frac{3}{10}$; 5) $\frac{1}{9}$ і $\frac{1}{7}$; 8) $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{4}$ і $\frac{1}{6}$;
3) $\frac{10}{17}$ і $\frac{13}{34}$; 6) $\frac{9}{14}$ і $\frac{2}{21}$; 9) $\frac{3}{28}$, $\frac{9}{14}$ і $\frac{7}{8}$.

248.° Порівняйте дроби:

- 1) $\frac{5}{7}$ і $\frac{7}{9}$; 4) $\frac{5}{6}$ і $\frac{3}{4}$; 7) $\frac{8}{25}$ і $\frac{7}{20}$;
2) $\frac{11}{20}$ і $\frac{17}{30}$; 5) $\frac{8}{38}$ і $\frac{4}{19}$; 8) $\frac{5}{12}$ і $\frac{4}{9}$;
3) $\frac{2}{9}$ і $\frac{1}{6}$; 6) $\frac{7}{9}$ і $\frac{8}{11}$; 9) $\frac{3}{14}$ і $\frac{5}{21}$.

249.° Порівняйте дроби:

- 1) $\frac{5}{16}$ і $\frac{7}{16}$; 4) $\frac{5}{8}$ і $\frac{7}{10}$; 7) $\frac{7}{12}$ і $\frac{11}{18}$;
2) $\frac{7}{13}$ і $\frac{7}{16}$; 5) $\frac{3}{7}$ і $\frac{9}{21}$; 8) $\frac{10}{21}$ і $\frac{9}{14}$;
3) $\frac{3}{8}$ і $\frac{1}{6}$; 6) $\frac{3}{5}$ і $\frac{5}{8}$; 9) $\frac{13}{15}$ і $\frac{9}{10}$.

250.° Укажіть дріб, який більший за $\frac{1}{2}$ і має знаменник:

- 1) 6; 2) 10; 3) 22.

251.° Укажіть дріб, який більший за $\frac{1}{6}$ і має знаменник:

- 1) 12; 2) 30; 3) 66.

252. Розташуйте в порядку зростання числа:

1) $\frac{7}{12}, \frac{3}{8}, \frac{1}{4}, \frac{5}{6}$;

2) $\frac{3}{4}, \frac{8}{15}, \frac{5}{12}, \frac{9}{20}$.

253. Розташуйте в порядку спадання числа:

1) $\frac{4}{9}, \frac{1}{4}, \frac{7}{12}, \frac{13}{18}$;

2) $\frac{28}{45}, \frac{5}{9}, \frac{7}{10}, \frac{13}{18}, \frac{8}{15}$.

254. Ласунчик з'їдає 7 тістечок за 12 хв, а Солодкоїжка — 13 тістечок за 20 хв. У кого кращий апетит — у Ласунчика чи у Солодкоїжки?

255. Головку сиру масою 9 кг поділили на 16 рівних кусочків, а головку масою 13 кг — на 20 рівних кусочків. Кусочок якої головки сиру, першої чи другої, ви порадите з'їсти Мишкові, який дуже його любить?

256. Відстань між двома містами легкова машина долає за 4 год, а вантажна — за 7 год. Яка машина проїде більшу відстань: легкова за 3 год чи вантажна за 5 год?

257. Теплохід проходить відстань між двома пристанями за 9 год, а швидкісний катер — за 6 год. Порівняйте відстань, яку пройде теплохід за 7 год, і ту, яку пройде катер за 5 год.

258. Які з дробів $\frac{3}{7}, \frac{11}{28}, \frac{1}{2}, \frac{13}{42}, \frac{23}{70}$ більші за дріб $\frac{5}{14}$?

259. Які з дробів $\frac{43}{112}, \frac{9}{28}, \frac{3}{14}, \frac{3}{8}, \frac{1}{4}$ менші від дробу $\frac{19}{56}$?

260. Знайдіть усі натуральні значення x , при яких буде правильною нерівність:

1) $\frac{8}{19} < \frac{x}{19} < 1$;

2) $\frac{1}{3} < \frac{x}{18} < \frac{5}{6}$.

261. Знайдіть усі натуральні значення x , при яких буде правильною нерівність:

1) $\frac{12}{23} < \frac{x}{23} < 1$;

2) $\frac{4}{9} < \frac{x}{36} < \frac{11}{12}$.

262. Якому з дробів $\frac{1}{2}, \frac{3}{8}, \frac{5}{6}, \frac{9}{16}, \frac{7}{24}, \frac{11}{24}$ може дорівнювати x , щоб була правильною нерівність $\frac{11}{48} < x < \frac{29}{48}$?

263. Якому з дробів $\frac{3}{7}, \frac{6}{7}, \frac{9}{14}, \frac{5}{8}, \frac{15}{28}, \frac{11}{24}$ може дорівнювати x , щоб була правильною нерівність $\frac{19}{56} < x < \frac{37}{56}$?

264. Знайдіть усі дроби із знаменником 48, які більші за $\frac{1}{4}$, але менші від $\frac{1}{3}$.

265. Укажіть два числа, кожне з яких:

1) більше за $\frac{1}{5}$, але менше від $\frac{1}{4}$;

2) більше за $\frac{1}{7}$, але менше від $\frac{1}{6}$;

3) більше за $\frac{1}{10}$, але менше від $\frac{1}{9}$;

4) більше за $\frac{3}{7}$, але менше від $\frac{4}{7}$.

266. Укажіть три числа, кожне з яких:

1) більше за $\frac{1}{3}$, але менше від $\frac{1}{2}$;

2) більше за $\frac{3}{5}$, але менше від $\frac{4}{5}$;

3) більше за $\frac{98}{99}$, але менше від 1.

267. Порівняйте дроби $\frac{171}{181}$ і $\frac{171171}{181181}$.

268. Знайдіть усі натуральні значення x , при яких є правильною нерівність:

1) $\frac{x}{17} < \frac{8}{51}$; 2) $\frac{x}{65} < \frac{1}{13}$; 3) $\frac{x}{5} < \frac{3}{15}$; 4) $\frac{1}{16} < \frac{x}{8}$.

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ



269. Дріб спочатку скоротили на 2, потім на 3, потім на 7. На яке число можна було скоротити цей дріб одразу?

270. Запишіть усі правильні дроби із знаменником 12. Скоротіть з них ті, які не є нескоротними.

271. Сума двох чисел дорівнює 374. Останньою цифрою одного з цих чисел є нуль. Якщо його відкинути, то отримаємо друге число. Знайдіть ці числа.

272. Маса дині становить 4,5 кг, а маса кавуна в 1,4 раза більша за масу дині. На скільки кілограмів маса дині менша від маси кавуна?

273. Обчисліть:

1) $\frac{5}{11} + \frac{3}{11}$;

3) $6 + \frac{5}{13}$;

5) $4\frac{11}{18} - 1\frac{5}{18}$;

2) $\frac{7}{15} - \frac{4}{15}$;

4) $2\frac{4}{13} + 5\frac{2}{13}$;

6) $7\frac{2}{9} - 2\frac{5}{9}$.

274. Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{5}{16} + x = \frac{11}{16}$;

3) $(\frac{17}{28} - x) - \frac{11}{28} = \frac{3}{28}$;

2) $x - \frac{4}{25} = \frac{13}{25}$;

4) $\frac{18}{35} - (\frac{6}{35} + x) = \frac{7}{35}$.

Понові в пам'яті зміст пунктів 11, 12, 13, 14, 26 на с. 279, 280, 284.

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ

275. З чашки з молоком одну ложку молока переливають у чашку з кавою і ретельно розмішують. Після цього одну ложку суміші переливають у чашку з молоком. Чого тепер більше: кави в чашці з молоком чи молока в чашці з кавою?



10. ДОДАВАННЯ І ВІДНІМАННЯ ДРОБІВ

У п'ятому класі ти міг додавати і віднімати дроби тільки з рівними знаменниками:

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}, \quad \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}.$$

Але для тебе різні знаменники вже не перешкода.

Щоб додати (відняти) два дроби з різними знаменниками, треба звести їх до спільного знаменника, а потім застосувати правило додавання (віднімання) дробів з рівними знаменниками.

Наприклад, знайдемо суму $\frac{3}{8} + \frac{1}{6}$. Найменший спільний знаменник доданків дорівнює 24. Маємо:

$$\overset{3}{\frac{3}{8}} + \overset{4}{\frac{1}{6}} = \frac{9}{24} + \frac{4}{24} = \frac{9+4}{24} = \frac{13}{24}.$$

Знайдемо різницю $\frac{7}{16} - \frac{5}{12}$. Найменший спільний знаменник цих дробів дорівнює 48. Тоді:

$$\frac{7^3}{16} - \frac{5^4}{12} = \frac{21}{48} - \frac{20}{48} = \frac{21-20}{48} = \frac{1}{48}.$$

Для дробів, як і для натуральних чисел, виконуються властивості додавання:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b} \quad \text{— переставна властивість,}$$

$$\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \frac{p}{q} = \frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{p}{q}\right) \quad \text{— сполучна властивість}$$

Приклад 1. Виконайте дії:

$$1) 4\frac{5}{12} + 2\frac{3}{4}; \quad 2) 1 - \frac{9}{16}; \quad 3) 6 - 3\frac{7}{11}; \quad 4) 5\frac{1}{6} - 2\frac{4}{9}.$$

1) Маємо:

$$4\frac{5}{12} + 2\frac{3}{4} = 4\frac{5}{12} + 2\frac{9}{12} = 6\frac{14}{12} = 6\frac{7}{6} = 7\frac{1}{6}.$$

Звернемо увагу: якщо в результаті додавання (віднімання) дробів отримаємо скоротний дріб, то треба виконати скорочення.

2) Оскільки 1 можна розглядати як дріб $\frac{16}{16}$, то:

$$1 - \frac{9}{16} = \frac{16}{16} - \frac{9}{16} = \frac{7}{16}.$$

3) Маємо: $6 - 3\frac{7}{11} = 5\frac{11}{11} - 3\frac{7}{11} = 2\frac{4}{11}.$

4) У даному прикладі дробова частина зменшуваного менша від дробової частини від'ємника, і для того, щоб скористатися наведеним правилом, треба «підготувати» зменшуване до віднімання, а потім вже виконати віднімання:

$$5\frac{1}{6} - 2\frac{4}{9} = 5\frac{3}{18} - 2\frac{8}{18} = 4\frac{21}{18} - 2\frac{8}{18} = 2\frac{13}{18}.$$

Приклад 2. Один маляр може пофарбувати стіну за 6 год, а другий — за 8 год. Яку частину стіни вони пофарбують за 1 год, працюючи разом?

Перший маляр за 1 год фарбує $\frac{1}{6}$ стіни, а другий — $\frac{1}{8}$ стіни.

Тоді разом за 1 год вони пофарбують $\frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{4}{24} + \frac{3}{24} = \frac{7}{24}$ (стіни).

Відповідь: $\frac{7}{24}$ стіни.



1. Сформулюйте правило додавання (віднімання) дробів з різними знаменниками.
2. Які властивості має дія додавання дробів?

276.° Обчисліть:

1) $\frac{3}{7} + \frac{4}{9}$;	5) $\frac{17}{18} - \frac{11}{12}$;	9) $\frac{7}{9} - \frac{4}{15}$;
2) $\frac{8}{9} - \frac{7}{8}$;	6) $\frac{7}{16} + \frac{1}{6}$;	10) $\frac{9}{14} - \frac{3}{7} + \frac{15}{28}$;
3) $\frac{13}{15} - \frac{2}{3}$;	7) $\frac{2}{9} + \frac{5}{6}$;	11) $\frac{1}{6} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8}$;
4) $\frac{20}{21} + \frac{3}{7}$;	8) $\frac{10}{21} + \frac{9}{14}$;	12) $\frac{13}{18} - \frac{29}{45} + \frac{8}{15}$.

277.° Обчисліть:

1) $\frac{1}{4} + \frac{3}{5}$;	5) $\frac{14}{15} - \frac{7}{10}$;	9) $\frac{11}{24} - \frac{3}{16}$;
2) $\frac{9}{11} - \frac{2}{5}$;	6) $\frac{3}{8} + \frac{1}{6}$;	10) $\frac{9}{16} + \frac{7}{24} - \frac{3}{8}$;
3) $\frac{13}{16} - \frac{9}{32}$;	7) $\frac{9}{25} - \frac{7}{20}$;	11) $\frac{1}{3} - \frac{1}{6} + \frac{1}{4}$;
4) $\frac{3}{28} + \frac{5}{14}$;	8) $\frac{37}{42} - \frac{17}{24}$;	12) $\frac{2}{5} + \frac{4}{15} - \frac{5}{9}$.

278.° Знайдіть значення виразу, попередньо скоротивши дробі:

1) $\frac{25}{80} + \frac{45}{60}$;	3) $\frac{36}{300} + \frac{12}{40} - \frac{350}{1000}$;	5) $\frac{42}{120} + \frac{20}{32} - \frac{28}{160}$;
2) $\frac{20}{45} + \frac{26}{54}$;	4) $\frac{14}{24} - \frac{39}{90} + \frac{15}{100}$;	6) $\frac{45}{72} - \frac{33}{144} - \frac{20}{64}$.

279.° В одному глечуку було $\frac{3}{10}$ л сметани, а в другому — $\frac{4}{15}$ л. У якому глечуку було більше сметани і на скільки?

280.° Окунев піймав рибу завдовжки $\frac{8}{25}$ м, а Щукін — $\frac{13}{40}$ м. Хто з них піймав довшу рибу і на скільки?

281.° Попелюшка $\frac{11}{20}$ год прибирала кімнати, що на $\frac{2}{15}$ год більше часу, який вона витратила на миття посуду. Скільки часу Попелюшка витратила на прибирання і миття посуду разом?

282.° На сніданок Вінні-Пух з'їв $\frac{2}{9}$ горщика меду, що на $\frac{2}{15}$ горщика менше, ніж він з'їв на обід. Яку частину горщика меду Вінні-Пух з'їв на сніданок і на обід разом?

283.° Знайдіть значення суми:

1) $4\frac{5}{9} + 7\frac{1}{6}$; 2) $6\frac{11}{12} + 8\frac{13}{18}$; 3) $2\frac{3}{16} + 1\frac{7}{24} + 3\frac{1}{12}$.

284.° Знайдіть значення суми:

1) $5\frac{7}{8} + 6\frac{3}{10}$; 2) $6\frac{3}{8} + 2\frac{5}{9}$; 3) $1\frac{8}{21} + 4\frac{3}{14} + 2\frac{2}{7}$.

285.° Обчисліть значення виразу:

1) $8\frac{9}{14} - 3\frac{3}{7}$; 3) $12\frac{11}{12} - 5\frac{13}{18}$;
2) $7\frac{5}{12} - 3\frac{7}{24}$; 4) $19\frac{7}{9} - 8\frac{2}{15}$.

286.° Обчисліть:

1) $1 - \frac{17}{29}$; 2) $4 - \frac{7}{19}$; 3) $13 - 7\frac{3}{16}$; 4) $15 - 12\frac{16}{17}$.

287.° Обчисліть:

1) $1 - \frac{13}{55}$; 2) $6 - \frac{9}{20}$; 3) $10 - 5\frac{12}{35}$; 4) $8 - 4\frac{5}{22}$.

288.° Виконайте віднімання:

1) $3\frac{1}{12} - \frac{1}{6}$; 2) $8\frac{7}{30} - 2\frac{9}{20}$; 3) $7\frac{10}{51} - 4\frac{21}{34}$; 4) $5\frac{1}{4} - 1\frac{3}{8}$.

289.° Виконайте віднімання:

1) $4\frac{3}{16} - \frac{5}{8}$; 2) $6\frac{4}{9} - 3\frac{6}{7}$; 3) $10\frac{11}{24} - 8\frac{19}{36}$; 4) $9\frac{1}{6} - 5\frac{3}{4}$.

290.° Розв'яжіть рівняння:

1) $x + 7\frac{4}{15} = 9\frac{7}{10}$; 2) $8\frac{9}{14} - x = 4\frac{3}{7}$; 3) $x - 3\frac{8}{9} = 5\frac{1}{12}$.

291.° Розв'яжіть рівняння:

1) $6\frac{3}{11} + x = 10\frac{6}{7}$; 2) $9\frac{5}{36} - x = 2\frac{4}{9}$; 3) $x - 5\frac{17}{60} = 7\frac{9}{20}$.

292.° Перетворіть десяткові дроби у звичайні та обчисліть:

1) $0,8 - \frac{5}{7}$; 2) $0,36 + \frac{8}{15}$; 3) $7\frac{7}{8} - 3,18$; 4) $4,75 - 2\frac{3}{16}$.

293.° Перетворіть десяткові дробу у звичайні та обчисліть:

1) $0,5 + \frac{1}{3}$; 2) $\frac{2}{3} - 0,25$; 3) $0,125 + \frac{5}{12}$; 4) $3,25 - 2\frac{9}{14}$.

294.° Власна швидкість теплохода становить $20\frac{2}{7}$ км/год, а швидкість течії ріки — $2\frac{11}{14}$ км/год. Знайдіть швидкість теплохода за течією ріки і його швидкість проти течії.

295.° Швидкість катера за течією ріки становить $27\frac{1}{3}$ км/год, а швидкість течії — $1\frac{4}{9}$ км/год. Визначте власну швидкість катера і швидкість катера проти течії ріки.

296.° Розшифруйте прізвище відомого українського математика, який жив на межі ХІХ і ХХ ст. (номер прикладу відповідає місцю, на якому стоїть буква в слові):

1) $\frac{2}{9} + \frac{5}{6}$; 3) $6 - 1\frac{4}{9}$; 5) $1\frac{1}{7} + 2\frac{3}{28}$; 7) $\frac{1}{4} + \frac{1}{12} + \frac{2}{3}$.

2) $1 - \frac{5}{17}$; 4) $2\frac{1}{3} - 1\frac{1}{2}$; 6) $5\frac{1}{6} - 4\frac{1}{4}$;

Відповідь	$\frac{5}{6}$	$1\frac{1}{18}$	$4\frac{5}{9}$	$3\frac{1}{4}$	1	$\frac{11}{12}$	$\frac{12}{17}$
Буква	О	В	Р	Н	Й	И	О

До речі, якщо ти станеш фахівцем у галузі комп'ютерної графіки, то обов'язково познайомишся з працями цього вченого.

297.° Обчисліть значення виразу найзручнішим способом:

1) $\frac{3}{7} + \frac{14}{19} + \frac{4}{7} + \frac{5}{19}$;

4) $\frac{9}{40} + \frac{13}{50} + \frac{12}{50} + \frac{11}{40}$;

2) $\frac{7}{16} + \frac{11}{42} + \frac{9}{16} + \frac{17}{42}$;

5) $3\frac{5}{11} + 1\frac{3}{16} + 2\frac{5}{16} + 4\frac{6}{11}$;

3) $\frac{5}{18} + \frac{4}{81} + \frac{7}{18} + \frac{5}{81}$;

6) $1\frac{17}{24} + 3\frac{1}{36} + 5\frac{4}{24} + 2\frac{8}{36}$.

298.° Розв'яжіть рівняння:

1) $(x + \frac{5}{12}) - \frac{9}{20} = \frac{11}{15}$;

4) $\frac{4}{5} - (x + \frac{1}{60}) = \frac{2}{3}$;

2) $(x - \frac{11}{30}) - \frac{16}{45} = \frac{2}{9}$;

5) $4\frac{3}{4} - (x - 2\frac{5}{8}) = 3\frac{5}{6}$;

3) $(x - \frac{7}{15}) + \frac{5}{8} = \frac{17}{24}$;

6) $9\frac{9}{28} - (4\frac{5}{21} - x) = 6\frac{2}{7}$.

299. Розв'яжіть рівняння:

$$1) \left(x + \frac{4}{21}\right) - \frac{4}{15} = \frac{16}{35};$$

$$4) 3\frac{1}{6} - \left(x + 1\frac{1}{12}\right) = \frac{1}{4};$$

$$2) \left(x - \frac{8}{19}\right) - \frac{4}{57} = \frac{2}{3};$$

$$5) 6\frac{5}{27} - \left(x - 1\frac{2}{9}\right) = 3\frac{20}{81};$$

$$3) \left(x - \frac{8}{9}\right) + \frac{3}{8} = \frac{19}{36};$$

$$6) 3\frac{5}{36} - \left(1\frac{4}{9} - x\right) = 1\frac{17}{18}.$$

300. Виконайте дії:

$$1) 7\frac{7}{9} - 4\frac{1}{12} + 2\frac{3}{4};$$

$$3) 10\frac{9}{16} - \left(3\frac{11}{12} + 4\frac{4}{9}\right);$$

$$2) 17\frac{2}{3} - 6\frac{1}{36} + 4\frac{3}{8};$$

$$4) \left(20 - 7\frac{23}{36}\right) - \left(14\frac{4}{27} - 6\frac{1}{18}\right).$$

301. Виконайте дії:

$$1) 5\frac{5}{9} + 3\frac{1}{6} - 6\frac{4}{27};$$

$$3) 12\frac{13}{48} - \left(9\frac{17}{32} - 4\frac{5}{24}\right);$$

$$2) 1\frac{5}{7} + 3\frac{11}{14} - 2\frac{1}{4};$$

$$4) \left(18 - 10\frac{18}{35}\right) - \left(3\frac{9}{28} + 2\frac{3}{20}\right).$$

302. У трьох ящиках було $36\frac{9}{16}$ кг апельсинів. У першому і другому ящиках було $28\frac{7}{8}$ кг апельсинів, а в першому і третьому — $24\frac{3}{4}$ кг. Скільки кілограмів апельсинів було в кожному ящику?

303. На комп'ютері опрацьовували три задачі впродовж 30 хв. На першу і другу задачі було витрачено $24\frac{14}{15}$ хв, а на другу і третю — $18\frac{19}{45}$ хв. Скільки часу було витрачено на опрацювання кожної задачі?

304. Для приготування $6\frac{1}{2}$ кг крему кухар бере $3\frac{8}{15}$ кг молока, $\frac{7}{12}$ кг какао, а решту становить цукор. Скільки кілограмів цукру бере кухар для приготування крему?

305. Для виготовлення 12 кг морозива взяли $7\frac{4}{15}$ кг води, $2\frac{11}{20}$ кг молочного жиру, $1\frac{23}{30}$ кг цукру, а решту становив фруктовий сироп. Скільки взяли кілограмів сиропу?

306. Довжина однієї із сторін трикутника дорівнює $12\frac{3}{8}$ см, що на $4\frac{5}{24}$ см більше за довжину другої сторони і на $3\frac{2}{3}$ см менше від довжини третьої. Обчисліть периметр трикутника.

- 307.** Периметр трикутника дорівнює 42 см, а довжина однієї із сторін — $10\frac{7}{15}$ см, що на $2\frac{5}{6}$ см менше від довжини другої. Знайдіть довжину третьої сторони трикутника.
- 308.** Пилипко витратив $\frac{1}{2}$ своїх грошей на придбання книги «Цікава математика», $\frac{1}{4}$ — на цукерки, $\frac{1}{12}$ — на жувальну гумку, а решту — на чіпси. Яку частину своїх грошей Пилипко витратив на чіпси?
- 309.** Золотов, Сріблов, Платинов і Діамантов знайшли скарб. Золотову дісталось $\frac{1}{6}$ скарбу, Сріблову — $\frac{2}{9}$, Платинову — $\frac{5}{18}$, а решта — Діамантову. Яку частину скарбу отримав Діамантов?
- 310.** Івасик-Телесик може зорати поле за 6 год, а Котигорошко — за 4 год. Яку частину поля зорють Івасик-Телесик і Котигорошко, працюючи разом, за 1 год? за 2 год?
- 311.** Один робітник може пофарбувати паркан за 15 год, другий — за 12 год, а третій — за 10 год. Яку частину паркану вони пофарбують разом за 1 год? за 2 год? за 4 год?
- 312.** 1) Михайлик може з'їсти кавун за 12 хв, а Миколка — за 16 хв. Яка частина кавуна залишиться через 1 хв, якщо хлопчики почнуть їсти його одночасно?
2) Басейн можна наповнити водою за 6 год через одну трубу і спорожнити за 10 год через другу. Остап Забудько відкрив крани одночасно на обох трубах. Яка частина басейну залишиться незаповненою водою через 1 год після відкриття кранів на обох трубах?
- 313.** Петро Ледащенко може пофарбувати стіну за 24 год, а Іван Працелюб — за 8 год. Яка частина стіни залишиться непофарбованою після 1 год спільної роботи Ледащенка і Працелюба?
- 314.** Оленка і Марічка можуть разом передрукувати рукопис за 6 год. Яку частину рукопису передрукує Оленка за 1 год, якщо Марічка може передрукувати весь рукопис за 9 год?

315. Через дві труби басейн можна наповнити водою за 3 год. Яку частину басейну можна наповнити за 1 год через одну з цих труб, якщо через другу трубу його можна наповнити за 5 год?

316. Збільшиться чи зменшиться сума і на скільки, якщо:

1) один з доданків збільшити на $\frac{19}{30}$, а другий — на $\frac{14}{45}$;

2) один з доданків збільшити на $2\frac{3}{8}$, а другий зменшити на $1\frac{11}{12}$;

3) один з доданків збільшити на $4\frac{6}{11}$, а другий зменшити на $5\frac{5}{22}$;

4) один з доданків зменшити на $3\frac{7}{25}$, а другий — на $6\frac{11}{20}$?

317. Збільшиться чи зменшиться різниця і на скільки, якщо:

1) зменшуване збільшити на $14\frac{7}{83}$;

2) від'ємник збільшити на $4\frac{13}{57}$;

3) зменшуване збільшити на $\frac{4}{21}$, а від'ємник — на $\frac{9}{14}$;

4) зменшуване зменшити на $1\frac{1}{6}$, а від'ємник збільшити на $\frac{2}{3}$;

5) зменшуване збільшити на $\frac{13}{20}$, а від'ємник зменшити на $\frac{17}{30}$?

318. Збільшиться чи зменшиться різниця і на скільки, якщо:

1) зменшуване зменшити на $6\frac{19}{91}$;

2) від'ємник зменшити на $5\frac{1}{58}$;

3) зменшуване зменшити на $\frac{14}{45}$, а від'ємник — на $\frac{3}{10}$;

4) зменшуване зменшити на $2\frac{3}{8}$, а від'ємник збільшити на $3\frac{5}{16}$;

5) зменшуване збільшити на $7\frac{3}{28}$, а від'ємник зменшити на $8\frac{5}{8}$?

319.** Знайдіть значення виразу, обираючи зручний порядок обчислення:

1) $\left(9\frac{3}{7} + 2\frac{9}{16}\right) - 5\frac{3}{7}$; 3) $10\frac{5}{14} - \left(3\frac{5}{14} + 2\frac{9}{34}\right)$;

2) $\left(4\frac{5}{8} + 1\frac{6}{11}\right) - \frac{6}{11}$; 4) $7\frac{1}{7} - \left(2\frac{6}{13} + 3\frac{1}{7}\right)$.

320.** Знайдіть значення виразу, обираючи зручний порядок обчислення:

1) $\left(12\frac{19}{24} + 5\frac{19}{28}\right) - 3\frac{19}{24}$; 2) $6\frac{4}{9} - \left(1\frac{7}{24} + 4\frac{4}{9}\right)$.

321.** Порівняйте дроби без зведення їх до спільного знаменника:

1) $\frac{61}{62}$ і $\frac{62}{63}$; 2) $\frac{1003}{1007}$ і $\frac{103}{107}$.

322.** Спростіть вираз (буквами позначено натуральні числа):

1) $\frac{3a}{8b} - \frac{a}{5b}$; 2) $\frac{4m}{9n} + \frac{5m}{12n}$; 3) $\frac{7x}{6y} - \frac{4x}{15y}$.

323.** Спростіть вираз (буквами позначено натуральні числа):

1) $\frac{3}{a} + \frac{9}{2a}$; 2) $\frac{11c}{14d} + \frac{c}{21d}$; 3) $\frac{17p}{18q} - \frac{11p}{12q}$.

324.** Яке натуральне число є коренем рівняння:

1) $a + \frac{1}{a} = 7\frac{1}{7}$; 2) $b - \frac{1}{b} = 14\frac{14}{15}$?

325.** При яких найменших натуральних значеннях a і b є правильною рівність:

1) $\frac{1}{2 \cdot 3} = \frac{a}{2} - \frac{b}{3}$; 2) $\frac{4}{3 \cdot 5} = \frac{a}{3} - \frac{b}{5}$?

326.** Збільшиться чи зменшиться і на скільки значення дробу, якщо його чисельник збільшити на знаменник?

327.* Обчисліть значення виразу $\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{19 \cdot 20}$.

328.* Обчисліть значення виразу $\frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{2}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{2}{29 \cdot 31}$.

329.* Доведіть, що $\frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{18} > \frac{1}{2}$.

330.* Доведіть, що $\frac{1}{31} + \frac{1}{32} + \frac{1}{33} + \dots + \frac{1}{39} + \frac{1}{40} > \frac{1}{4}$.

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ



331. Запишіть:
- число 10 у вигляді дроби із знаменником: а) 1; б) 7;
 - число 1 у вигляді дроби із знаменником: а) 9; б) 96.
332. Укажіть п'ять чисел, кожне з яких має лише 3 різних дільники. Зробіть висновок, у якому випадку число має 3 різних дільники.
333. Не виконуючи обчислень, установіть, простим чи складеним числом є значення виразу $11 + 22^2 + 33^3$.
334. За 5 хв деревину розпиляли на рівні частини завдовжки 30 см. Якої довжини була деревина, якщо кожне розпилювання тривало 1 хв?
335. Відстань між двома пристанями по річці дорівнює 36,6 км. Від пристані, яка розташована вище за течією, відплив пліт. Через 0,8 год після початку руху плота назустріч йому від другої пристані вирушив катер, власна швидкість якого дорівнює 25 км/год. Через скільки годин після початку руху плота вони зустрінуться, якщо швидкість течії річки становить 2 км/год?
336. Знайдіть числа, яких не вистачає в ланцюжку обчислень:
- $3,6 \xrightarrow{:x} 18 \xrightarrow{\cdot y} 7,2 \xrightarrow{+z} 19$;
 - $160 \xrightarrow{:x} 64 \xrightarrow{+1,5} y \xrightarrow{\cdot 0,2} z$.

ГОТУЄМОСЬ ДО ВИВЧЕННЯ НОВОЇ ТЕМИ

337. Яку частину площі прямокутника $ABCD$ становить площа заштрихованого прямокутника (рис. 6)?
338. Знайдіть добуток дробів $\frac{3}{5}$ і $\frac{3}{4}$, попередньо перетворивши їх у десяткові. Результат запишіть у вигляді звичайного дробу.

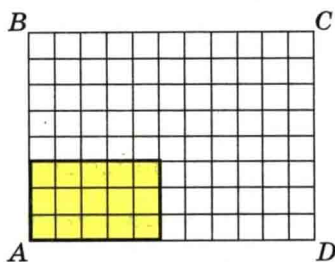


Рис. 6

339. Запишіть у вигляді неправильного дроби число:
- $3\frac{4}{9}$;
 - $2\frac{5}{12}$;
 - $4\frac{7}{15}$;
 - $7\frac{13}{100}$.

340. Спростіть вираз:
 1) $12 \cdot 3a$; 2) $0,6a \cdot 7b$; 3) $0,8m \cdot 0,5n \cdot 4p$.
341. Розкрийте дужки:
 1) $2(x + 7)$; 2) $7(5 - a)$; 3) $(c - 0,4) \cdot 1,2$.
342. Спростіть вираз:
 1) $1,6b - 0,5b$; 3) $3x + 17x - 5x$;
 2) $2,7c - c$; 4) $5,6a + 0,4a - 2$.

Понови в пам'яті зміст пунктів 16, 22 на с. 281, 283.

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ



343. Сергій і Сашко по черзі беруть камінці з купи, у якій лежить 100 камінців. За один хід кожному дозволяється брати або 1 камінець, або 3. Хто з них візьме останній камінець, якщо гру починає Сергій?

11. МНОЖЕННЯ ДРОБІВ

На рис. 7 зображено квадрат $ABCD$, сторона якого дорівнює $\frac{2}{9}$ дм. Чому дорівнює периметр P цього квадрата?

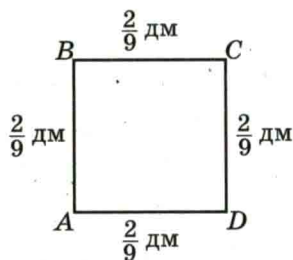


Рис. 7

Оскільки периметр квадрата дорівнює сумі довжин усіх його сторін, то запишемо:

$$P = \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} = \frac{8}{9} \text{ (дм)}.$$

Проте ти знаєш, що за допомогою добутку суму рівних доданків можна записувати коротше:

$$\underbrace{\frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9}}_{4 \text{ доданки}} = \frac{2}{9} \cdot 4.$$

Отже, $\frac{2}{9} \cdot 4 = \frac{8}{9}$.

Щоб помножити дріб на натуральне число, треба його чисельник помножити на це число, а знаменник залишити без зміни.

У буквеному вигляді це правило записують так:

$$\frac{a}{b} \cdot n = \frac{a \cdot n}{b}$$

Для $n = 0$ домовились вважати, що

$$\frac{a}{b} \cdot 0 = 0$$

Так само домовились, що

$$0 \cdot \frac{a}{b} = 0$$

А як помножити два дроби? Знайдемо, наприклад, добуток $\frac{4}{7} \cdot \frac{2}{3}$.

На рис. 8 зображено квадрат $ABCD$ із стороною 1 дм і прямокутник $AMKN$, сторони якого дорівнюють $\frac{4}{7}$ дм і $\frac{2}{3}$ дм. Площа цього прямокутника дорівнює $\frac{4}{7} \cdot \frac{2}{3}$ (дм²).

Водночас з рисунка видно, що площа прямокутника становить $\frac{8}{21}$

площі квадрата, тобто дорівнює $\frac{8}{21}$ дм². Отже, $\frac{4}{7} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{21}$.

Добутком двох дробів є дріб, чисельник якого дорівнює добутку чисельників, а знаменник — добутку знаменників:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Для дробів, як і для натуральних чисел, виконуються властивості множення:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \cdot \frac{a}{b} \text{ — переставна властивість,}$$

$$\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right) \cdot \frac{p}{q} = \frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} \cdot \frac{p}{q}\right) \text{ — сполучна властивість,}$$

$$\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) \cdot \frac{p}{q} = \frac{a}{b} \cdot \frac{p}{q} + \frac{c}{d} \cdot \frac{p}{q} \text{ — розподільна властивість}$$

Приклад 1. Знайдіть значення добутку:

1) $\frac{4}{9} \cdot \frac{15}{28}$;

2) $1\frac{3}{11} \cdot 1\frac{9}{35}$.

1) Маємо: $\frac{4}{9} \cdot \frac{15}{28} = \frac{4 \cdot 15}{9 \cdot 28}$.

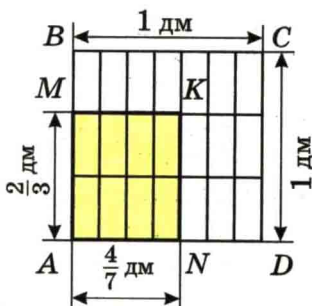


Рис. 8

Не поспішатимемо обчислювати добутки, записані в чисельнику і знаменнику, оскільки зручніше спочатку виконати скорочення:

$$\frac{4}{9} \cdot \frac{15}{28} = \frac{\overset{1}{4} \cdot \overset{5}{15}}{\underset{3}{9} \cdot \underset{7}{28}} = \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{5}{21}.$$

2) Щоб помножити мішані числа, треба спочатку записати їх у вигляді неправильних дробів, а потім скористатися правилом множення дробів:

$$1\frac{3}{11} \cdot 1\frac{9}{35} = \frac{14}{11} \cdot \frac{44}{35} = \frac{\overset{2}{14} \cdot \overset{4}{44}}{\underset{1}{11} \cdot \underset{5}{35}} = \frac{2 \cdot 4}{1 \cdot 5} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}.$$

Приклад 2. Знайдіть значення виразу, використовуючи розподільну властивість множення:

1) $(3 - \frac{5}{6} + \frac{7}{9}) \cdot 18$; 2) $2\frac{3}{11} \cdot \frac{7}{16} + 1\frac{8}{11} \cdot \frac{7}{16}$.

1) Маємо:

$$(3 - \frac{5}{6} + \frac{7}{9}) \cdot 18 = 3 \cdot 18 - \frac{5}{6} \cdot 18 + \frac{7}{9} \cdot 18 = 54 - 5 \cdot 3 + 7 \cdot 2 = 54 - 15 + 14 = 53.$$

2) З розподільної властивості множення випливає, що

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{p}{q} + \frac{c}{d} \cdot \frac{p}{q} = \frac{p}{q} \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d} \right).$$

Тоді:

$$2\frac{3}{11} \cdot \frac{7}{16} + 1\frac{8}{11} \cdot \frac{7}{16} = \frac{7}{16} \left(2\frac{3}{11} + 1\frac{8}{11} \right) = \frac{7}{16} \cdot 3\frac{11}{11} = \frac{7}{16} \cdot 4 = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}.$$

- ?**
1. Сформулюйте правило множення дробу на натуральне число.
 2. Що є добутком двох дробів?
 3. Чому дорівнює добуток будь-якого дробу і числа 0?
 4. Які властивості множення мають місце при множенні дробів?
 5. Як помножити два мішаних числа?

344.° Виконайте множення:

- | | | | |
|-----------------------------|-----------------------------|------------------------------|------------------------------|
| 1) $\frac{2}{13} \cdot 5$; | 3) $\frac{8}{9} \cdot 2$; | 5) $7 \cdot \frac{3}{40}$; | 7) $\frac{7}{12} \cdot 24$; |
| 2) $\frac{4}{17} \cdot 3$; | 4) $\frac{4}{49} \cdot 7$; | 6) $6 \cdot \frac{15}{18}$; | 8) $45 \cdot \frac{8}{15}$. |

345.° Виконайте множення:

1) $\frac{9}{35} \cdot 8$; 2) $\frac{7}{24} \cdot 16$; 3) $42 \cdot \frac{4}{7}$; 4) $\frac{6}{19} \cdot 57$.

346.° Знайдіть значення добутку:

1) $\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{5}$; 3) $\frac{4}{7} \cdot \frac{7}{9}$; 5) $\frac{22}{25} \cdot \frac{10}{77}$; 7) $\frac{6}{35} \cdot \frac{14}{15}$;
2) $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}$; 4) $\frac{15}{16} \cdot \frac{48}{55}$; 6) $\frac{13}{24} \cdot \frac{16}{39}$; 8) $\frac{36}{85} \cdot \frac{34}{39}$.

347.° Знайдіть значення добутку:

1) $\frac{6}{11} \cdot \frac{4}{7}$; 3) $\frac{8}{9} \cdot \frac{27}{32}$; 5) $\frac{34}{86} \cdot \frac{43}{51}$; 7) $\frac{63}{64} \cdot \frac{48}{91}$;
2) $\frac{7}{20} \cdot \frac{10}{21}$; 4) $\frac{23}{28} \cdot \frac{49}{46}$; 6) $\frac{7}{18} \cdot \frac{90}{77}$; 8) $\frac{19}{100} \cdot \frac{5}{38}$.

348.° Виконайте множення:

1) $9\frac{3}{7} \cdot \frac{5}{22}$; 4) $2\frac{8}{11} \cdot 5\frac{2}{15}$; 7) $2\frac{2}{7} \cdot 5\frac{1}{4}$;
2) $6\frac{3}{8} \cdot \frac{16}{17}$; 5) $2\frac{1}{4} \cdot 2\frac{2}{27}$; 8) $\frac{7}{9} \cdot 1\frac{1}{14} \cdot 5\frac{2}{5}$;
3) $2\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{5}$; 6) $19\frac{1}{2} \cdot 1\frac{5}{9}$; 9) $2\frac{2}{3} \cdot 1\frac{1}{24} \cdot 5\frac{2}{5}$.

349.° Виконайте множення:

1) $9\frac{3}{5} \cdot \frac{10}{21}$; 3) $1\frac{5}{7} \cdot 6\frac{1}{8}$; 5) $1\frac{13}{15} \cdot \frac{5}{8} \cdot 2\frac{2}{7}$;
2) $3\frac{11}{12} \cdot \frac{9}{94}$; 4) $3\frac{5}{9} \cdot 5\frac{1}{4}$; 6) $2\frac{1}{4} \cdot \frac{16}{27} \cdot 4\frac{1}{3}$.

350.° Знайдіть значення добутку:

1) $0,4 \cdot \frac{5}{9}$; 2) $\frac{8}{27} \cdot 0,75$; 3) $1,5 \cdot \frac{1}{6}$; 4) $2\frac{1}{7} \cdot 2,8$.

351.° Виконайте множення:

1) $0,8 \cdot \frac{7}{12}$; 2) $1\frac{2}{3} \cdot 0,6$; 3) $1,25 \cdot \frac{32}{45}$; 4) $4,5 \cdot 3\frac{1}{3}$.

352.° Знайдіть значення виразу:

1) $(\frac{11}{18} - \frac{4}{9}) \cdot \frac{3}{16}$; 3) $1\frac{3}{5}(\frac{3}{4} + 1\frac{3}{8})$;
2) $\frac{11}{18} - \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{16}$; 4) $1\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4} + 1\frac{3}{8}$;

- 5) $13\frac{4}{5} - 3\frac{1}{5} \cdot 3\frac{3}{4}$; 8) $(8 - 2\frac{1}{7} \cdot 3\frac{1}{9}) \cdot \frac{27}{44}$;
 6) $1\frac{3}{25} \cdot 2\frac{1}{7} - 2\frac{1}{9} \cdot \frac{27}{190}$; 9) $(\frac{4}{5} + \frac{4}{7})(7\frac{11}{12} - 5\frac{7}{9})$;
 7) $4\frac{7}{12} \cdot 1\frac{3}{11} + 1\frac{1}{15} \cdot \frac{45}{64}$; 10) $\frac{4}{5} + \frac{4}{7}(7\frac{11}{12} - 5\frac{7}{9})$.

353.° Знайдіть значення виразу:

- 1) $15\frac{4}{9} - 4\frac{4}{9} \cdot 3\frac{3}{8}$; 3) $(5\frac{1}{16} - 1\frac{1}{8})(\frac{5}{6} + \frac{3}{14})$;
 2) $\frac{81}{88}(6 - 1\frac{13}{15} \cdot 1\frac{19}{21})$; 4) $5\frac{1}{16} - 1\frac{1}{8}(\frac{5}{6} + \frac{3}{14})$.

354.° Яку відстань пройде поїзд за $\frac{5}{6}$ год, якщо його швидкість становить 66 км/год?

355.° Яку відстань пройде автомобіль за $2\frac{1}{4}$ год, якщо його швидкість становить 72 км/год?

356.° Скільки коштують $3\frac{3}{5}$ кг бананів, якщо ціна 1 кг бананів становить $5\frac{1}{2}$ грн.?

357.° Скільки коштують $6\frac{1}{4}$ кг цукерок, якщо ціна 1 кг цукерок дорівнює $2\frac{2}{5}$ грн.?

358.° З одного порту в інший одночасно вийшли теплохід і катер. Швидкість теплохода дорівнює $28\frac{7}{30}$ км/год, а швидкість катера — $36\frac{3}{20}$ км/год. Якою буде відстань між ними через $1\frac{1}{5}$ год після початку руху?

359.° З однієї станції в протилежних напрямках одночасно вирушили два поїзди. Один з них рухався зі швидкістю $52\frac{8}{15}$ км/год, а другий — $58\frac{3}{10}$ км/год. Якою буде відстань між ними через $2\frac{2}{5}$ год після початку руху?

360.° Виконайте множення:

- 1) $\frac{11}{15} \cdot \frac{21}{22} \cdot \frac{9}{28} \cdot \frac{8}{9}$; 3) $\frac{3}{8} \cdot 1\frac{5}{7} \cdot \frac{4}{9} \cdot 2\frac{1}{3}$;
 2) $2\frac{1}{2} \cdot 3\frac{1}{3} \cdot 4\frac{1}{5} \cdot \frac{8}{35}$; 4) $1\frac{4}{5} \cdot 1\frac{2}{3} \cdot 2\frac{1}{7} \cdot 4\frac{2}{3}$.

361.° Виконайте множення:

- 1) $\frac{5}{16} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{9}{25} \cdot \frac{5}{9}$; 2) $\frac{19}{25} \cdot \frac{40}{57} \cdot \frac{5}{36} \cdot \frac{9}{16}$;

3) $2\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot 10$;

4) $18\frac{1}{3} \cdot 1\frac{2}{11} \cdot 1\frac{4}{5} \cdot 15$.

362.* Знайдіть значення степеня:

1) $(\frac{1}{2})^4$;

2) $(\frac{2}{5})^3$;

3) $(1\frac{1}{3})^4$;

4) $(2\frac{2}{3})^2$.

363.* Знайдіть значення степеня:

1) $(\frac{1}{3})^5$;

2) $(\frac{3}{7})^3$;

3) $(1\frac{2}{5})^2$;

4) $(3\frac{1}{4})^2$.

364.* Знайдіть значення виразу:

1) $16\frac{7}{12} - \frac{11}{12} \cdot 1\frac{7}{33} + 1\frac{23}{72} \cdot \frac{4}{19}$;

4) $6\frac{2}{5} \cdot 1\frac{9}{16} - (2\frac{1}{4})^2$;

2) $5\frac{3}{4} \cdot 8 - 2\frac{1}{3} \cdot 1\frac{3}{14} - 1\frac{37}{48} \cdot 2\frac{2}{15}$;

5) $(2\frac{7}{10} - 1\frac{8}{15})^2 \cdot \frac{9}{14}$.

3) $1\frac{3}{22} \cdot 2\frac{14}{15} - (1\frac{5}{8} + 2\frac{1}{8} \cdot \frac{11}{17}) \cdot \frac{3}{7}$;

365.* Знайдіть значення виразу:

1) $2\frac{9}{20} + 2\frac{13}{18} \cdot 1\frac{19}{35} - 1\frac{13}{45} \cdot 1\frac{10}{29}$;

4) $(3\frac{1}{3})^2 - 2\frac{13}{16} \cdot 2\frac{2}{5}$;

2) $4\frac{2}{3} \cdot 6 - 1\frac{23}{42} \cdot 3\frac{1}{13} + 2\frac{1}{8} \cdot 1\frac{29}{51}$;

5) $(\frac{5}{12} + \frac{13}{20})^2 \cdot 1\frac{13}{32}$.

3) $(5\frac{3}{10} - 3\frac{4}{5} \cdot \frac{13}{38}) \cdot \frac{5}{84} + 2\frac{1}{12} \cdot \frac{4}{15}$;

366.* Обчисліть значення виразу найзручнішим способом:

1) $3\frac{5}{14} \cdot \frac{7}{9} - 2\frac{3}{14} \cdot \frac{7}{9}$;

3) $\frac{3}{4} \cdot 1\frac{3}{5} + 1\frac{3}{5} \cdot 1\frac{3}{8} - 1\frac{1}{2} \cdot 1\frac{3}{5}$;

2) $7\frac{1}{5} \cdot 2\frac{1}{8} + 7\frac{1}{5} \cdot 1\frac{5}{8}$;

4) $3\frac{9}{14} \cdot 0,3 - 0,3 \cdot 1\frac{10}{21} + 0,3 \cdot 1\frac{1}{6}$.

367.* Обчисліть значення виразу найзручнішим способом:

1) $4\frac{4}{9} \cdot \frac{5}{8} + \frac{5}{8} \cdot 3\frac{5}{9}$;

3) $2\frac{11}{15} \cdot 1\frac{1}{19} - 1\frac{1}{19} \cdot \frac{3}{10} - 1\frac{1}{6} \cdot 1\frac{1}{19}$;

2) $3\frac{7}{8} \cdot \frac{4}{5} - 1\frac{5}{8} \cdot \frac{4}{5}$;

4) $4\frac{7}{9} \cdot 1\frac{13}{14} - 3\frac{7}{12} \cdot 1\frac{13}{14} + 1\frac{13}{14} \cdot 1\frac{13}{18}$.

368.* Знайдіть значення виразу, використовуючи розподільну властивість множення:

1) $15(1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{5})$;

3) $\frac{7}{9}(\frac{6}{7} - \frac{9}{14})$;

2) $48(\frac{19}{24} - \frac{7}{12} + \frac{3}{8})$;

4) $(\frac{15}{16} - \frac{5}{12} + 2\frac{1}{2}) \cdot \frac{4}{5}$.

369.* Знайдіть значення виразу, використовуючи розподільну властивість множення:

1) $18(\frac{1}{3} - \frac{1}{9})$;

2) $(2 - \frac{3}{4} - \frac{4}{5}) \cdot 20$;

3) $(1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{9}) \cdot 18$;

4) $(\frac{5}{6} + \frac{5}{9}) \cdot \frac{18}{25}$.

370.* Спростіть вираз:

1) $\frac{7}{27}m \cdot \frac{9}{28}n$;

3) $20x \cdot \frac{11}{35}y$;

2) $5\frac{3}{5}k \cdot 1\frac{4}{21}p$;

4) $3\frac{4}{15}x \cdot 1\frac{17}{28}y \cdot \frac{4}{7}z$.

371.* Спростіть вираз:

1) $\frac{5}{8}a \cdot \frac{4}{15}b$;

3) $\frac{13}{24}d \cdot 32c$;

2) $6\frac{3}{4}x \cdot 1\frac{11}{45}y$;

4) $18\frac{1}{3}a \cdot 1\frac{2}{11}b \cdot \frac{9}{13}c$.

372.* Спростіть вираз:

1) $\frac{2}{3}a + \frac{5}{8}a + \frac{1}{6}a$;

4) $\frac{7}{12}y - \frac{3}{16}y + \frac{5}{24}y$;

2) $\frac{4}{5}b - \frac{2}{3}b + \frac{4}{15}b$;

5) $\frac{5}{7}m + \frac{3}{4}m - \frac{5}{8}m$;

3) $\frac{2}{5}x + \frac{4}{7}x - \frac{5}{14}x$;

6) $\frac{11}{15}c - \frac{5}{18}c - 0,4c$.

373.* Спростіть вираз і знайдіть його значення:

1) $\frac{3}{8}x + \frac{4}{9}x - \frac{5}{12}x$, якщо $x = 3\frac{3}{29}$;

2) $\frac{9}{10}c - \frac{2}{15}c - \frac{3}{5}c$, якщо $c = 2,4$;

3) $3\frac{3}{5}y - 2\frac{1}{3}y - \frac{1}{15}y$, якщо $y = 10$.

374.* Спростіть вираз і знайдіть його значення:

1) $\frac{1}{2}a + \frac{1}{3}a - \frac{1}{4}a$, якщо $a = 1\frac{5}{7}$;

2) $\frac{4}{7}b + \frac{5}{21}b - \frac{2}{3}b$, якщо $b = 2\frac{1}{3}$;

3) $1\frac{5}{12}m + 2\frac{7}{18}m - 1\frac{2}{9}m$, якщо $m = 1\frac{17}{31}$.

375.* Доведіть, що значення виразу не залежить від значення змінної:

1) $0,5x + 1,4 - \frac{7}{18}x - \frac{1}{9}x$;

3) $1\frac{17}{18}a + 1 - 1,5a - \frac{4}{9}a$;

2) $0,5x + \frac{1}{7}x + 7,4 - \frac{9}{14}x$;

4) $2,4 + 1,25b + \frac{5}{6}b - 2\frac{1}{12}b$.

376.* Розкрийте дужки:

1) $6(\frac{2}{3}a + \frac{5}{12}b)$;

2) $\frac{1}{3}(\frac{9}{11}m - \frac{6}{7}n)$;

$$3) 12\left(\frac{3}{4}x + \frac{13}{18}y - \frac{1}{24}z\right); \quad 4) 1\frac{1}{7}\left(7p + \frac{21}{24}q - 1\frac{3}{4}\right).$$

377. Розкрийте дужки:

$$1) 14\left(\frac{1}{2}m + \frac{3}{7}n\right); \quad 3) 8\left(\frac{1}{4}p - \frac{5}{24}q + \frac{7}{12}t\right);$$

$$2) \frac{1}{6}\left(\frac{12}{17}b - \frac{18}{23}c\right); \quad 4) 1\frac{3}{4}\left(4a + \frac{16}{21}b - 2\frac{2}{3}\right).$$

378. Довжина прямокутника дорівнює $5\frac{1}{7}$ дм, що на $3\frac{37}{63}$ дм більше за ширину. Обчисліть площу прямокутника.

379. Одна із сторін прямокутника дорівнює $3\frac{1}{5}$ м, а друга — в $1\frac{1}{4}$ раза більша за неї. Обчисліть площу прямокутника.

380. Довжина прямокутного паралелепіпеда дорівнює $8\frac{1}{3}$ см, що на $\frac{5}{6}$ см більше за його ширину і в $3\frac{3}{5}$ раза менше від його висоти. Обчисліть об'єм прямокутного паралелепіпеда.

381. Висота прямокутного паралелепіпеда дорівнює $1\frac{11}{14}$ см, довжина на $2\frac{5}{7}$ см більша за висоту, а ширина в $9\frac{4}{5}$ раза більша за висоту. Обчисліть об'єм паралелепіпеда.

382. Петрик ішов пішки $5\frac{1}{3}$ год зі швидкістю $4\frac{1}{8}$ км/год і їхав велосипедом $1\frac{7}{15}$ год зі швидкістю $12\frac{1}{2}$ км/год. Яка відстань більша: та, яку Петрик пройшов пішки, чи та, яку він пройшов велосипедом, і на скільки?

383. Оленка купила $4\frac{3}{5}$ кг апельсинів за ціною $7\frac{1}{2}$ грн. за кілограм і $5\frac{1}{4}$ кг яблук за ціною $3\frac{1}{5}$ грн. За які фрукти, апельсини чи яблука, Оленка заплатила більше і на скільки?

384. Велосипедист Андрій їхав зі швидкістю $8\frac{3}{4}$ км/год, а велосипедист Богдан — зі швидкістю в $1\frac{1}{7}$ раза більшою. Якою була відстань між велосипедистами спочатку, якщо Богдан наздогнав Андрія через $3\frac{4}{5}$ год після того, як вони одночасно почали рухатися?

385. З двох міст одночасно назустріч один одному вирушили велосипедист і легкова машина. Велосипедист їхав

зі швидкістю $10\frac{4}{5}$ км/год, а машина — зі швидкістю в $5\frac{5}{12}$ разів більшою. Знайдіть відстань між містами, якщо вони зустрілись через $3\frac{1}{3}$ год після початку руху.

386. Човен плив $\frac{3}{5}$ год проти течії річки і $1\frac{1}{2}$ год за течією. Який шлях подолав човен за весь час руху, якщо власна швидкість човна становить 18 км/год, а швидкість течії — $1\frac{1}{3}$ км/год?

387. Теплохід ішов 3 год проти течії і $1\frac{3}{5}$ год за течією річки. На скільки кілометрів менше пройшов теплохід за течією, ніж проти течії, якщо швидкість течії становить $2\frac{1}{4}$ км/год, а власна швидкість теплохода — $22\frac{1}{3}$ км/год?

388. Одна швачка може виконати деяке замовлення за 4 год, а друга — за 6 год. Яку частину замовлення вони виконають за $\frac{3}{4}$ год, працюючи разом? Чи вистачить їм 3 год, щоб, працюючи разом, виконати замовлення?

389. Один робітник може виконати виробниче завдання за 5 год, а другий — за 15 год. Яку частину завдання вони виконають, якщо працюватимуть разом $1\frac{1}{4}$ год? Чи встигнуть вони, працюючи разом, виконати завдання за 3 год?

390. Виконайте множення (буквами позначено натуральні числа):

$$1) \frac{2x}{9} \cdot \frac{3}{4y}; \quad 2) \frac{7ab}{8} \cdot \frac{6c}{35a}; \quad 3) \frac{5m}{4n} \cdot \frac{4m}{5n}; \quad 4) \frac{18xy}{13z} \cdot \frac{26z}{27x}.$$

391. Не виконуючи множення, поставте замість зірочки один із знаків «>», «<», «=»:

$$1) 200 \cdot \frac{6}{13} * 200; \quad 2) \frac{7}{8} \cdot \frac{3}{4} * \frac{7}{4} \cdot \frac{3}{8}; \quad 3) \frac{13}{20} * \frac{13}{20} \cdot \frac{7}{8}.$$

392. Не виконуючи множення, поставте замість зірочки один із знаків «>», «<», «=»:

$$1) 1000 * 1000 \cdot \frac{2}{3}; \quad 2) \frac{19}{6} \cdot \frac{5}{5} * \frac{19}{6}; \quad 3) \frac{7}{12} * \frac{7}{12} \cdot \frac{9}{8}.$$

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ



393. Басейн, який має форму прямокутного паралелепіпеда, потрібно наповнити водою на висоту 1,6 м. Для цього відкрили трубу, через яку до басейну щохвилини наливається $2,4 \text{ м}^3$ води. За який час басейн буде наповнено водою до вказаної висоти, якщо довжина його дорівнює 25 м, ширина — 12 м?
394. Василько переклав з одного ящика в другий $2\frac{1}{3}$ кг яблук, після чого в кожному ящику стало по 20 кг. Скільки кілограмів яблук було в кожному ящику спочатку?
395. Запишіть усі правильні дроби, чисельник яких дорівнює 3 і які більші за $\frac{3}{7}$.
396. Фермер вирішив посадити кущі смородини. Він міг посадити їх або в 4 ряди, або в 6. Скільки кущів смородини вирішив він посадити, якщо відомо, що їх було більше за 85, але менше від 100?
397. З одного аеродрому в одному напрямку з інтервалом 0,4 год вилетіли два літаки. Перший літак летів зі швидкістю 640 км/год, а другий — зі швидкістю 720 км/год. Через скільки годин після свого вильоту другий літак буде попереду першого на відстані 24 км?
398. Скільки рівносторонніх трикутників зображено на рис. 9?
399. Порівняйте:
- 1) $\frac{14}{3}$ і 4; 2) $\frac{12}{5}$ і 3; 3) 6 і $\frac{35}{6}$.
400. Скоротіть дроби:
- 1) $\frac{124}{279}$; 3) $\frac{888}{999}$; 5) $\frac{2323}{3434}$;
 2) $\frac{324}{378}$; 4) $\frac{1111}{111\ 111}$; 6) $\frac{121\ 212}{191\ 919}$.

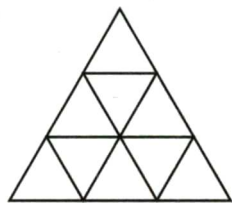


Рис. 9

ГОТУЄМОСЬ ДО ВИВЧЕННЯ НОВОЇ ТЕМИ

401. Запишіть у вигляді десяткового дробу:
 1) 7 %; 2) 26 %; 3) 60 %; 4) 180 %.
402. Запишіть у вигляді звичайного дробу:
 1) 6 %; 2) 36 %; 3) 80 %; 4) 140 %.

403. Запишіть у відсотках:

1) 0,12;

3) 0,5;

5) $1\frac{1}{25}$;

7) 1,12;

2) 0,05;

4) 0,324;

6) 4;

8) 0,467.

Понови в пам'яті зміст пункту 10 на с. 279.

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ



404. На дошці було написано три двоцифрових числа, перша зліва цифра одного з них була 5, другого — 6, а третього — 7. Учитель попросив трьох учнів додати будь-які два з цих чисел. Перший учень отримав 147, другий і третій — різні трицифрові числа, перші зліва дві цифри яких 1 і 2. Які числа було написано на дошці?

12. ЗНАХОДЖЕННЯ ДРОБУ ВІД ЧИСЛА

На присадибній ділянці росте 36 дерев. З них $\frac{7}{9}$ становлять вишні. Скільки вишень росте на ділянці?

У п'ятому класі ти розв'язував цю задачу за такою схемою:

1) знайдемо, скільки дерев становить $\frac{1}{9}$ всіх дерев:

$$36 : 9 = 4 \text{ (дерев);}$$

2) знайдемо, скільки дерев становить $\frac{7}{9}$ всіх дерев:

$$4 \cdot 7 = 28 \text{ (дерев).}$$

Отже, у саду росте 28 вишень.

У таких випадках кажуть, що ми знайшли $\frac{7}{9}$ від числа 36, а подібні задачі називають задачами на знаходження дробу від числа.

Проте знайдену відповідь (28 дерев) можна отримати простішим способом. Для цього просто можна помножити число 36 на дріб $\frac{7}{9}$:

$$36 \cdot \frac{7}{9} = \frac{36 \cdot 7}{9} = 4 \cdot 7 = 28.$$

Щоб знайти дріб від числа, можна число помножити на цей дріб.

Таким самим способом можна розв'язувати задачі на знаходження відсотків від числа.

Приклад 1. Полуниці містять у середньому 6 % цукру.

Скільки кілограмів цукру міститься в 15 кг полуниць?

Запишемо 6 % у вигляді десяткового дробу: $6\% = 0,06$.

Тоді:

$15 \cdot 0,06 = 0,9$ (кг) — цукру міститься в полуницях.

Відповідь: 0,9 кг.

Отже, щоб знайти відсотки від числа, можна подати відсотки у вигляді дробу і помножити число на цей дріб.

Приклад 2. У магазин завезли 480 кг шоколадних цукерок і карамельок, причому карамельки становили 60 % від кількості шоколадних цукерок. Скільки кілограмів шоколадних цукерок завезли в магазин?

Нехай шоколадних цукерок було x кг, тоді карамельок, враховуючи, що $60\% = 0,6$, було $0,6x$ кг. Оскільки всього було 480 кг цукерок, то складемо рівняння:

$$x + 0,6x = 480.$$

$$\text{Тоді } 1,6x = 480;$$

$$x = 480 : 1,6;$$

$$x = 300.$$

Отже, шоколадних цукерок було 300 кг.

Відповідь: 300 кг.

- ?**
1. Як знайти дріб від числа?
 2. Як знайти відсотки від числа?

405.° Знайдіть:

1) $\frac{3}{5}$ від числа 60;

4) $\frac{24}{65}$ від числа $\frac{39}{40}$;

2) 0,16 від числа 20;

5) $\frac{3}{7}$ від числа $5\frac{3}{5}$;

3) $\frac{5}{6}$ від числа $\frac{3}{20}$;

6) $\frac{3}{8}$ від числа $2\frac{2}{3}$.

406.° Знайдіть:

1) 14 % від числа 60;

3) 8 % від числа $\frac{3}{16}$;

2) 40 % від числа 32;

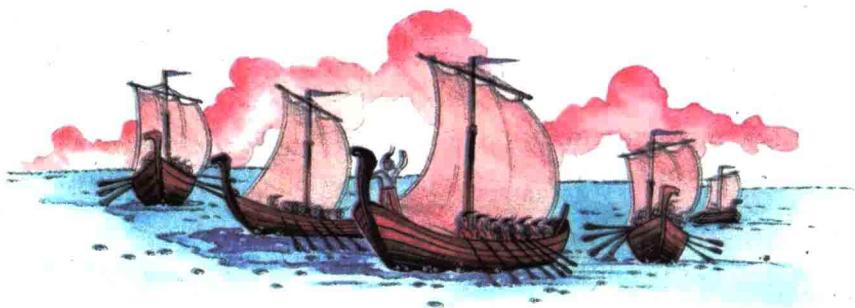
4) 180 % від числа $3\frac{1}{3}$.

407.° Скільки градусів становлять:

1) $\frac{2}{15}$ прямого кута;

2) $\frac{13}{20}$ розгорнутого кута?

- 408.° Скільки градусів становлять:
- 1) $\frac{23}{18}$ прямого кута; 2) $\frac{11}{12}$ розгорнутого кута?
- 409.° Михайлик зібрав 260 грибів, з них $\frac{5}{13}$ становили білі. Скільки білих грибів зібрав Михайлик?
- 410.° Оксанка спекла 105 пиріжків, з них $\frac{22}{35}$ становили пиріжки з вишнями. Скільки пиріжків з вишнями спекла Оксанка?
- 411.° Магазин продав 480 кг огірків і помідорів, причому огірки становили 85 % цих овочів. Скільки кілограмів огірків продали?
- 412.° Загін козаків з 720 чоловік вирушив у похід на човнах-чайках. У кожен човен сіло 12,5 % загону. Скільки козаків було в кожному човні? На скількох човнах-чайках козаки вирушили в похід?



- 413.° Агрофірма має 140 га землі, 16 % якої займає яблуневий сад. Знайдіть площу саду.
- 414.° Мідь становить $\frac{4}{7}$ маси сплаву. Скільки кілограмів міді міститься у 280 кг такого сплаву?
- 415.° Сіль становить $\frac{5}{9}$ маси розчину. Скільки кілограмів солі міститься у 18 кг такого розчину?
- 416.° Продали m порцій морозива, $\frac{5}{8}$ яких становило ескімо. Складіть вираз для визначення кількості порцій ескімо та обчисліть його значення при $m = 120$.

- 417.° У саду росло a кущів троянд, $\frac{3}{14}$ яких становили рожеві. Складіть вираз для визначення кількості кущів рожевих троянд та обчисліть його значення при $a = 210$.
- 418.° Перевезли 1440 кг апельсинів і мандаринів. Апельсини становили $\frac{7}{12}$ перевезених фруктів. Скільки кілограмів мандаринів перевезли?
- 419.° Побудували 192 котеджі, $\frac{7}{16}$ яких були двоповерховими, а решта — триповерховими. Скільки триповерхових котеджів побудували?
- 420.° На скільки 3,5 % від числа 32 більше, ніж $\frac{2}{9}$ від числа 0,45?
- 421.° На скільки $\frac{8}{27}$ від числа 5,4 більше, ніж $4\frac{2}{3}$ % від числа $\frac{6}{7}$?
- 422.° Підручники становлять $\frac{1}{3}$ всіх книжок шкільної бібліотеки, а підручники з математики — $\frac{6}{25}$ усіх підручників. Яку частину всіх книжок, що є в бібліотеці, становлять підручники з математики?
- 423.° Каштани становлять $\frac{5}{18}$ усіх дерев, що ростуть у парку, а дуби — $\frac{9}{10}$ від кількості каштанів. Яку частину всіх дерев у парку становлять дуби?
- 424.° Троє робітників виготовили 216 деталей. Перший робітник виготовив $\frac{7}{18}$ їх кількості, другий — $\frac{13}{36}$. Скільки деталей виготовив третій робітник?
- 425.° Посланий з важливим донесенням з Києва до Парижа, барон Мюнхгаузен проскакав на коні 2400 км за чотири дні. За перший день він подолав $\frac{3}{20}$ відстані, за другий — $\frac{4}{15}$, за третій — $\frac{7}{30}$. Скільки кілометрів проскакав барон Мюнхгаузен за четвертий день?
- 426.° Залізний Дроворуб нарубав $9\frac{3}{8}$ м³ дров. Першого дня він нарубав $\frac{2}{5}$ дров, а другого — $\frac{4}{9}$ решти. Скільки кубометрів дров нарубав Залізний Дроворуб другого дня?

- 427.** За три тижні продали 324 коробки цукерок. За перший тиждень продали $\frac{5}{18}$ цієї кількості, за другий — $\frac{15}{26}$ решти. Скільки коробок цукерок продали за третій тиждень?
- 428.** Том Соєр пофарбував паркан прямокутної форми, довжина якого дорівнювала $9\frac{1}{3}$ фута¹, а висота становила $\frac{5}{14}$ довжини. Скільки фарби використав Том, якщо на 1 квадратний фут він витрачав $4\frac{1}{2}$ фунта² фарби?
- 429.** Для банку замовили новий сейф, що має форму прямокутного паралелепіпеда. Довжина сейфа дорівнювала 3 м, ширина становила $\frac{13}{50}$ довжини, а висота — $\frac{15}{26}$ ширини. Скільки злитків золота, що мають форму куба з ребром 6 см, можна сховати в новому сейфі?
- 430.** Банк «Ламаний гріш» отримав у червні 200 сольдо прибутку, у липні — 0,65 від прибутку червня, у серпні — $\frac{16}{13}$ від прибутку липня. Скільки сольдо становив прибуток банку за три літніх місяці?
- 431.** Акціонерне товариство «Поле чудес» мало в грудні 1200 сольдо збитків, у січні — 135 % від збитків грудня, у лютому — $\frac{25}{18}$ від збитків січня. Скільки сольдо становили збитки АТ «Поле чудес» за три зимових місяці?
- 432.** До їдальні завезли 405 кг овочів: капусту, моркву та картоплю. Морква становила 32 % від капусти, картопля — 138 % від капусти. Скільки кілограмів капусти завезли до їдальні?
- 433.** Федоренко, Дмитренко і Петренко виграли разом у лотею 1800 грн. Виграш Дмитренка становив 64 % виграшу Федоренка, а виграш Петренка — 76 % виграшу Федоренка. Скільки гривень становив виграш кожного з них?

¹ 1 фут = 30,48 см.

² 1 фунт = 454 г.

- 434.* З поля площею $14\frac{2}{7}$ га зібрали врожай цукрового буряку по 280 ц буряку з кожного гектара. На цукровий завод відвезли $\frac{9}{16}$ урожаю. Скільки цукру виробив завод з цих буряків, якщо вихід цукру становить $\frac{1}{6}$ маси перероблених буряків?
- 435.* З поля площею $11\frac{1}{4}$ га зібрали врожай насіння соняшнику по $21\frac{1}{3}$ ц з кожного гектара. На олію переробили $\frac{33}{40}$ зібраної кількості насіння. Скільки отримали олії, якщо її вихід становить $\frac{1}{3}$ маси переробленого насіння?
- 436.** Козак Василь наварив кулешу. Сам з'їв $\frac{1}{4}$ казана, козаку Чубу він дав $\frac{1}{3}$ залишку, козаку Біловусу — $\frac{1}{2}$ нового залишку, а козаку Мамаю — решту. Після обіду козаки ніяк не могли з'ясувати, кому з них дісталось більше кулешу. Допоможіть їм розібратися.
- 437.** Числа a і b не дорівнюють 0. Яке з них більше, якщо:
- 1) $\frac{3}{4}$ від a дорівнює $\frac{2}{3}$ від b ;
 - 2) $\frac{2}{5}$ від a дорівнює $\frac{5}{7}$ від b ?
- 438.** Від шнура, довжина якого 10 м, спочатку відрізали $\frac{1}{5}$ його довжини, потім — $\frac{1}{25}$ початкової довжини, а потім — $\frac{1}{19}$ того, що залишилося. Скільки метрів шнура залишилося після цих трьох операцій?
- 439.** Доведіть, що a % від числа b дорівнює b % від числа a .
- 440.** Відомо, що $\frac{1}{2}$ одного числа дорівнює $\frac{1}{3}$ другого. Яке з цих чисел більше (дані числа відмінні від 0)?
- 441.* У класі вчиться менше 50 учнів. За контрольну роботу з математики $\frac{1}{7}$ учнів отримали оцінку «12», $\frac{1}{3}$ учнів — оцінку «9», $\frac{1}{2}$ учнів — оцінку «6». Решта учнів, на жаль, отримали оцінку нижчу, ніж 6 балів. Скільки учнів отримали оцінку нижче шести балів?
- 442.* Вода при замерзанні збільшує свій об'єм на $\frac{1}{11}$. На яку частину зменшиться об'єм льоду при перетворенні його на воду?

- 443.* На футбольний матч «Динамо» – «Шахтар» з Донецька приїхало 13 автобусів з уболівальниками. На стадіоні їх поділили на дві рівні групи. Скільки гостей приїхало, якщо $\frac{11}{17}$ усіх донецьких уболівальників не перевищує 300, а в кожному автобусі була однакова кількість пасажирів?
- 444.* У саду росли груші і яблуні, всього 100 дерев. Скільки яблунь росло в саду, якщо 20 % їх кількості дорівнює 60 % кількості груш?
- 445.* Кількість відсутніх у класі учнів становить $\frac{1}{6}$ від кількості присутніх. Після того як один учень вийшов з класу, кількість відсутніх становила $\frac{1}{5}$ кількості присутніх. Скільки всього учнів у цьому класі?

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ



446. Порівняйте:

1) $\frac{26}{63}$ і $\frac{17}{56}$; 2) $\frac{31}{42}$ і $\frac{19}{24}$; 3) $\frac{2003}{2004}$ і $\frac{2004}{2005}$.

447. Знайдіть значення виразу:

$$4\frac{4}{9} \cdot 1\frac{1}{32} \cdot 1\frac{1}{5} - \left(2\frac{11}{14} - 2\frac{2}{35}\right) \cdot 4\frac{2}{3}.$$

448. Що більше і на скільки: різниця чисел $1\frac{1}{9}$ і $\frac{3}{8}$ чи їх добуток?
449. Відстань між містами А і В дорівнює 72 км. З міста А в місто В виїхав велосипедист зі швидкістю 9 км/год. Через 3 год після виїзду велосипедиста з А в В виїхав мотоцикліст, який наздогнав велосипедиста на відстані 31,5 км від міста А. На якій відстані від міста В буде велосипедист, коли туди приїде мотоцикліст?

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ



450. Черепаха повзе по площині зі сталою швидкістю, змінюючи напрям руху на 90° через кожні 15 хв. Доведіть, що повернутися в точку старту вона зможе тільки через цілу кількість годин після початку руху.

13. ВЗАЄМНО ОБЕРНЕНІ ЧИСЛА

Якщо дріб $\frac{4}{9}$ «перевернути», тобто поміняти місцями чисельник і знаменник, то отримаємо дріб $\frac{9}{4}$.

Знайдемо добуток цих дробів:

$$\frac{4}{9} \cdot \frac{9}{4} = \frac{4 \cdot 9}{9 \cdot 4} = 1.$$

Два числа, добуток яких дорівнює 1, називають взаємно оберненими.

Отже, числа $\frac{4}{9}$ і $\frac{9}{4}$ — взаємно обернені.

Також кажуть, що число $\frac{9}{4}$ є **оберненим** до числа $\frac{4}{9}$, а число $\frac{4}{9}$ — обернене до числа $\frac{9}{4}$.

Наведемо приклади пар взаємно обернених чисел:

$\frac{3}{17}$ і $5\frac{2}{3}$ — взаємно обернені числа, оскільки $\frac{3}{17} \cdot 5\frac{2}{3} = \frac{3}{17} \cdot \frac{17}{3} = 1$;

$1,02$ і $\frac{50}{51}$ — взаємно обернені числа, оскільки $1,02 \cdot \frac{50}{51} = 1$;
 $= 1 \cdot \frac{2}{100} \cdot \frac{50}{51} = 1 \cdot \frac{1}{50} \cdot \frac{50}{51} = \frac{51}{50} \cdot \frac{50}{51} = 1$;

$2,5$ і $0,4$ — взаємно обернені числа, оскільки $2,5 \cdot 0,4 = 1$.

Число, обернене до 1, є саме число 1.

Числу 0 оберненого числа не існує.

Зрозуміло, що до числа $\frac{a}{b}$ оберненим є число $\frac{b}{a}$. Дійсно,
 $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = \frac{ab}{ba} = 1$.

Приклад. Знайдіть число, обернене до числа:

1) 5; 2) $7\frac{2}{9}$; 3) 1,4.

1) Запишемо число 5 у вигляді дроби із знаменником 1. Маємо: $5 = \frac{5}{1}$. Тоді зрозуміло, що числом, оберненим до числа 5, буде дріб $\frac{1}{5}$.

І взагалі, якщо n — натуральне число, то оберненим до нього є число $\frac{1}{n}$.

2) Запишемо число $7\frac{2}{9}$ у вигляді неправильного дроби: $7\frac{2}{9} = \frac{65}{9}$. Отже, оберненим до $7\frac{2}{9}$ є число $\frac{9}{65}$.

3) Маємо: $1,4 = 1\frac{4}{10} = 1\frac{2}{5} = \frac{7}{5}$. Тоді шукане число $\frac{5}{7}$.

1. Які числа називають взаємно оберненими?
2. Як записати число, обернене до дробу $\frac{a}{b}$?
3. Як записати число, обернене до натурального числа?
4. Як знайти число, обернене до мішаного числа?
5. Чи для будь-якого числа знайдеться обернене?
6. Чи існує число, обернене саме до себе?
7. Чи правильно, що для будь-якого правильного дробу обернене число буде неправильним дробом?
8. Чи правильно, що для будь-якого неправильного дробу обернене число буде правильним дробом?

451.° Укажіть число, обернене числу:

- 1) $\frac{3}{5}$; 2) 12; 3) $3\frac{2}{9}$; 4) 0,16; 5) $\frac{1}{17}$; 6) 2,3.

452.° Укажіть число, обернене числу:

- 1) $\frac{7}{11}$; 2) 6; 3) $2\frac{2}{5}$; 4) 0,23; 5) $\frac{1}{9}$; 6) 3,6.

453.° Чи будуть взаємно оберненими числа:

- 1) $3\frac{1}{6}$ і $\frac{6}{19}$; 3) 0,4 і 0,25; 5) 1,4 і $\frac{6}{7}$;
 2) 0,4 і $2\frac{1}{2}$; 4) 1,2 і $\frac{5}{6}$; 6) $1\frac{3}{7}$ і 0,7?

454.° Обчисліть найзручнішим способом:

- 1) $\frac{12}{19} \left(1\frac{7}{12} \cdot 4\frac{13}{21} \right)$; 2) $\left(3\frac{2}{7} \cdot 25,8 \right) \cdot \frac{7}{23}$.

455.° Обчисліть найзручнішим способом:

- 1) $\left(6\frac{8}{11} \cdot \frac{4}{5} \right) \cdot 1\frac{1}{4}$; 2) $2\frac{5}{6} \left(17,8 \cdot \frac{6}{17} \right)$.

456.° Укажіть число, обернене до:

- 1) суми чисел $\frac{7}{18}$ і $\frac{7}{12}$; 3) різниці чисел $\frac{13}{60}$ і $\frac{7}{40}$;
 2) суми чисел $2\frac{13}{14}$ і $1\frac{20}{21}$; 4) добутку чисел $\frac{22}{35}$ і $\frac{21}{44}$.

457.° Укажіть число, обернене до:

- 1) різниці чисел $8\frac{3}{4}$ і $7\frac{5}{6}$; 2) добутку чисел $1\frac{1}{15}$ і $\frac{5}{16}$.

458.° 1) Перше число становить $\frac{1}{2}$ другого. У скільки разів друге число більше за перше?

2) Перше число становить $\frac{3}{2}$ другого. Яку частину першого числа становить друге?

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ

459. Знайдіть серед чисел $1,4$; $1\frac{2}{5}$; $\frac{28}{20}$; $1,04$; $1\frac{6}{15}$; $\frac{7}{5}$; $\frac{35}{30}$; $1\frac{2}{7}$ рівні.



460. За першу годину автомобіль проїхав 70 км, за другу — на $\frac{1}{7}$ більше, ніж за першу, за третю — $\frac{13}{16}$ того, що за другу, а за четверту — $\frac{15}{43}$ того, що за перші три години разом. Яку відстань проїхав автомобіль за 4 год?

ГОТУЄМОСЬ ДО ВИВЧЕННЯ НОВОЇ ТЕМИ

461. Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{x}{8} = 5$; 2) $\frac{x}{0,4} = 0,8$; 3) $7x = 4$; 4) $3x = 1$.

Понови в пам'яті зміст пунктів 18, 26 на с. 282, 284.

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ

462. Василь і Сашко грають у таку гру: вони по черзі (Василь першим) ламають шоколадку, що має 6×8 клітинок. За один хід дозволяється зробити прямолінійний розлом будь-якого куска вздовж поглиблення між клітинками шоколадки. Програє той, хто в черговий раз не зможе цього зробити. Хто з них виграє?



14. ДІЛЕННЯ ДРОБІВ

Знайдемо площу S прямокутника, сторони якого дорівнюють $\frac{2}{5}$ дм і $\frac{3}{7}$ дм (рис. 10). Маємо:

$$S = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{6}{35} \text{ (дм}^2\text{)}.$$

А як знайти одну із сторін прямокутника, якщо друга сторона дорівнює $\frac{2}{5}$ дм, а площа — $\frac{6}{35}$ дм²?

Зрозуміло, що слід виконати ділення:

$$\frac{6}{35} : \frac{2}{5}.$$

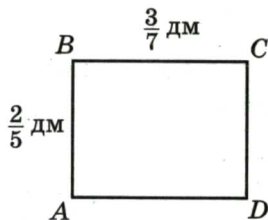


Рис. 10

Проте ми знаємо, що «невідома» сторона дорівнює $\frac{3}{7}$ дм.
Отже,

$$\frac{6}{35} : \frac{2}{5} = \frac{3}{7}.$$

Зауважимо, що частку $\frac{3}{7}$ можна отримати в результаті множення діленого $\frac{6}{35}$ на дріб, обернений до дільника $\frac{2}{5}$, тобто на дріб $\frac{5}{2}$.

Дійсно,

$$\frac{6}{35} \cdot \frac{5}{2} = \frac{\overset{3}{6} \cdot \overset{1}{5}}{\underset{7}{35} \cdot \underset{1}{2}} = \frac{3}{7}.$$

$$\text{Маємо: } \frac{6}{35} : \frac{2}{5} = \frac{6}{35} \cdot \frac{5}{2} = \frac{3}{7}.$$

Отже, ділення дробів можна звести до множення дробів, користуючись таким правилом:

щоб поділити один дріб на інший, треба ділене помножити на число, обернене до дільника.

У буквеному вигляді це правило записують так:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

Звернемо увагу на те, що

$$1 : \frac{a}{b} = \frac{b}{a}; \quad 0 : \frac{a}{b} = 0.$$

На нуль ділити не можна.

Приклад 1. Виконайте ділення: 1) $10 : \frac{6}{7}$; 2) $1\frac{7}{8} : 1\frac{9}{16}$.

1) Записавши ділене у вигляді дробу зі знаменником 1, отримаємо:

$$10 : \frac{6}{7} = \frac{10}{1} : \frac{6}{7} = \frac{10}{1} \cdot \frac{7}{6} = \frac{\overset{5}{10} \cdot 7}{1 \cdot \underset{3}{6}} = \frac{35}{3} = 11\frac{2}{3}.$$

2) Перетворимо мішані числа в неправильні дробу, а потім виконаємо ділення за правилом ділення дробів:

$$1\frac{7}{8} : 1\frac{9}{16} = \frac{15}{8} : \frac{25}{16} = \frac{\overset{3}{15} \cdot \overset{2}{16}}{\underset{1}{8} \cdot \underset{5}{25}} = \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}.$$

Приклад 2. Велосипедист проїжджає відстань між селами Сонячне і Місячне за 2 год, а пішохід проходить цю відстань за 6 год. Велосипедист і пішохід одночасно вирушили з цих сіл назустріч один одному. Через скільки годин після початку руху вони зустрінуться?

Відстань між селами прийемо за одиницю. За 1 год велосипедист проїжджає $\frac{1}{2}$ цієї відстані, а пішохід проходить $\frac{1}{6}$ відстані.

1) $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ (відстані) — подолають разом велосипедист і пішохід за 1 год.

2) $1 : \frac{2}{3} = 1 \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{2} = 1,5$ (год) — час, за який велосипедист і пішохід подолають усю відстань, тобто вони зустрінуться через 1,5 год.

Відповідь: 1,5 год.

1. Сформулюйте правило ділення дробів.
2. Як поділити два мішаних числа?

463.° Виконайте ділення:

- 1) $\frac{3}{7} : \frac{5}{6}$; 3) $\frac{7}{16} : \frac{42}{43}$; 5) $\frac{9}{25} : \frac{27}{50}$; 7) $\frac{2}{3} : \frac{1}{6}$;
2) $\frac{3}{14} : \frac{2}{21}$; 4) $\frac{3}{4} : \frac{21}{40}$; 6) $\frac{45}{56} : \frac{63}{64}$; 8) $\frac{65}{98} : \frac{26}{49}$.

464.° Виконайте ділення:

- 1) $\frac{11}{15} : \frac{3}{8}$; 3) $\frac{12}{55} : \frac{48}{77}$; 5) $\frac{27}{50} : \frac{9}{25}$; 7) $\frac{5}{8} : \frac{5}{32}$;
2) $\frac{6}{35} : \frac{18}{25}$; 4) $\frac{21}{40} : \frac{3}{4}$; 6) $\frac{63}{64} : \frac{45}{56}$; 8) $\frac{14}{55} : \frac{1}{5}$.

465.° Знайдіть значення частки:

- 1) $8 : \frac{3}{5}$; 4) $\frac{3}{4} : 2$; 7) $\frac{12}{25} : 4$; 10) $1\frac{7}{8} : 2\frac{11}{32}$;
2) $10 : \frac{5}{6}$; 5) $\frac{10}{11} : 10$; 8) $1 : \frac{7}{8}$; 11) $7\frac{3}{5} : \frac{19}{25}$;
3) $12 : \frac{15}{16}$; 6) $\frac{4}{7} : 3$; 9) $5\frac{1}{3} : 1\frac{5}{9}$; 12) $1\frac{1}{35} : 2\frac{4}{7}$.

466.° Знайдіть значення частки:

- 1) $6 : \frac{7}{9}$; 3) $13 : \frac{26}{29}$; 5) $\frac{9}{16} : 6$; 7) $1\frac{5}{9} : 1\frac{8}{27}$; 9) $3\frac{17}{27} : 1\frac{4}{45}$;
2) $\frac{7}{9} : 5$; 4) $16 : \frac{4}{11}$; 6) $1 : \frac{13}{18}$; 8) $2\frac{10}{13} : 3\frac{3}{26}$; 10) $2\frac{4}{7} : 1\frac{1}{35}$.

467.° Знайдіть значення виразу:

- 1) $3\frac{3}{4} : \frac{3}{8} : 1\frac{3}{7}$; 8) $\frac{5}{12} + \frac{1}{8} : \frac{3}{8}$;
2) $3\frac{3}{4} : (\frac{3}{8} : 1\frac{3}{7})$; 9) $2\frac{6}{7} : (\frac{5}{6} - \frac{9}{14})$;
3) $1\frac{7}{9} \cdot \frac{15}{32} : 1\frac{19}{36}$; 10) $2\frac{6}{7} : \frac{5}{6} - \frac{9}{14}$;
4) $1\frac{7}{9} (\frac{15}{32} : 1\frac{19}{36})$; 11) $2\frac{1}{4} : 1\frac{4}{11} - \frac{3}{8} : \frac{7}{8}$;
5) $3\frac{4}{7} : 1\frac{1}{7} \cdot \frac{2}{3}$; 12) $(7 - 1\frac{5}{9} : \frac{7}{24}) : \frac{20}{27}$;
6) $3\frac{4}{7} : (1\frac{1}{7} \cdot \frac{2}{3})$; 13) $(3\frac{1}{6} - 5\frac{1}{6} : 4\frac{2}{15}) \cdot \frac{3}{92}$.
7) $(\frac{5}{12} + \frac{1}{8}) : \frac{3}{8}$;

468.° Знайдіть значення виразу:

- 1) $12 : 3\frac{3}{8} - 1\frac{1}{4} : \frac{15}{32}$; 3) $(1\frac{1}{35} : \frac{4}{5} - 1\frac{8}{35}) \cdot 3\frac{1}{3}$.
2) $1\frac{31}{35} : (2 - \frac{8}{9} : 1\frac{19}{45})$;

469.° Розв'яжіть рівняння:

- 1) $\frac{2}{7}x = \frac{9}{14}$; 3) $3x = \frac{2}{9}$; 5) $\frac{18}{49} : x = \frac{6}{35}$;
2) $\frac{3}{8}x = 6$; 4) $x : \frac{6}{11} = \frac{3}{7}$; 6) $\frac{3}{8}x = 2,4$.

470.° Розв'яжіть рівняння:

- 1) $\frac{25}{27}x = \frac{5}{18}$; 3) $4x = \frac{5}{7}$; 5) $4\frac{4}{9} : x = \frac{5}{27}$;
2) $\frac{13}{17}x = 39$; 4) $x : 2\frac{2}{15} = 1\frac{9}{16}$; 6) $1\frac{4}{9}x = 5,2$.

471.° Знайдіть швидкість поїзда, якщо за $\frac{8}{15}$ год він проїхав $34\frac{2}{3}$ км.

472.° За який час автобус проїде 63 км, якщо його швидкість становить $50\frac{2}{5}$ км/год?

473.° Скільки коштує 1 кг цукерок, якщо за $2\frac{1}{5}$ кг заплатили 22 грн.?

474.° Яка маса 1 дм³ сплаву, якщо маса $5\frac{1}{3}$ дм³ цього сплаву дорівнює $3\frac{5}{9}$ кг?

475.° У двох цистернах було 120 т нафти. Скільки тонн нафти було в кожній цистерні, якщо в одній з них було в $1\frac{2}{9}$ раза більше нафти, ніж у другій?

476.° У двох контейнерах було 90 кг яблук. Скільки кілограмів яблук було в кожному контейнері, якщо в одному з них було в $2\frac{1}{3}$ раза менше яблук, ніж у другому?

477.° Знайдіть середнє арифметичне чисел:

1) $\frac{5}{6}$ і $\frac{7}{20}$;

3) $2\frac{3}{5}$, $3\frac{3}{10}$, $2\frac{1}{2}$;

2) $1\frac{3}{7}$ і $2\frac{5}{21}$;

4) $7\frac{5}{24}$, $6\frac{7}{24}$, $8\frac{1}{6}$.

478.° Знайдіть значення виразу:

1) $(2\frac{13}{48} + 2\frac{5}{12}) : 3\frac{3}{4} - 9\frac{3}{4} : 12$;

2) $(8 : 2\frac{10}{19} - 1\frac{13}{15} \cdot 1\frac{6}{49}) : (3\frac{1}{12} - 1\frac{25}{36})$.

479.° Знайдіть значення виразу:

1) $(2\frac{5}{9} - 1\frac{20}{21}) : 1\frac{8}{49} + 1\frac{8}{9} : 6$;

2) $(1\frac{17}{18} \cdot 1\frac{13}{14} - 2\frac{5}{8} : 1\frac{19}{20}) : (2\frac{25}{78} - 1\frac{1}{26})$.

480.° Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{3}{8}x + \frac{7}{12}x - \frac{5}{6}x = \frac{9}{32}$;

5) $2\frac{1}{3} : x - 1\frac{1}{6} = 1\frac{5}{9}$;

2) $7\frac{3}{10} + \frac{25}{28}x = 8\frac{13}{35}$;

6) $2\frac{1}{3} : (x - 1\frac{1}{6}) = 1\frac{5}{9}$;

3) $3\frac{1}{3} - 1\frac{1}{20}x = 1\frac{14}{15}$;

7) $27 : (31\frac{3}{7}x - 2\frac{11}{14}x) = 1\frac{1}{8}$.

4) $5\frac{11}{14}x - \frac{8}{15} = \frac{5}{21}$;

481.° Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{5}x = 1\frac{19}{75}$;

3) $\frac{11}{18} - \frac{14}{27}x = \frac{5}{12}$;

2) $4\frac{2}{9}x + 3\frac{5}{14} = 6\frac{11}{21}$;

4) $2\frac{2}{11}x - \frac{5}{16} = 1\frac{3}{4}$;

$$5) 4\frac{1}{2} : x + 1\frac{3}{4} = 3\frac{19}{28}; \quad 7) 48 : (3\frac{4}{5}x - 25) = 1\frac{1}{2}.$$

$$6) 3\frac{2}{3} : (x - 2\frac{4}{15}) = 3\frac{5}{13};$$

- 482.** Автомобіль їде зі швидкістю 80 км/год. Скільки кілометрів він проїжджає за 1 хв? Яка швидкість автомобіля в метрах за хвилину?
- 483.** Пішохід рухається зі швидкістю 5 км/год. Виразить його швидкість у метрах за хвилину і в метрах за секунду.
- 484.** Із села до місця риболовлі Іван Петрович проплив на плоту $10\frac{4}{5}$ км, а повертався на човні, який рухався зі швидкістю $4\frac{1}{20}$ км/год, витративши на зворотний шлях на $1\frac{5}{6}$ год менше. Знайдіть швидкість течії річки.
- 485.** Теплохід проходить $40\frac{1}{2}$ км за течією річки за $1\frac{1}{2}$ год. На скільки більше часу витратить теплохід на зворотний шлях, якщо швидкість течії дорівнює $3\frac{3}{8}$ км/год?
- 486.** Довжина трамвайного маршруту дорівнює $15\frac{3}{4}$ км. На маршруті є 12 зупинок, на кожному з яких трамвай витрачає в середньому $1\frac{1}{6}$ хв. За який час трамвай подолає весь маршрут, якщо його швидкість дорівнює $13\frac{1}{8}$ км/год?
- 487.** Довжина маршруту, який автобус проходить за $\frac{7}{10}$ год, дорівнює $20\frac{1}{4}$ км. Автобус рухається на маршруті зі швидкістю 45 км/год і робить 10 зупинок. Скільки часу в середньому витрачається на кожен зупинку автобуса?
- 488.** Потрібно розфасувати $32\frac{1}{2}$ кг цукру в пакети по $\frac{3}{4}$ кг у кожній. Скільки вийде повних пакетів?
- 489.** Для зв'язування однієї пачки книг потрібно $1\frac{1}{3}$ м мотузки. Для зв'язування скількох таких пачок вистачить 18 м мотузки?
- 490.** Скільки банок місткістю 0,3 л потрібно, щоб розлити в них 5 л варення?

- 491.* Скільки цеберок місткістю $6\frac{2}{3}$ л потрібно, щоб розлити в них 70 л молока?
- 492.* Маляр Іван Іванович може відремонтувати кабінет математики за 24 год, а маляр Петро Петрович — за 48 год. За скільки годин, працюючи разом, вони відремонтують цей кабінет?
- 493.* Кіт Том з'їдає смажену індичку за 20 хв, а мишеня Джеррі — за 30 хв. За скільки хвилин Том і Джеррі справляться з індичкою разом?
- 494.* Один робітник може виконати завдання за 30 год, а другому для цього потрібно в $1\frac{1}{2}$ раза більше часу, ніж першому. За скільки годин вони виконають це завдання, працюючи разом? Яку частину завдання при цьому виконає кожен з них?
- 495.* Один тракторист може зорати поле за 12 днів, другому для цього потрібно в $1\frac{1}{5}$ раза менше часу, ніж першому, а третьому — в $1\frac{1}{2}$ раза більше, ніж другому. За скільки днів вони разом можуть зорати поле? Яку частину поля при цьому зоре кожен з них?
- 496.* Через одну трубу басейн можна наповнити водою за 10 год. Наповнення басейну через другу трубу потребує в $1\frac{1}{4}$ раза менше часу. За який час наповниться басейн, якщо відкрити одночасно обидві труби? Яка частина басейну наповнюється при цьому через кожну трубу?
- 497.* Два робітники, працюючи разом, можуть виконати певну роботу за 6 год. Один із них, працюючи самостійно, може виконати цю роботу за 15 год. За скільки годин її може виконати самостійно другий робітник?
- 498.* Пасажирський поїзд проходить відстань між двома містами за 36 год. Якщо одночасно з цих міст вийдуть назустріч один одному пасажирський і товарний поїзди, то вони зустрінуться через 20 год після початку руху. За який час товарний поїзд може подолати відстань між містами?

499." Через першу трубу басейн можна наповнити водою за 3 год, а через другу — за 6 год. Спочатку 2 год була відкрита перша труба, потім її закрили, але відкрили другу. За скільки годин було наповнено басейн?

500." Одна бригада може виконати замовлення за 9 днів, а друга — за 12 днів. Спочатку перша бригада працювала 3 дні, а потім її замінила друга. За скільки днів було виконано замовлення?

501." Виконайте ділення (буквами позначено натуральні числа):

$$1) \frac{2a}{21} : \frac{4b}{49}; \quad 2) \frac{11m}{9n} : \frac{22n}{27m}; \quad 3) \frac{36ab}{17c} : \frac{21b}{34c}; \quad 4) \frac{51x}{32y} : \frac{17x}{16y}.$$

502." Знайдіть найменше натуральне число, при діленні якого на $\frac{4}{5}$ і $\frac{6}{7}$ у результаті отримаємо натуральні числа.

503." Котра зараз година, якщо до кінця доби залишилося $\frac{4}{5}$ того часу, що вже минуло від початку доби?

504." Знайдіть найменше натуральне число, при діленні якого на $\frac{6}{11}$, $\frac{8}{17}$ і $\frac{12}{19}$ у результаті отримаємо натуральні числа.

505." Знайдіть значення виразу:

$$1) 1 - \frac{2}{3 + \frac{1}{2}}; \quad 2) \frac{8 - \frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}}{8 + \frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}}; \quad 3) \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}.$$

506." Обчисліть:

$$1) 2 + \frac{1}{1 + \frac{2}{1 + \frac{1}{3}}}; \quad 2) \frac{2 - \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{4}}{2}}{2 + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{4}}{2}}; \quad 3) \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{3}}}}.$$

- 507.* Збільшиться чи зменшиться значення дробу і в скільки разів, якщо до його знаменника додати число, яке дорівнює цьому знаменнику?
- 508.* Човен пропливає певну відстань по озеру за 6 год, а за течією річки — за 5 год. За скільки годин ту саму відстань пропливе пліт річкою?
- 509.* Деяку відстань за течією річки катер проходить за 3 год, а пліт — за 15 год. За скільки годин цей катер проходить ту саму відстань проти течії річки?
- 510.* Теплохід проходить певну відстань за течією річки за 2 год, а проти течії — за 3 год. За скільки годин ту саму відстань пропливе пліт?

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ



511. За перший день туристи пройшли $\frac{5}{12}$ наміченого шляху, за другий — 30 % шляху, а за третій — решту. Яку частину шляху пройшли туристи за третій день?
512. На ремонт класу було виділено 2800 грн., з яких $\frac{3}{7}$ витратили на придбання фарби. Скільки грошей залишилось?
513. У книжці 240 сторінок. Оленка прочитала $\frac{5}{16}$ кількості сторінок у книжці. Скільки сторінок залишилось прочитати Оленці?
514. Кут ABC — прямий, промінь BM проведено так, що $\angle MBC = 120^\circ$, промінь BK — бісектриса кута ABC . Обчисліть градусну міру кута MVK . Скільки розв'язків має задача?

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ

515. В один ряд розміщено 1000 фішок. Будь-які дві фішки, розміщені через одну, дозволяється поміняти місцями. Чи можна переставити фішки у зворотному порядку?



15. ЗНАХОДЖЕННЯ ЧИСЛА ЗА ЙОГО ДРОБОМ

На присадибній ділянці росте 28 вишень, що становить $\frac{7}{9}$ кількості всіх дерев, які ростуть у саду. Скільки всього дерев росте на ділянці?

У п'ятому класі ти розв'язував цю задачу за такою схемою:

1) знайдемо, скільки дерев становить $\frac{1}{9}$ кількості всіх дерев:

$$28 : 7 = 4 \text{ (дерева);}$$

2) знайдемо, скільки всього дерев росте на ділянці:

$$4 \cdot 9 = 36 \text{ (дерева).}$$

У цій задачі, знаючи, що 28 становить $\frac{7}{9}$ кількості всіх дерев, ми знайшли загальну кількість дерев у саду. Подібні задачі називають задачами на знаходження числа за значенням його дробу.

Зауважимо, що знайдену відповідь (36 дерев) можна отримати простішим способом. Для цього число 28 можна поділити на дріб $\frac{7}{9}$:

$$28 : \frac{7}{9} = \frac{28 \cdot 9}{7} = 4 \cdot 9 = 36.$$

Щоб знайти число за значенням його дробу, можна це значення поділити на цей дріб.

Таким самим способом можна розв'язувати задачі на знаходження числа за його відсотками.

Приклад. У діжку налили 84 л води. Який об'єм цієї діжки, якщо виявилось, що заповнено 70 % її об'єму?

Запишемо 70 % у вигляді десяткового дробу: 70 % = 0,7.

Тепер маємо:

$$84 : 0,7 = 120 \text{ (л)} \text{ — об'єм діжки.}$$

Відповідь: 120 л.

Щоб знайти число за його відсотками, можна подати відсотки у вигляді дробу і поділити значення відсотків на цей дріб.

1. Як знайти число за значенням його дробу?

2. Як знайти число за його відсотками?

516.° Знайдіть число, якщо: 1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{1}{4}$; 3) 0,4; 4) $\frac{4}{9}$; 5) $\frac{12}{13}$;
6) $\frac{24}{25}$ його дорівнює 48.

517.° Знайдіть число, якщо: 1) $\frac{1}{2}$; 2) 0,2; 3) $\frac{2}{3}$; 4) $\frac{7}{8}$; 5) $\frac{8}{11}$;
6) $\frac{14}{13}$ його дорівнює 56.

518.° Знайдіть число:

- 1) $\frac{3}{4}$ якого дорівнюють 12; 4) 0,9 якого дорівнюють 81;
- 2) $\frac{6}{13}$ якого дорівнюють 24; 5) $\frac{9}{7}$ якого дорівнюють $7\frac{1}{14}$;
- 3) $\frac{7}{9}$ якого дорівнюють 63; 6) $\frac{5}{7}$ якого дорівнюють $\frac{5}{7}$.

519.° Знайдіть число:

- 1) $\frac{8}{15}$ якого дорівнюють 40; 3) $\frac{15}{8}$ якого дорівнюють 120;
- 2) $\frac{5}{27}$ якого дорівнюють $4\frac{4}{9}$; 4) $\frac{3}{5}$ якого дорівнюють $\frac{9}{10}$.

520.° Знайдіть число, якщо:

- 1) 24 % цього числа дорівнюють 48;
- 2) 75 % цього числа дорівнюють $\frac{1}{4}$;
- 3) $3\frac{1}{3}$ % цього числа дорівнюють 5;
- 4) 108 % цього числа дорівнюють 86,4.

521.° Знайдіть число, якщо:

- 1) 13 % цього числа дорівнюють 52;
- 2) 80 % цього числа дорівнюють $\frac{3}{5}$;
- 3) $2\frac{2}{7}$ % цього числа дорівнюють $\frac{32}{49}$.

522.° У залі для глядачів Міжнародного центру культури і мистецтв (м. Київ) 1960 місць, що становить $\frac{49}{92}$ кількості місць для глядачів у Національному палаці «Україна». Скільки місць для глядачів у палаці «Україна»?



Національний палац «Україна»



Міжнародний центр культури і мистецтв (м. Київ)

- 523.° Михайлик прочитав 144 сторінки, що становило $\frac{3}{5}$ сторінок у книжці. Скільки сторінок було в книжці?
- 524.° Команда шестикласників виграла змагання з футболу, а її кращий бомбардир забив 16 голів, що становило $\frac{4}{15}$ усіх голів, забитих цією командою. Скільки всього голів забила команда шестикласників?
- 525.° Чому дорівнює відстань між двома містами, якщо 36 км становить 15 % цієї відстані?
- 526.° На придбання книжок для шкільної бібліотеки виділили певну суму грошей, 8 % якої витратили на придбання словників. Яку суму виділили на придбання книжок, якщо на словники витратили 280 грн.?
- 527.° На сніданок Вінні-Пух з'їв $\frac{6}{17}$ барильця меду, а на обід — решту 22 кг. Скільки кілограмів меду було в барильці?
- 528.° За перший день продали $\frac{13}{21}$ усіх груш, а за другий — решту 128 кг. Скільки кілограмів груш продали за два дні?
- 529.° 1) Один із двох доданків дорівнює 320, що становить $\frac{40}{51}$ їх суми. Знайдіть другий доданок.
2) Знайдіть різницю двох чисел, якщо від'ємник дорівнює 49, що становить $\frac{7}{12}$ зменшуваного.
- 530.° 1) Один із двох доданків дорівнює 42, що становить $\frac{6}{23}$ другого доданка. Знайдіть їх суму.
2) Знайдіть різницю двох чисел, якщо зменшуване дорівнює 90 і становить $\frac{9}{5}$ від'ємника.
- 531.° У 1746 році в Єлисаветграді¹ при фортеці було відкрито казенну школу, де вивчали Закон Божий, німецьку і французьку мови, арифметику, вчилися малювати, співати, танцювати. Школу відвідували 60 дівчат, що становило $\frac{3}{4}$ кількості хлопчиків. Скільки всього учнів було в цій школі?

¹ Сьогодні це місто Кіровоград.

- 532.** Одна із сторін прямокутника дорівнює $2\frac{5}{8}$ дм, що становить $\frac{7}{6}$ довжини другої сторони. Обчисліть периметр і площу прямокутника.
- 533.** Довжина прямокутного паралелепіпеда дорівнює 45 см, ширина становить $\frac{4}{9}$ довжини і $\frac{12}{7}$ висоти. Обчисліть об'єм прямокутного паралелепіпеда.
- 534.** Периметр трикутника дорівнює 56 см. Довжина однієї з його сторін становить $\frac{5}{14}$ периметра і $\frac{15}{8}$ довжини другої сторони. Знайдіть сторони трикутника.
- 535.** Периметр прямокутника дорівнює $15\frac{1}{3}$ см, що становить $\frac{23}{6}$ його довжини. Знайдіть ширину прямокутника.
- 536.** Учні шостого класу посадили біля школи дерева. Фруктові дерева становили $\frac{11}{15}$ посаджених дерев. Вишні становили $\frac{4}{11}$ фруктових дерев. Скільки всього дерев посадили шестикласники, якщо вишень посадили 12?
- 537.** На птахофермі були курчата, качки й індички. Качки становили 0,42 усіх птахів, а індички — $\frac{9}{28}$ качок. Скільки всього птахів на фермі, якщо індичок було 54?
- 538.** У дитячій санаторій привезли апельсини, мандарини і яблука. Апельсини становили $\frac{7}{18}$ усіх фруктів, мандарини — $\frac{5}{12}$, а яблука — решту 28 кг. Скільки кілограмів фруктів привезли в санаторій?
- 539.** Відомо, що $\frac{7}{20}$ армії царя Гороха становили стрілецькі полки, $\frac{13}{30}$ армії — драгунські полки, а решта 26 полків — козацькі. Скільки полків було в армії царя Гороха?
- 540.** Петро, Федір та Іван збирали яблука. Іван зібрав 23 % яблук, Петро — 39 %, а Федір — решту 190 кг. Скільки кілограмів яблук вони збрали разом?
- 541.** Скільки кілограмів овочів завезли в магазин, якщо огірки становили 27 % овочів, картопля — 42 %, а решту 496 кг — капуста?

- 542.* Готуючись до олімпіади з математики, Максим у суботу та неділю розв'язував задачі. У суботу він розв'язав $\frac{7}{18}$ усіх задач, а в неділю — $\frac{2}{9}$ усіх задач і решту 14 задач. Скільки всього задач розв'язав Максим за два дні?
- 543.* Готуючись до олімпіади з англійської мови, Галина займалася перекладом тексту. За один день вона переклала $\frac{5}{12}$ сторінок тексту і ще 10 сторінок, після чого їй залишилося перекласти $\frac{3}{8}$ сторінок тексту. Скільки сторінок тексту треба було перекласти?
- 544.* У 1621 році в переможній Хотинській битві зійшлися з одного боку козацьке військо на чолі з гетьманом П. Сагайдачним і польська армія, а з іншого — турецька і татарська армії. У козацькому війську було близько 40 000 козаків, що становило $1\frac{1}{3}$ від кількості польської армії. У татарській армії було 60 000 вояків, що становило $\frac{2}{5}$ від кількості турецького війська. У скільки разів українсько-польське військо було меншим від армії супротивника?
- 545.* Розповідають, що на запитання, скільки учнів у його школі, великий давньогрецький учений Піфагор відповів: «Половина вивчає математику, чверть — музику, сьома частина проводить час у мовчазних роздумах, крім того, є ще три жінки». Скільки учнів було в школі Піфагора?
- 546.* Знайдіть число, $\frac{10}{13}$ якого дорівнюють $\frac{11}{14}$ від числа 280.
- 547.* Знайдіть $\frac{7}{24}$ числа, $\frac{3}{8}$ якого становлять 36.
- 548.* Буратіно витратив $\frac{13}{28}$ своїх грошей на купівлю підручників, а на купівлю цукерок — $\frac{11}{18}$ решти. Після цього в нього залишилось 35 сольдо. Скільки сольдо було у Буратіно спочатку?
- 549.* Троє мишенят знайшли головку сиру. Одне мишеня з'їло $\frac{7}{12}$ головки, друге — $\frac{7}{15}$ залишку, а третє — решту $1\frac{2}{3}$ кг сиру. Яка маса головки сиру?

550.* За перший день у магазині продали $\frac{5}{9}$ завезеної тканини, за другий — 35 % залишку, а за третій — решту 52 м. Скільки метрів тканини завезли в магазин?

551.* За перший місяць відремонтували 55 % дороги, за другий — $\frac{3}{8}$ залишку, а за третій — решту 45 км. Скільки кілометрів дороги відремонтували за три місяці?

552.* Група альпіністів за перший день пододала $\frac{1}{3}$ висоти гори, за другий — $\frac{1}{3}$ висоти, що залишилася, за третій — знову $\frac{1}{3}$ висоти, що залишилась, а за четвертий день альпіністи подолали решту 800 м і досягли вершини. Знайдіть висоту цієї гори.

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ



553. Знайдіть значення виразу:

1) $\frac{5}{9} + \frac{4}{9} \cdot 3\frac{1}{6} \cdot \left(\frac{4}{19} + 1\frac{5}{38} - \frac{75}{76}\right)$;

2) $\left(1\frac{5}{54} - \frac{11}{36}\right) \cdot 3\frac{3}{5} \cdot 2\frac{2}{7} - 1\frac{2}{7} \cdot 1\frac{5}{9}$.

554. Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{2}{3}x = 1$; 2) $5x = \frac{1}{6}$; 3) $4x = \frac{1}{4}$; 4) $7x = 20$.

555. Знайдіть координату точки А (рис. 11).

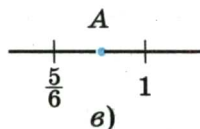
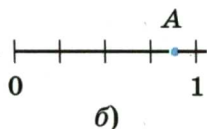
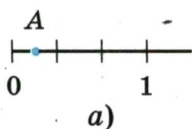


Рис. 11

556. Збільшиться чи зменшиться дріб і в скільки разів, якщо його чисельник збільшити в 4 рази, а знаменник зменшити в 3 рази?

ГОТУЄМОСЬ ДО ВИВЧЕННЯ НОВОЇ ТЕМИ

557. З чисел 20, 45, 50, 125, 64, 505 виберіть ті, розклад яких на прості множники містить лише числа 2 і 5.

558. Чи можна нескоротний дріб із знаменником 3 звести до дроби із знаменником 10? 100? 1000? Відповідь обґрунтуйте.

Понови в пам'яті зміст пункту 6 на с. 277.

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ



559. Після того як сім разів використали під час прання кусок мила, його довжина, ширина і висота зменшилися вдвічі. Скільки разів можна використати під час прання кусок мила, що залишився?

16. ПЕРЕТВОРЕННЯ ЗВИЧАЙНИХ ДРОБІВ У ДЕСЯТКОВІ

Нагадаємо, що для звичайних дробів зі знаменниками 10, 100, 1000 і т. д. знайдено «одноповерхову» форму запису — десяткові дроби. Наприклад, $\frac{7}{10} = 0,7$; $\frac{23}{100} = 0,23$; $\frac{19}{1000} = 0,019$. Тому будь-який десятковий дріб легко перетворити у звичайний дріб або в мішане число. Дійсно,

$$0,2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}; \quad 2,75 = 2\frac{75}{100} = 2\frac{3}{4}; \quad 7,0007 = 7\frac{7}{10\,000}.$$

За допомогою основної властивості дробу неважко, наприклад, дробі $\frac{1}{2}$, $\frac{23}{50}$ перетворити в десяткові:

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{5}{10} = 0,5;$$
$$\frac{23}{50} = \frac{23 \cdot 2}{50 \cdot 2} = \frac{46}{100} = 0,46.$$

Взагалі, щоб нескоротний дріб $\frac{a}{b}$ перетворити в десятковий, треба звести його до одного із знаменників 10, 100, 1000 і т. д.

Який же з цих знаменників обрати? Зрозуміло, що той, який ділиться націло на b (адже при зведенні нескоротного дробу до нового знаменника «старий» знаменник є дільником нового).

Наприклад, перетворимо в десятковий дріб $\frac{3}{40}$. Числа 10 і 100 не діляться націло на 40, тому вони не підходять. А ось число 1000 ділиться націло на 40. Дійсно, $1000 : 40 = 25$. Звідси $\frac{3}{40} = \frac{3 \cdot 25}{40 \cdot 25} = \frac{75}{1000} = 0,075$.

Спробуємо перетворити в десятковий дріб $\frac{5}{9}$. Проте з ознаки подільності на 9 випливає, що жодне з чисел 10, 100, 1000 і т. д. націло на 9 не ділиться. Отже, дріб $\frac{5}{9}$ перетворити в десятковий не вдасться.

А як розпізнавати нескоротні дроби, які можна подати у вигляді десяткових?

Зауважимо, що кожне з чисел 10, 100, 1000 і т. д. має тільки два простих дільники: 2 і 5. Дійсно, $10 = 2 \cdot 5$, $100 = 2^2 \cdot 5^2$, $1000 = 2^3 \cdot 5^3$ і т. д.

Отже, нескоротний дріб $\frac{a}{b}$ можна перетворити в десятковий лише тоді, коли розклад знаменника b на прості множники не містить чисел, відмінних від 2 і 5.

Нагадаємо, що звичайні дроби можна перетворювати в десяткові й іншим способом. Перетворимо, наприклад, дріб $\frac{3}{16}$ у десятковий. Маємо: $\frac{3}{16} = 3 : 16$. Тепер виконаємо ділення «куточком»:

$$\begin{array}{r} 3 \quad | \quad 16 \\ \underline{30} \quad | \quad 0,1875 \\ \quad 16 \\ \quad \underline{140} \\ \quad \quad 128 \\ \quad \quad \underline{120} \\ \quad \quad \quad 112 \\ \quad \quad \quad \underline{80} \\ \quad \quad \quad \quad 80 \\ \quad \quad \quad \quad \underline{0} \end{array}$$

Отже, $\frac{3}{16} = 0,1875$.

Щоб перетворити звичайний дріб у десятковий, можна його чисельник поділити на знаменник.

1. У якому випадку нескоротний дріб можна перетворити в десятковий?
2. Як перетворити звичайний дріб у десятковий?

560.° Який з даних звичайних дробів можна перетворити в десятковий:

- 1) $\frac{4}{5}$; 2) $\frac{2}{3}$; 3) $\frac{7}{8}$; 4) $\frac{13}{400}$; 5) $\frac{9}{125}$; 6) $\frac{18}{150}$?

561.° Який з даних звичайних дробів можна перетворити в десятковий:

- 1) $\frac{11}{16}$; 2) $\frac{17}{200}$; 3) $\frac{5}{12}$; 4) $\frac{14}{625}$; 5) $\frac{23}{600}$; 6) $\frac{84}{140}$?

562.° Перетворіть у десятковий дріб:

1) $\frac{13}{20}$; 2) $\frac{3}{25}$; 3) $\frac{9}{40}$; 4) $\frac{7}{16}$; 5) $\frac{97}{80}$; 6) $\frac{42}{15}$.

563.° Перетворіть у десятковий дріб:

1) $\frac{3}{8}$; 2) $\frac{32}{125}$; 3) $\frac{159}{200}$; 4) $\frac{1}{25}$; 5) $\frac{53}{50}$; 6) $\frac{56}{175}$.

564.° Перетворіть звичайні дроби в десяткові і обчисліть:

1) $0,29 + \frac{6}{25}$; 3) $8,22 - 4\frac{7}{50}$;

2) $4\frac{5}{8} - 3,94$; 4) $15,63 + 1\frac{9}{16}$.

565.° Перетворіть звичайні дроби в десяткові і обчисліть:

1) $\frac{6}{25} - 0,238$; 3) $0,35 + 1\frac{7}{8}$;

2) $\frac{237}{250} + 0,052$; 4) $9\frac{329}{500} - 8,658$.

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ

566. Знайдіть значення виразу:

$$\left(0,5 : 1,25 + 1,4 \cdot \frac{7}{11} - \frac{3}{11}\right) \cdot 4\frac{1}{8}.$$



567. Одна сторона трикутника дорівнює 32 см, друга становить 45 % першої, а третя — $\frac{11}{16}$ першої. Обчисліть периметр трикутника.

ГОТУЄМОСЬ ДО ВИВЧЕННЯ НОВОЇ ТЕМИ

568. Порівняйте:

1) 6,4 і 6,42; 3) 0,4 і 0,08;
2) 2,28 і 2,314; 4) 0,075 і 0,1.

Понови в пам'яті зміст пунктів 7, 21 на с. 278, 283.

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ

569. Кожну грань куба пофарбовано в білий або чорний колір. Доведіть, що знайдуться дві грані зі спільним ребром, які пофарбовано в один колір.



17. НЕСКІНЧЕННІ ПЕРІОДИЧНІ ДЕСЯТКОВІ ДРОБИ

Як ти вже знаєш, дріб $\frac{5}{11}$ перетворити в десятковий не можна, тобто якщо 5 поділити на 11, то десятковий дріб не отримаємо. Цікаво, а якщо все ж спробувати поділити:

$$\begin{array}{r} 5 \quad | \quad 11 \\ \hline 50 \quad | \quad 0,4545\dots \\ -44 \\ \hline 60 \\ -55 \\ \hline 50 \\ -44 \\ \hline 60 \\ -55 \\ \hline 5 \end{array}$$

Зрозуміло, що це ділення можна продовжувати нескінченно. Частка має вигляд $0,454545\dots$. Тут крапки означають, що цифри 4 і 5, які стоять поряд, **періодично** повторюються нескінченно багато разів.

Число $0,454545\dots$ називають **нескінченим періодичним десятковим дробом** або **періодичним дробом**.

Отриманий періодичний дріб прийнято записувати так: $0,(45)$ і читати: «нуль цілих і сорок п'ять у періоді». Групу цифр (45) називають **періодом** дробу $0,(45)$.

Отже, $\frac{5}{11} = 0,454545\dots = 0,(45)$.

Зауважимо, що до цього прикладу ми розглядали тільки ті десяткові дроби, в запису яких після коми стоїть скінченна кількість цифр. Тому їх можна називати **скінченими десятковими дробами**.

Тепер можна дійти такого висновку:

при діленні натурального числа на натуральне число отримаємо або натуральне число, або скінченний десятковий дріб, або нескінченний періодичний десятковий дріб.

Зручно домовитись, що скінченні десяткові дроби і нескінченні періодичні десяткові дроби будемо називати десятковими дробами.

Приклад 1. Перетворіть дріб $\frac{7}{12}$ у періодичний дріб.

Виконаємо ділення числа 7 на число 12:

$$\begin{array}{r} 7 \quad | \quad 12 \\ \hline \underline{70} \quad | \quad 0,58333\dots \\ 60 \\ \hline \underline{100} \\ 96 \\ \hline \underline{40} \\ 36 \\ \hline \underline{40} \\ 36 \\ \hline \underline{40} \\ 36 \\ \hline \underline{40} \\ 36 \\ \hline 4 \end{array}$$

Отже, $\frac{7}{12} = 0,58333\dots = 0,58(3)$ (читають: «нуль цілих п'ятдесят вісім сотих і три в періоді»).

Приклад 2. Порівняйте $\frac{3}{11}$ і 0,273, записавши попередньо звичайний дріб $\frac{3}{11}$ у вигляді періодичного дробу.

Маємо: $\frac{3}{11} = 0,272727\dots$. Порівнюючи 0,272727... і 0,273, бачимо, що в розряді тисячних у першому числі стоїть 2, а в другому — 3. Отже, $0,272727\dots < 0,273$, тобто $\frac{3}{11} < 0,273$.

? Що може бути результатом ділення одного натурального числа на інше?

570.° Прочитайте періодичний дріб і назвіть його період:

- 1) 0,(5); 4) 0,(32); 7) 0,444...; 10) 0,137474...;
2) 2,4(3); 5) 1,(976); 8) 3,424242...; 11) 4,101010...;
3) 0,0(2); 6) 9,0(45); 9) 0,567567...; 12) 2,1231212... .

571.° Запишіть у вигляді нескінченного десяткового періодичного дробу частку:

- 1) 1 : 9; 2) 4 : 11; 3) 47 : 12; 4) 12,4 : 27.

572.° Запишіть у вигляді нескінченного десяткового періодичного дробу частку:

- 1) 5 : 6; 2) 19 : 11; 3) 86 : 15; 4) 6,32 : 18.

573.° Перетворіть звичайний дріб у нескінченний періодичний десятковий дріб і назвіть його період:

- 1) $\frac{7}{9}$; 2) $\frac{11}{30}$; 3) $\frac{13}{18}$; 4) $\frac{31}{33}$; 5) $\frac{49}{54}$.

574.° Перетворіть звичайний дріб у нескінченний періодичний десятковий дріб і назвіть його період:

- 1) $\frac{5}{12}$; 2) $\frac{11}{15}$; 3) $\frac{9}{11}$; 4) $\frac{19}{36}$; 5) $\frac{39}{44}$.

575.° Порівняйте дроби, записавши попередньо звичайні дроби у вигляді десяткових:

- 1) $\frac{1}{6}$ і 0,2; 2) $\frac{4}{7}$ і $\frac{5}{8}$; 3) $\frac{22}{7}$ і 3,14; 4) $\frac{5}{13}$ і $\frac{387}{1000}$.

576.° Порівняйте дроби, записавши попередньо звичайні дроби у вигляді десяткових:

- 1) $\frac{2}{11}$ і 0,182; 2) $\frac{7}{9}$ і $\frac{77}{100}$; 3) $\frac{11}{12}$ і $\frac{19}{20}$; 4) $\frac{47}{15}$ і $\frac{119}{36}$.

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ

577. Знайдіть значення виразу:

1) $0,27 \cdot \frac{5}{9} : 1\frac{1}{9}$; 3) $\frac{5}{16} : 1,25 \cdot 0,36 : 1\frac{4}{5}$;

2) $0,65 \cdot \frac{4}{5} : 0,75 \cdot \frac{3}{20}$; 4) $\frac{7}{8} : (0,75 \cdot \frac{14}{15} : 1,2)$.

578. Периметр трикутника дорівнює 36 см. Довжина однієї з його сторін становить $\frac{7}{18}$ периметра, а довжина другої — $\frac{3}{7}$ довжини першої сторони. Знайдіть сторони трикутника.

579. З двох міст, відстань між якими дорівнює 108 км, одночасно назустріч один одному вирушили цар Салтан і царевич Гвідон. Карета царя Салтана рухалася зі швидкістю 10 км/год, що становило $\frac{5}{7}$ швидкості, з якою на коні їхав царевич Гвідон. Через скільки годин після виїзду вони зустрінуться?



ГОТУЄМОСЬ ДО ВИВЧЕННЯ НОВОЇ ТЕМИ

580. Округліть дроби:

- 1) 9,486; 12,78; 0,5498; 10,333; 1,89 до десятих;
2) 3,405; 4,326; 82,2048; 0,2349; 0,999 до сотих;
3) 0,6372; 2,2981; 6,55555; 4,6767 до тисячних.

Понови в пам'яті зміст пункту 8 на с. 278.

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ



581. На дошці написано числа 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0. Дозволяється до будь-яких двох записаних чисел додати одне й те саме натуральне число. Чи можна, виконавши таку операцію кілька разів, досягти того, щоб усі записані числа були рівними?

18. ДЕСЯТКОВЕ НАБЛИЖЕННЯ ЗВИЧАЙНОГО ДРОБУ

Ти вже вмєш округляти десяткові дроби. Наприклад:

$$5,873 \approx 5,9 \text{ (округлення до десятих);}$$

$$0,2415 \approx 0,24 \text{ (округлення до сотих);}$$

$$0,2415 \approx 0,242 \text{ (округлення до тисячних).}$$

Округляти можна і нескінченні періодичні десяткові дроби, «відрубуючи» у певному місці «нескінченний хвіст». Наприклад:

$$0,(6) = 0,6 \overline{666} \dots \approx 0,7 \text{ (округлення до десятих);}$$

$$1,3(4) = 1,34 \overline{44} \dots \approx 1,34 \text{ (округлення до сотих);}$$

$$2,(17) = 2,171 \overline{717} \dots \approx 2,172 \text{ (округлення до тисячних).}$$

Перетворимо звичайний дріб $\frac{26}{45}$ у періодичний. Маємо: $\frac{26}{45} = 0,5777\dots$. Округлимо отриманий періодичний дріб до сотих: $0,5777\dots \approx 0,58$. Число 0,58 називають десятковим наближенням до сотих дробу $\frac{26}{45}$ і записують

$$\frac{26}{45} \approx 0,58.$$

Зрозуміло, що можна знайти й інші десяткові наближення звичайного дробу:

$$\frac{26}{45} \approx 0,6 \text{ (десятькове наближення до десятих);}$$

$$\frac{26}{45} \approx 0,578 \text{ (десятькове наближення до тисячних) і т. д.}$$

Щоб знайти десяткове наближення звичайного дробу до потрібного розряду, треба:

1) виконати ділення до наступного розряду;

2) отриманий десятковий дріб округлити до потрібного розряду.



Як знайти десяткове наближення десяткового дробу до потрібного розряду?

582.° Знайдіть десяткове наближення до сотих дробу:

- 1) $\frac{1}{16}$; 2) $\frac{6}{17}$; 3) $\frac{9}{40}$; 4) $2\frac{1}{3}$; 5) $5\frac{4}{11}$; 6) $1\frac{17}{200}$.

583.° Знайдіть десяткове наближення до тисячних дробу:

- 1) $\frac{12}{23}$; 2) $\frac{6}{43}$; 3) $\frac{8}{9}$; 4) $5\frac{5}{16}$; 5) $1\frac{2}{7}$; 6) $3\frac{1}{625}$.

584.° Знайдіть десяткове наближення частки до вказаного розряду:

- 1) $36,8 : 7$ — до десятих; 6) $26,7 : 14$ — до сотих;
 2) $24,16 : 11$ — до десятих; 7) $52 : 15$ — до тисячних;
 3) $29 : 6$ — до сотих; 8) $10 : 17$ — до десятити-
 4) $5 : 13$ — до сотих; сьятих.
 5) $2 : 3$ — до тисячних;

585.° Знайдіть десяткове наближення частки до вказаного розряду:

- 1) $43,3 : 9$ — до десятих; 6) $64,45 : 19$ — до сотих;
 2) $78,32 : 18$ — до десятих; 7) $90 : 22$ — до тисячних;
 3) $38 : 11$ — до сотих; 8) $65 : 23$ — до десятити-
 4) $10 : 18$ — до сотих; сьятих.
 5) $5 : 9$ — до тисячних;

586.° У 7 пакетів розважили порівну 16 кг цукру. Скільки кілограмів цукру було в кожному пакеті? Відповідь запишіть у вигляді десяткового наближення до сотих.

587.° Середня відстань від Сонця до найближчої до нього планети Меркурій становить 57,9 млн км, а до найвіддаленішої планети Плутон — 5946 млн км. У скільки разів Меркурій розташований ближче до Сонця, ніж Плутон? Відповідь запишіть у вигляді десяткового наближення до одиниць.

588.° У 9 слоїв розлили 25 кг меду. Скільки кілограмів меду налили в кожний слоїв? Відповідь запишіть у вигляді десяткового наближення до десятих.

589.° Знайдіть з точністю до сотих корінь рівняння:

- 1) $9x = 5$; 2) $8 : x = 125$; 3) $3x = 4$; 4) $\frac{2}{7}x = 1\frac{1}{6}$.

590. Знайдіть з точністю до сотих корінь рівняння:

1) $12x = 7$; 2) $5 : x = 8$; 3) $7x = 16$; 4) $\frac{3}{8}x = 1\frac{9}{16}$.

591. Перетворіть звичайні дроби в десяткові, округліть їх до сотих і виконайте обчислення:

1) $\frac{3}{7} + 0,69$; 2) $4\frac{7}{9} - 3\frac{5}{12} + 4,96$.

592. Перетворіть звичайні дроби в десяткові, округліть їх до сотих і виконайте обчислення:

1) $\frac{6}{13} - 0,28$; 2) $12\frac{10}{19} - 4,54 - 5\frac{1}{6}$.

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ

593. З двох портів, відстань між якими дорівнює $47\frac{1}{4}$ милі, одночасно назустріч один одному вирушили бриг «П'ятниця» Робінзона Крузо і корвет «Ліліпутія» Семюеля Гуллівера. «П'ятниця» рухався зі швидкістю $3\frac{3}{8}$ милі/год, що становило $\frac{3}{4}$ швидкості «Ліліпутії». Через скільки годин після початку руху зустрінуться Робінзон Крузо і Гуллівер?



594. Знайдіть значення виразу:

$$(3,6 - 1\frac{2}{3}) : (4\frac{1}{15} - 2\frac{7}{9}) \cdot 2,6.$$

ГОТУЄМОСЬ ДО ВИВЧЕННЯ НОВОЇ ТЕМИ

595. Збільшиться чи зменшиться частка і у скільки разів, якщо:

- 1) ділене збільшити в 4 рази;
- 2) дільник зменшити в 3 рази;
- 3) ділене збільшити в 6 разів, а дільник — у 2 рази;
- 4) ділене зменшити в 10 разів, а дільник збільшити в 5 разів?

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ

596. Від числа, яке не більше ніж 100, відняли суму його цифр. Від отриманого числа знову відняли суму його цифр, і так робили кілька разів. Після 11 таких віднімань вперше отримали 0. Знайдіть початкове число.





19. ВІДНОШЕННЯ

Українська мова багата на синоніми. Наприклад, слова

урок і заняття,
думати і мислити,
вчитель і наставник

близькі за значенням.

Подібних прикладів чимало й у математиці:

другий степінь числа і його **квадрат**,
один **процент**, один **відсоток** і **одна сота**,
промінь і **півпрямка** —

вже знайомі тобі «математичні синоніми».

Ось ще один приклад:

частку **двох чисел a і b , які не дорівнюють нулю, ще називають **відношенням** чисел a і b або **відношенням** числа a до числа b .**

Числа a і b називають **членами відношення**, число a — **попереднім членом відношення**, а число b — **наступним**.

Наприклад,

$16 : 4$ — відношення числа 16 до числа 4;

$3 : 7$ — відношення числа 3 до числа 7;

$\frac{2}{3} : \frac{1}{7}$ — відношення числа $\frac{2}{3}$ до числа $\frac{1}{7}$;

$0,2 : 0,11$ — відношення числа 0,2 до числа 0,11.

Зрозуміло, що відношення двох натуральних чисел a і b можна записати у вигляді дроби $\frac{a}{b}$. Так само домовились

використовувати риску дроби і тоді, коли a і b — дробові числа.

Наприклад, відношення $0,3 : 1,2$ записують і так: $\frac{0,3}{1,2}$.

Отже, відношення чисел a і b можна записати двома способами: $\frac{a}{b}$ або $a : b$.

Найчастіше вибір способу запису визначається його компактністю. Наприклад, запис відношення числа $\frac{5}{6}$ до числа $\frac{7}{2}$ у вигляді $\frac{\frac{5}{6}}{\frac{7}{2}}$ не зовсім зручний.

Часто відношення чисел використовують тоді, коли треба порівняти дві величини. На рис. 12 зображено два відрізки: $AB = 5$ см, $CD = 2$ см.

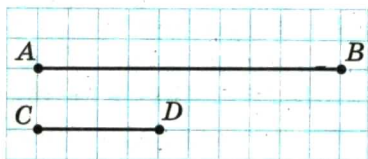


Рис. 12

Відношення довжини відрізка AB до довжини відрізка CD дорівнює $5 : 2$ або $2,5$. Це відношення показує, що відрізок AB у $2,5$ рази більший за відрізок CD

або що відрізок AB становить $\frac{5}{2}$ відрізка CD .

Відношення довжини відрізка CD до довжини відрізка AB дорівнює $2 : 5$. Це відношення показує, що довжина відрізка CD становить $\frac{2}{5}$ довжини відрізка AB .

Отже, *відношення чисел a і b показує, у скільки разів число a більше за число b або яку частину число a становить від числа b .*

Якщо a і b — натуральні числа, то для відношення $\frac{a}{b}$ «працює» основна властивість дроби:

відношення не зміниться, якщо його члени помножити або поділити на одне й те саме число, яке не дорівнює нулю.

Ця властивість залишається справедливою й тоді, коли члени відношення — дробові числа. Це правило називають **основною властивістю відношення**.

Наприклад,

$$\frac{1,2}{2,5} = \frac{1,2 \cdot 10}{2,5 \cdot 10} = \frac{12}{25}, \quad \frac{2}{3} : \frac{7}{9} = \left(\frac{2}{3} \cdot 9\right) : \left(\frac{7}{9} \cdot 9\right) = 6 : 7,$$

$$1\frac{1}{2} : 0,25 = \left(1\frac{1}{2} \cdot 4\right) : (0,25 \cdot 4) = 6 : 1.$$

Ці приклади підказують такий висновок: *відношення дробових чисел можна замінити відношенням натуральних чисел.*

Часто на практиці використовують відношення величин:

- *швидкість* — відношення довжини пройденого шляху до часу, за який пройдено цей шлях;

- *ціна* — відношення вартості товару до кількості одиниць його виміру (кілограмів, літрів, метрів, коробок, пачок, пакетів і т. ін.);

- *масштаб карти* — відношення відстані на карті до відповідної відстані на реальній місцевості;

- *густина* — відношення маси речовини до її об'єму;

- *продуктивність праці* — відношення обсягу виконаної роботи до часу, за який було виконано цю роботу.

Приклад 1. Знайдіть відношення 3,2 м до 16 см.

Щоб знайти відношення двох величин, треба спочатку виразити їх в однакових одиницях виміру, а потім виконати ділення:

$$3,2 \text{ м} : 16 \text{ см} = 320 \text{ см} : 16 \text{ см} = 20.$$

Приклад 2. Замініть відношення дробових чисел $\frac{7}{15} : \frac{4}{9}$ на відношення натуральних чисел.

Помноживши кожен з дробів $\frac{7}{15}$ і $\frac{4}{9}$ на їх найменший спільний знаменник — число 45, отримаємо: $\frac{7}{15} : \frac{4}{9} = 21 : 20$.

1. Що називають відношенням двох чисел?

2. Як можна записати відношення чисел a і b ?

3. Що показує відношення двох чисел?

4. У чому полягає основна властивість відношення?

5. Які ви знаєте величини, що є відношенням двох інших величин?

6. Назвіть у відношенні $m : n$ наступний і попередній члени.

597.° Запишіть за допомогою знака ділення «:» відношення чисел:

1) 7 і 3; 2) 4 і 28; 3) 2,1 і 3,4; 4) $2\frac{1}{3}$ і $7\frac{3}{5}$.

598.° Запишіть за допомогою риси дробу відношення чисел:

1) 13 і 50; 2) 5 і 2; 3) 8 і 4,6; 4) $\frac{7}{9}$ і $\frac{2}{3}$.

599.° Знайдіть відношення:

1) 1,8 : 5,4; 3) 3,5 : 49; 5) 3 дм : 5 см;
2) 2,4 : 0,08; 4) 9,6 : 0,16; 6) 8 м : 1 км;

- 7) 12 м : 1,8 км; 9) 360 г : 5,4 кг; 11) 14,4 дм : 160 см;
8) 24 кг : 480 г; 10) 1 год : 24 хв; 12) 78 см² : 2,6 дм².

600.° Знайдіть відношення:

- 1) 45 до 5; 3) $2\frac{1}{7}$ до $1\frac{11}{14}$; 5) 1,8 м до 30 см;
2) 4 до 24; 4) 4,8 до 0,12; 6) 1 кг до 125 г.

601.° У спортивних змаганнях взяли участь 72 школярі, серед яких було 18 дівчат. У скільки разів більше було всіх учасників змагань, ніж дівчат? Яку частину всіх учасників становили дівчата?

602.° У сплаві, маса якого дорівнює 250 кг, міститься 20 кг міді. У скільки разів маса сплаву більша за масу міді, яку він містить? Яку частину сплаву становить мідь?

603.° Чи рівні відношення:

- 1) 16 : 4 і 0,8 : 0,2; 3) 0,3 : 0,06 і $1\frac{1}{7} : \frac{4}{21}$;
2) $\frac{34}{85}$ і $\frac{27}{45}$; 4) $\frac{4,2}{0,7}$ і $\frac{9}{1,5}$?

604.° Замініть відношення дробових чисел відношенням натуральних чисел:

- 1) $1 : \frac{3}{8}$; 2) $\frac{5}{12} : \frac{17}{18}$; 3) $\frac{3}{4} : \frac{5}{18}$; 4) $1\frac{2}{3} : 1\frac{1}{3}$.

605.° Замініть відношення дробових чисел відношенням натуральних чисел:

- 1) $\frac{4}{9} : \frac{11}{9}$; 2) 0,8 : 0,03; 3) $2\frac{5}{8} : 3\frac{1}{6}$; 4) $3\frac{1}{2} : 3,6$.

606.° Збільшиться чи зменшиться і в скільки разів відношення, якщо:

- 1) попередній член збільшити в 4 рази;
2) наступний член збільшити у 2,4 раза;
3) попередній і наступний члени збільшити в 10 разів;
4) наступний член збільшити в 7 разів, а попередній зменшити в 3 рази;
5) попередній член зменшити в 9 разів, а наступний — у 4,5 раза?

607.° Збільшиться чи зменшиться і в скільки разів відношення, якщо:

- 1) попередній член зменшити в 5 разів;
- 2) наступний член зменшити в 6 разів;
- 3) попередній член збільшити в 9 разів, а наступний зменшити у 2 рази;
- 4) наступний і попередній члени збільшити відповідно в 4 і 12 разів?

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ



608. Число 414 кратне числу 18. Знайдіть:
- 1) три наступних за 414 числа, які кратні 18;
 - 2) два попередніх до 414 числа, які кратні 18.
609. Максимальна довжина коропа дорівнює 1,2 м, що становить $\frac{2}{3}$ максимальної довжини щуки, 24 % — сома, $\frac{3}{50}$ — китової акули, 240 % — карася. Чому дорівнює максимальна довжина: 1) щуки; 2) сома; 3) китової акули; 4) карася?
610. Петрик і Дмитрик можуть прополоти город, працюючи разом, за 2,4 год. Петрик може зробити це самостійно за 4 год. Скільки часу потрібно Дмитрику, щоб самостійно прополоти город?
611. Розв'яжіть рівняння:
- 1) $6x = \frac{1}{3}$;
 - 2) $6x = 3$;
 - 3) $\frac{1}{6}x = \frac{1}{3}$;
 - 4) $\frac{1}{6}x = 3$.
612. Знайдіть значення виразу:

$$\left(2,04 : \frac{1}{25} - 36,1 : \frac{19}{20}\right) \cdot \frac{5}{13} - 0,6 : 0,9.$$

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ



613. Віктор купив зошит обсягом 96 аркушів і пронумерував усі сторінки по порядку від 1 до 192. Василь вирвав з цього зошита 35 аркушів і додав усі 70 чисел, які на них були написані. Чи могла отримана сума дорівнювати 3500?

20. ПРОПОРЦІЇ

Оскільки $3,6 : 0,9 = 4$ і $1,2 : 0,3 = 4$, то справедливою є рівність $3,6 : 0,9 = 1,2 : 0,3$, яку називають **пропорцією**.

Рівність двох відношень називають пропорцією.

У буквеному вигляді пропорцію можна записати так:

$$a : b = c : d \text{ або } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}.$$

Наведені записи читають: «відношення a до b дорівнює відношенню c до d » або « a відноситься до b , як c відноситься до d ».

Числа a і d називають **крайними членами пропорції**, а числа b і c — **середніми членами пропорції**.



У пропорції $3,6 : 0,9 = 1,2 : 0,3$ числа $3,6$ і $0,3$ — крайні члени, числа $0,9$ і $1,2$ — середні члени.

Зауважимо, наприклад, що відношення $2 : 4$ і $3 : 9$ не рівні, тому утворити пропорцію вони не можуть.

Для пропорції $\frac{1,5}{2} = \frac{3}{4}$ розглянемо добуток крайніх членів $1,5 \cdot 4$ і добуток середніх членів $2 \cdot 3$. Вони рівні. Ця властивість притаманна будь-якій пропорції. Вона виражає основну властивість пропорції:

добуток крайніх членів пропорції дорівнює добутку її середніх членів.

Це означає:

якщо $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, то $ad = bc$

Правильне і таке твердження:

якщо a, b, c і d — числа, які не дорівнюють нулю, і $ad = bc$, то відношення $\frac{a}{b}$ і $\frac{c}{d}$ рівні й можуть утворити пропорцію $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Наведена властивість дає можливість установлювати рівність двох відношень, не знаходячи їх значень. Наприклад, щоб установити, чи утворюють відношення $0,25 : \frac{50}{7}$ і $1,4 : 40$ пропорцію, досить перевірити, чи рівні добутки $0,25 \cdot 40$ і $\frac{50}{7} \cdot 1,4$.

Отримуємо: $0,25 \cdot 40 = 10$, $\frac{50}{7} \cdot 1,4 = 10$. Отже, маємо пропорцію $0,25 : \frac{50}{7} = 1,4 : 40$.

Також зазначимо, що з рівності $ad = bc$ випливають, наприклад, і такі пропорції: $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$, $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$.

Приклад 1. Знайдіть невідомий член пропорції $9 : x = 3 : 7$.

Використовуючи основну властивість пропорції, маємо:

$$3 \cdot x = 9 \cdot 7;$$

$$x = \frac{9 \cdot 7}{3} = 21.$$

Приклад 2. Скільки коштують 3,2 м тканини, якщо за 4,2 м цієї тканини заплатили 63 грн.?

Нехай 3,2 м тканини коштують x грн. Запишемо коротку умову задачі в такому вигляді:

$$3,2 \text{ м} — x \text{ грн.};$$

$$4,2 \text{ м} — 63 \text{ грн.}$$

Відношення $\frac{x}{3,2}$ і $\frac{63}{4,2}$ рівні, оскільки кожне з них показує, скільки коштує 1 м даної тканини.

Тоді маємо:

$$\frac{x}{3,2} = \frac{63}{4,2};$$

$$x = \frac{3,2 \cdot 63}{4,2} = \frac{3,2 \cdot 3}{0,2} = 16 \cdot 3 = 48.$$

Відповідь: 48 грн.

Приклад 3. Олово виробляють з мінералу, який називають каситеритом. Скільки тонн олова отримують з 25 т цього мінералу, якщо вміст олова в ньому становить 78 %?

Нехай отримують x т олова. Взявши масу мінералу за 100 %, запишемо коротку умову:

$$25 \text{ т} — 100 \%;$$

$$x \text{ т} — 78 \%.$$

Відношення $\frac{25}{100}$ і $\frac{x}{78}$ рівні, оскільки кожне з них показує, скільки тонн становить 1 %. Тоді маємо:

$$\frac{x}{78} = \frac{25}{100};$$

$$x = \frac{78 \cdot 25}{100} = 19,5.$$

Відповідь: 19,5 т.

Звернемо увагу на те, що застосування пропорцій — це один спосіб розв'язування задач на відсотки.

1. Що називають пропорцією?
2. Як у рівності $m : n = k : p$ називають числа m і p ? n і k ?
3. У чому полягає основна властивість пропорції?

614.° Прочитайте пропорцію, назвіть її крайні та середні члени:

1) $5 : 3 = 20 : 12$; 3) $\frac{18}{63} = \frac{16}{56}$; 5) $x : 9 = 2 : 23$;

2) $13 : 4 = 39 : 12$; 4) $\frac{16}{12} = \frac{68}{51}$; 6) $\frac{8}{y} = \frac{64}{15}$.

615.° Запишіть у вигляді пропорції висловлення:

1) 2 відноситься до 7, як 6 відноситься до 21;

2) відношення 7,2 до 0,8 дорівнює відношенню 0,09 до 0,01;

3) $\frac{2}{3}$ відноситься до $1\frac{1}{9}$, як $\frac{4}{21}$ відноситься до $\frac{20}{63}$.

616.° Обчисливши дані відношення, встановіть, чи можна з них скласти пропорцію:

1) $2,8 : 0,7$ і $152 : 38$; 2) $\frac{6}{11} : \frac{3}{22}$ і $\frac{12}{17} : \frac{5}{34}$.

У разі позитивної відповіді запишіть цю пропорцію.

617.° Обчисливши дані відношення, встановіть, чи можна з них скласти пропорцію:

1) $15 : 1,8$ і $\frac{15}{16} : \frac{3}{20}$; 2) $5\frac{1}{4} : 3\frac{1}{16}$ і $1\frac{11}{19} : \frac{35}{38}$.

У разі позитивної відповіді запишіть цю пропорцію.

618.° Не обчислюючи дані відношення, встановіть, чи можна з них скласти пропорцію:

1) $1,6 : 3,6$ і $0,5 : 1,125$; 2) $2\frac{7}{16} : \frac{5}{13}$ і $1\frac{41}{50} : \frac{24}{65}$.

У разі позитивної відповіді запишіть цю пропорцію.

619.° Не обчислюючи дані відношення, встановіть, чи можна з них скласти пропорцію:

1) $3,8 : 2,7$ і $5,7 : 4,6$; 2) $3 : 1\frac{7}{8}$ і $\frac{2}{3} : \frac{5}{12}$.

У разі позитивної відповіді запишіть цю пропорцію.

620.° Розв'яжіть рівняння:

1) $6 : x = 36 : 30$;

4) $\frac{x}{21} = \frac{9}{14}$;

2) $12 : 7 = 3 : x$;

5) $\frac{x}{16} = \frac{3}{8}$;

3) $4,9 : 0,35 = x : 35$;

6) $\frac{108}{90} = \frac{42}{b}$.

621.° Знайдіть невідомий член пропорції:

1) $x : 5 = 21 : 15$;

3) $4,5 : 0,6 = x : 2,4$;

2) $\frac{12}{x} = \frac{8}{18}$;

4) $\frac{3,4}{5,1} = \frac{1,4}{x}$.

622.° Розв'яжіть за допомогою пропорції задачу:

1) Для виготовлення 8 приладів потрібно 18 кг металу. Скільки приладів можна виготовити з 27 кг металу?

2) За 5 год турист пройшов 24 км. Яку відстань він пройде за 8 год з тією самою швидкістю?

3) Із 140 кг свіжих вишень отримують 21 кг сушених. Скільки вийде сушених вишень із 160 кг свіжих? Скільки треба взяти свіжих вишень, щоб отримати 31,5 кг сушених?

4) Об'єм бруска, виготовленого з деревини вишні, дорівнює 800 см^3 , а його маса — 528 г. Яка маса бруска, виготовленого з цього самого матеріалу, якщо його об'єм дорівнює 1500 см^3 ?

5) Із 45 т залізної руди виплавляють 25 т заліза. Скільки потрібно тонн руди, щоб виплавити 10 т заліза?

6) Площа поля дорівнює 480 га. Пшеницею засіяли 24 % площі поля. Скільки гектарів землі засіяли пшеницею?

7) За першу годину автомобіль проїхав 70 км, що становило 14 % усього шляху. Скільки всього кілометрів мав проїхати автомобіль?

8) Сплав містить 12 % цинку. Скільки кілограмів цинку міститься у 80 кг сплаву?

623.° Розв'яжіть за допомогою пропорції задачу:

1) На пошиття 14 костюмів витратили 49 м тканини. Скільки таких самих костюмів можна пошити з 84 м цієї тканини?

2) За 7 год у басейн налилося 224 л води. За який час у нього наллється 288 л води?

3) Із 150 кг картоплі отримують 27 кг крохмалю. Скільки крохмалю отримують з 420 кг картоплі? Скільки треба картоплі, щоб отримати 30,6 кг крохмалю?

4) У саду росло 324 дерева, з яких 36 % становили яблуні. Скільки яблунь росло в саду?

5) Маса солі становить 24 % маси розчину. Скільки кілограмів розчину треба взяти, щоб він містив 96 кг солі?

624.° 1) Відстань між двома містами на карті дорівнює 17 см. Якою є відстань між цими містами на місцевості, якщо масштаб карти — 1:300 000?

2) Відстань між двома селищами на місцевості дорівнює 245 км, а на карті — 3,5 см. Знайдіть масштаб карти.

625.° 1) Відстань між двома містами на місцевості дорівнює 240 км. Якою є відстань між ними на карті, що має масштаб 1:6 000 000?

2) Відстань між селами А і В на місцевості дорівнює 315 км, а на карті — 4,2 см. Якою є відстань між селами С і D на цій карті, якщо відстань на місцевості між ними становить 135 км?

626.° Використовуючи дані числа, складіть пропорцію:

1) 12, 7, 42, 2; 2) 0,2; 1,6; 0,72; 0,09.

627.° Складіть усі можливі пропорції, які впливають з рівності $4 \cdot 9 = 18 \cdot 2$.

628.° Використовуючи пропорцію $2 : 14 = 5 : 35$, запишіть ще три пропорції.

629.° Знайдіть відношення a до b , якщо:

1) $\frac{b}{a} = \frac{3}{7}$; 2) $\frac{16}{b} = \frac{9}{a}$.

630.° Знайдіть відношення a до b , якщо:

1) $\frac{a}{39} = \frac{b}{8}$; 2) $\frac{7}{a} = \frac{6}{b}$.

631.° Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{3}{4} : x = 1\frac{1}{5} : 1\frac{1}{3}$; 3) $\frac{2x-1}{3} = \frac{1}{2}$; 5) $2,5x : 14 = \frac{1}{7} : 30$;

2) $\frac{2}{x-0,4} = \frac{1}{0,4}$; 4) $\frac{3}{4} = \frac{x-1}{3,2}$; 6) $36 : 35 = \frac{1}{5}x : \frac{1}{12}$.

632.° Розв'яжіть рівняння:

1) $7\frac{1}{2} : 4\frac{1}{2} = x : \frac{3}{25}$; 3) $\frac{y-5}{6} = \frac{4}{3}$; 5) $\frac{5}{6} = \frac{15}{2x-3}$;

2) $\frac{24}{x+2} = \frac{1}{5}$; 4) $\frac{2}{5} = \frac{6}{x+3}$; 6) $12 : \frac{4}{5}x = 20 : \frac{1}{4}$.

- 633.* Цукровий буряк, який є найсолодшою коренеплідною рослиною в Україні, накопичує до 25 % цукру, тоді як цукрова тростина — лише 18 %. Скільки тонн цукрової тростини треба переробити, щоб отримати стільки ж цукру, як з 3600 т цукрового буряку?
- 634.* Щоб зварити 4 порції манної каші, взяли 220 г манної крупи, 960 г молока і 50 г цукру. Скільки потрібно взяти продуктів кожного виду, щоб зварити 18 порцій каші?
- 635.* Щоб отримати 120 кг мельхіору, треба сплавити 18 кг нікелю, 24 кг цинку, а решту — міді. Скільки кілограмів кожного металу треба взяти, щоб отримати 164 кг мельхіору?
- 636.** Чи порушиться пропорція, якщо:
- 1) обидва члени першого відношення помножити на 8;
 - 2) обидва члени першого відношення поділити на 2, а обидва члени другого відношення помножити на 5;
 - 3) обидва середніх члени поділити на 3,6?
- 637.** Чи порушиться пропорція, якщо:
- 1) обидва члени другого відношення поділити на 4;
 - 2) обидва крайні члени помножити на 10;
 - 3) один з її крайніх членів і один із середніх членів помножити на 6?
- 638.* Доведіть, що коли $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, то:
- 1) $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$;
 - 2) $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$.
- 639.* Дев'ять апельсинів коштують стільки гривень, скільки апельсинів можна купити за 1 гривню. Скільки коштують 15 апельсинів?

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ

640. У скільки разів число: 1) $\frac{1}{6}$; 2) $\frac{3}{5}$; 3) 0,6 менше від оберненого до нього числа?
641. Василько прочитав третину книжки, а потім ще 24 сторінки. Скільки всього сторінок у книжці, якщо йому залишилося прочитати половину книжки?
642. Із сіл Каштанівка і Калинівка одночасно назустріч один одному вийшли два хлопчики і зустрілися через



10 хв після початку руху. Потім хлопчики продовжили рух і один з них прийшов у Калинівку через 8 хв після цієї зустрічі. Через скільки хвилин після свого виходу з Калинівки другий хлопчик прийде в Каштанівку?

643. Знайдіть значення виразу:

$$1) \left(3\frac{1}{3} + 2,5\right) \cdot \left(4,6 - 2\frac{1}{3}\right); \quad 2) \left(4,5 \cdot 1\frac{2}{3} - 6,75\right) \cdot \left(1\frac{1}{3}\right)^3.$$

ГОТУЄМОСЬ ДО ВИВЧЕННЯ НОВОЇ ТЕМИ

644. У саду росло 56 дерев, з них 14 дерев були яблуні. Яку частину саду становили яблуні?

645. У саду росло 56 дерев, з них 14 дерев були яблуні, а решта — вишні. Яку частину від кількості вишень становила кількість яблунь?

Понови в пам'яті зміст пункту 10 на с. 279.

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ

646. На столі лежать чотири чорні палички різної довжини, причому сума їх довжин дорівнює 40 см, і п'ять білих паличок, сума довжин яких також дорівнює 40 см. Чи можна розрізати ті й інші палички так, щоб потім розташувати їх парами, у кожній з яких довжини паличок будуть однаковими, а кольори різними?



21. ВІДСОТКОВЕ ВІДНОШЕННЯ ДВОХ ЧИСЕЛ

Усім нам доводилося пити чай з чашок різного розміру, при цьому цукор кожен додає за своїм смаком, добиваючись звичного відчуття солодкості незалежно від місткості посуду. Наприклад, якщо ти кожного ранку випиваєш 250 г чаю, у якому розчинено 3 ложечки цукру, тобто 30 г, то відношення $\frac{30}{250}$, яке дорівнює $\frac{3}{25}$, і буде характеризувати твій «цукровий смак».

Число $\frac{3}{25}$ показує, яку частину від маси напою становить маса цукру. А якщо ти захочеш випити 400 г чаю, то,

щоб він мав звичний смак, у ньому має бути розчинено $400 \cdot \frac{3}{25} = 48$ (г) цукру.

Запишемо у відсотках: $\frac{3}{25} = 0,12 = 12\%$. Число 12 показує, скільки відсотків у випитому чаї становить цукор. Це число називають **відсотковим відношенням** маси цукру до маси чаю.

Взагалі, *відсоткове відношення двох чисел — це їх відношення, виражене у відсотках. Воно показує, скільки відсотків одне число становить від другого.*

Так, якщо в шостому класі вчать 12 дівчат і 20 хлопців, то відсоткове відношення кількості дівчат до кількості хлопців дорівнює $\frac{12}{20} \cdot 100 = 60$ (%). Воно показує, що кількість дівчат становить 60% від кількості хлопців.

А ось число $\frac{20}{12} \cdot 100 = 166\frac{2}{3}$ (%) показує, що кількість хлопців становить $166\frac{2}{3}\%$ від кількості дівчат.

Число $\frac{20}{32} \cdot 100 = 62,5$ (%) показує, який відсоток становлять хлопці від кількості учнів усього класу.

Щоб знайти відсоткове відношення двох чисел, треба їх відношення помножити на 100 і до результату дописати знак відсотка.

При розв'язуванні задач, крім цього правила, зручно використовувати пропорції.

Приклад 1. У парку росте 400 дерев, з них 96 — ялинки.

Скільки відсотків усіх дерев парку становлять ялинки?

Нехай ялинки становлять $x\%$. Запишемо коротку умову в такому вигляді:

$$\begin{aligned} 400 \text{ дерев} &— 100\%; \\ 96 \text{ дерев} &— x\%. \end{aligned}$$

Відношення $\frac{400}{100}$ і $\frac{96}{x}$ рівні, оскільки кожне з них показує, скільки дерев припадає на 1%.

Тоді маємо:

$$\frac{96}{x} = \frac{400}{100}; \quad x = \frac{96 \cdot 100}{400} = 24.$$

Відповідь: 24%.

Приклад 2. Вартість товару зросла зі 150 грн. до 240 грн.

На скільки відсотків підвищилася вартість товару?

Нехай нова вартість товару становить x % відносно початкової вартості.

1) 150 грн. — 100 %;

240 грн. — x %;

$$\frac{240}{x} = \frac{150}{100}; \quad x = \frac{240 \cdot 100}{150} = 160.$$

2) $160 - 100 = 60$ (%) — становить підвищення вартості.

Відповідь: 60 %.



1. Що таке відсоткове відношення двох чисел?
2. Що показує відсоткове відношення двох чисел?
3. Сформулюйте правило знаходження відсоткового відношення двох чисел.

647.° Скільки відсотків числа становить його:

1) половина;

3) десята частина;

2) чверть;

4) п'ята частина?

648.° Скільки відсотків становить:

1) число 4 від числа 8;

4) число 45 від числа 300;

2) число 2 від числа 10;

5) число 64 від числа 400;

3) число 12 від числа 48;

6) число 138 від числа 120?

649.° Скільки відсотків число 40 становить від числа:

1) 100;

2) 80;

3) 160;

4) 10?.

650.° 1) Василько прочитав 169 сторінок книжки, у якій усього було 260 сторінок. Скільки відсотків сторінок прочитав Василько?

2) У Марічки було 34 грн. За 23,8 грн. вона купила подарунок матері. Який відсоток грошей витратила Марічка на подарунок?

3) Знайдіть відсоток вмісту олова в руді, якщо 80 т цієї руди містять 6,4 т олова.

4) За канікули Петрик планував розв'язати 60 задач з математики, а розв'язав 102. На скільки відсотків виконав Петрик «план розв'язування задач»?

5) Визначте відсоток вмісту цукру в розчині, якщо 250 г розчину містить 115 г цукру.

- 651.°** 1) Із 36 учнів шостого класу 9 учнів отримали за контрольну роботу з математики оцінку «10». Скільки відсотків учнів отримали оцінку «10»?
 2) Знайдіть відсоток вмісту солі в розчині, якщо 400 г розчину містять 34 г солі.
 3) Посіяли 240 насінин, з яких зійшло 228. Знайдіть відсоток схожості насіння.
- 652.°** На скільки відсотків змінилося значення величини при зміні:
 1) від 3 кг до 6 кг; 4) від 80 м до 72 м;
 2) від 2 м до 3 м; 5) від 100 грн. до 115 грн.;
 3) від 40 коп. до 70 коп.; 6) від 60 хв до 42 хв?
- 653.°** 1) Ціна товару зросла зі 140 грн. до 175 грн. На скільки відсотків підвищилась ціна?
 2) Ціна товару знизилася зі 175 грн. до 140 грн. На скільки відсотків знизилась ціна?
- 654.°** Відомо, що 380 кг руди одного виду містить 68,4 кг заліза, а 420 кг руди іншого виду — 96,6 кг заліза. У якій руді, у першій чи другій, вищий відсотковий вміст заліза?
- 655.°** Відомо, що 280 г одного розчину містить 98 г солі, а 220 г іншого розчину — 88 г солі. У якому розчині, у першому чи другому, вищий відсотковий вміст солі?
- 656.°** За даними Державного комітету статистики, станом на 1 лютого 2004 року в Україні постійно проживало 47,39-млн осіб, з них 31,87 млн — жителі міст. Скільки відсотків усього населення в Україні становить міське населення? Відповідь округліть до десятих.
- 657.°** Костюм коштував 180 грн. Спочатку його ціну підвищили на 20 %, а потім знизили на 10 %. Якою стала ціна костюма після цих змін? На скільки відсотків змінилася початкова ціна?
- 658.°** Шафа коштувала 160 грн. Спочатку її ціну знизили на 10 %, а потім підвищили на 25 %. Якою стала ціна шафи після цих змін? На скільки відсотків змінилася початкова ціна?
- 659.°** Дмитро і Петро змагалися зі стрільби. Дмитро зробив 45 пострілів, з яких 36 влучили в ціль, а Петро зробив

50 пострілів, з яких було 38 влучних. Хто з них влучніший стрілець?

- 660.* За час, що минув після перепису населення 1989 року, кількість міст в Україні збільшилася на 20 і під час перепису 2001 року їх уже було 454. На скільки відсотків збільшилася кількість міст за час між цими двома переписами? Відповідь округліть до десятих.
- 661.* До сплаву масою 600 г, що містить 20 % міді, додали 40 г міді. Яким став відсотковий вміст міді в новому сплаві?
- 662.* Було 300 г шестивідсоткового розчину солі. Через деякий час 60 г води випарувалось. Яким став відсотковий вміст солі в розчині?
- 663.* До 620 г сорокавідсоткового розчину солі долили 180 г води. Знайдіть відсотковий вміст солі в новому розчині.
- 664.** Клені становили 40 % від кількості дубів, що ростуть у парку. Скільки відсотків становлять дуби від кількості кленів?
- 665.** На скільки відсотків збільшиться число від збільшення його у 2,4 раза?
- 666.** На скільки відсотків зменшиться число від зменшення його у 2,5 раза?
- 667.** Хлопчик купив дві книжки. Одна книжка була на 50 % дорожча за другу. На скільки відсотків друга книжка дешевша від першої?
- 668.** Число x становить 1% від числа y . Як треба змінити число y , щоб число x становило від нього 2 %?
- 669.** На кондитерській фабриці виробляли шоколадні цукерки і карамель. Шоколадні цукерки спочатку становили 80 % обсягу продукції, а через деякий час — 90 %. На скільки відсотків при цьому зменшилося виробництво карамелі?
- 670.** До чисел 100 і 1000 дописали праворуч цифру 1. Яке з чисел збільшилося на більшу кількість відсотків?
- 671.* До деякого числа додали 10 % цього числа, а потім відняли 10 % суми і отримали 990. Знайдіть це число.

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ



672. Обчисліть значення виразу:

$$\left(3\frac{1}{3} \cdot 1,3 - 7,2 \cdot \frac{2}{27} - 9,1 : 3,5\right) : \frac{2}{5}.$$

673. Знайдіть числа, яких не вистачає в ланцюжку обчислень:



674. Сума площ двох ділянок дорівнює 20,8 га, причому площа однієї ділянки становить $\frac{1}{3}$ площі другої. Знайдіть площу кожної ділянки.

675. Петрик задумав число, збільшив його втричі, додав до результату $\frac{4}{7}$ і отримав 1. Яке число задумав Петрик?

676. Із міст Сонячне і Місячне одночасно назустріч один одному вирушили пішохід і велосипедист, які зустрілися через 2 год після початку руху. Через 4 год після зустрічі пішохід прибув у Місячне. Скільки часу витратив велосипедист на шлях із Місячного до Сонячного?

ГОТУЄМОСЬ ДО ВИВЧЕННЯ НОВОЇ ТЕМИ

677. Сторона одного квадрата дорівнює 3 см, а другого — 6 см. У скільки разів:

- 1) сторона другого квадрата більша за сторону першого;
- 2) периметр другого квадрата більший за периметр першого;
- 3) площа другого квадрата більша за площу першого?

678. Обчисліть значення y за формулою $y = 0,2x$, якщо:
1) $x = 5$; 2) $x = 1,2$. Знайдіть, використовуючи дану формулу, значення x , якщо $y = 4$.

Понови в пам'яті зміст пункту 25 на с. 284.

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ



679. З пункту А о 6 год ранку вийшов турист. Увечері він дійшов до пункту В і, переночувавши, знов-таки о 6 год ранку вирушив до пункту А. Доведіть, що на маршруті є такий пункт С, у якому турист опинився в один і той самий час як першого, так і другого дня (швидкість туриста на маршруті могла змінюватися).

ЯК ЗНАЙТИ «ЗОЛОТУ СЕРЕДИНУ»

Уяви, що з нашого життя зникли дробові числа. Як тоді, наприклад, вимірювати відрізки, знаходити площу, об'єм, масу? Жити стане набагато складніше. Зараз важко в це повірити, але вчені Стародавньої Греції добровільно відмовилися від дробів.

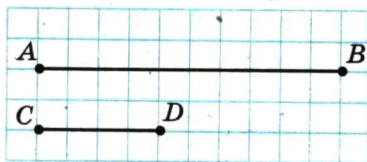


Рис. 13

Порівнюючи відрізки AB і CD (рис. 13), ти, наприклад, можеш сказати, що відрізок AB у 2,5 раза більший за відрізок CD . Заборона на дробі не дає можливості порівнювати відрізки таким чином:

адже тоді числа 2,5 ніби не існує. Доводилося знаходити відрізок MN , який ціле число разів відкладався як у відрізок AB , так і у відрізок CD (рис. 14), і з цього робити такий висновок: довжини відрізків AB і CD відносяться як 5 до 2. Тобто в Греції в ті часи відношення не вважали числом, а розглядали як самостійний об'єкт.

Недоліки цього підходу очевидні. Ти, звісно, розумієш, що не для будь-яких відрізків AB і CD легко відшукати відрізок MN . Але це півбіди. У старших класах ти дізнаєшся, що не для будь-якої пари відрізків існує такий третій відрізок, який укладається в кожному з перших двох ціле число разів.

Але, як кажуть, немає біди, щоб не вийшли гаразди. З числами можна виконувати арифметичні дії. Якщо ж відношення

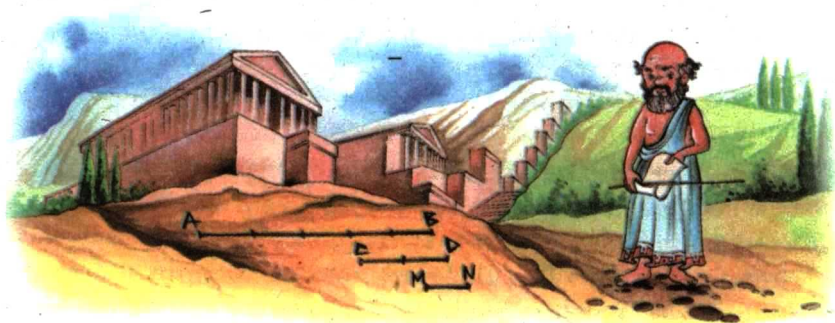
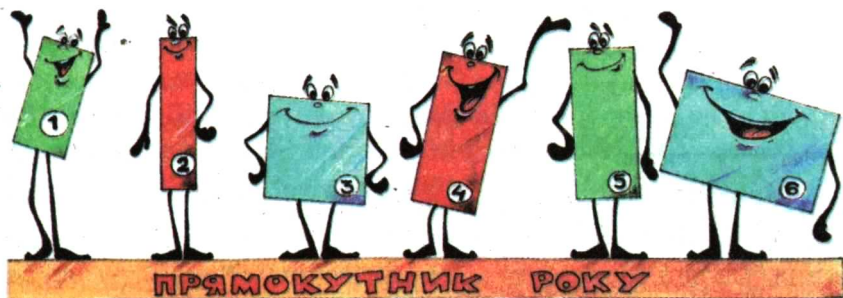


Рис. 14

не вважати числом, то все одно треба навчитись якось оперувати ним. Так у Стародавній Греції виникло вчення про відношення, а отже, і про пропорції. До речі, слово «пропорція» походить від латинського *proportio*, що означає співрозмірність.

Цю теорію було розвинено досить глибоко. Наприклад, з пропорції $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ вміли виводити такі пропорції: $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$; $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$; $\frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d}$; $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$.

Людей завжди цікавило, що є основою краси, порядку, гармонії, чому деякі предмети, створені як природою, так і людиною, привертають увагу, милують око і навіть викликають захоплення. Але до чого тут математика?



Приблизно сто років тому провели такий експеримент. Намалювали десять різних прямокутників. Кожному опитуваному запропонували обрати серед них один найприємніший для очей. У цьому «конкурсі краси» з великим відривом «переміг» прямокутник, відношення сторін якого дорівнює $\frac{5}{8}$ (рис. 15). І це не випадково! Адже ще в давнину з цим відношенням (а точніше, з числом 0,618) люди пов'язували своє уявлення про красу і гармонію. Грецькі скульптори добре знали про відповідність правильних пропорцій людського тіла цьому магічному числу. І недаремно античні зодчі використовували його у своїх безсмертних творіннях.



Рис. 15



Рис. 16

Так, відношення висоти Парфенона¹ до його довжини дорівнює 0,618 (рис. 16).

Геній епохи Відродження Леонардо да Вінчі вважав, що з багатьох відношень, які використовує Творець, існує одне, єдине і неповторне. Саме його він назвав «золотим перерізом».

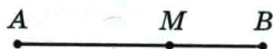


Рис. 17

На відрізку AB (рис. 17) позначено точку M так, що має місце пропорція $\frac{AB}{AM} = \frac{AM}{MB}$, тобто довжина всього відрізка

відноситься до довжини його більшої частини так, як довжина більшої частини до довжини меншої. Виявляється, що кожне з відношень, які входять у цю пропорцію, приблизно дорівнює 0,618. Точка M не ділить відрізок AB навпіл, але саме її називають «золотою серединою».

22. ПРЯМА ПРОПОРЦІЙНА ЗАЛЕЖНІСТЬ

Периметр P квадрата зі стороною a обчислюють за формулою $P = 4a$. Наприклад, якщо $a = 2$ см, то $P = 4 \cdot 2 = 8$ (см).

Зрозуміло, якщо змінити довжину сторони квадрата, то зміниться і його периметр. У таких випадках кажуть, що периметр і сторона квадрата є змінними величинами, причому величина P (периметр) залежить від величини a (довжини сторони). Цю залежність наочно відображено на рис. 18.

¹ Парфенон — храм в Афінах, побудований у V ст. до н. е.

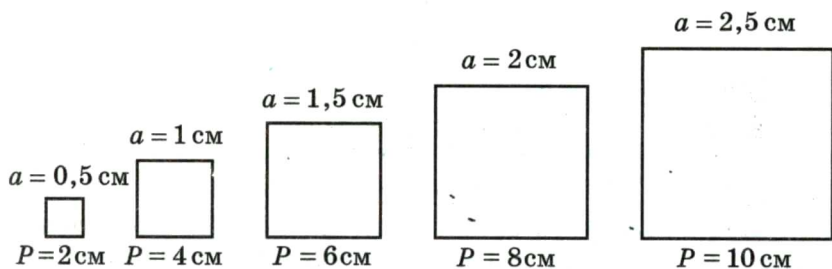


Рис. 18

Зауважимо, якщо збільшити сторону квадрата, наприклад, у 2 рази, то і його периметр збільшиться у 2 рази; збільшення ж сторони в 3 рази зумовить збільшення периметра в 3 рази і т. д. Зрозуміло також, що зменшення (збільшення) периметра в кілька разів приводить до відповідного зменшення (збільшення) сторони квадрата.

Дві величини називають прямо пропорційними, якщо при збільшенні (або зменшенні) однієї з них у кілька разів інша збільшується (або зменшується) у стільки ж разів.

Отже, величини P і a прямо пропорційні. Можна також сказати, що, наприклад, величина P прямо пропорційна величині a або залежність між величинами P і a є прямою пропорційністю.

Зазначимо, що не всяка залежність між змінними величинами є прямо пропорційною. Наприклад, площа квадрата зі стороною 2 см дорівнює 4 см^2 , а зі стороною 6 см — 36 см^2 . Отже, при збільшенні сторони в 3 рази площа квадрата збільшилась у 9 разів. Таким чином, залежність площі квадрата від його сторони не є прямо пропорційною.

Наведемо приклад ще однієї прямої пропорційної залежності.

Нехай турист рухається зі швидкістю 5 км/год. Тоді шлях s , пройдений за час t , обчислюють за формулою $s = 5t$. Очевидно, що величини s і t прямо пропорційні. Цей факт підтверджує й таблиця відповідних значень часу і шляху, пройденого туристом:

t — час руху туриста, год	1	1,5	2	2,2	3	3,4
s — шлях, пройдений за час t , км	5	7,5	10	11	15	17

Розглянемо відношення $5 : 1$; $7,5 : 1,5$; $10 : 2$; $11 : 2,2$; $15 : 3$; $17 : 3,4$. Усі вони дорівнюють 5, тобто

$$\frac{5}{1} = \frac{7,5}{1,5} = \frac{10}{2} = \frac{11}{2,2} = \frac{15}{3} = \frac{17}{3,4} = 5.$$

Така закономірність виражає властивість величин, які перебувають у прямо пропорційній залежності:

якщо дві величини прямо пропорційні, то відношення відповідних значень цих величин дорівнює одному й тому самому для цих величин числу.

У розглядуваних прикладах для величин P і a це число дорівнює 4, а для величин s і t — 5. Інакше кажучи: відповідні значення величин P і a задовольняють рівність $\frac{P}{a} = 4$, для s і t маємо $\frac{s}{t} = 5$.

Взагалі, якщо величини y і x прямо пропорційні, то їх відповідні значення задовольняють рівність $\frac{y}{x} = k$, де k — деяке стале для даних величин число ($k \neq 0$).

Приклад. Заповніть таблицю, якщо величина y прямо пропорційна величині x :

x	0,4	0,6	
y	1,6		2

Знайдемо відношення відомої пари відповідних значень величин x і y : $\frac{y}{x} = \frac{1,6}{0,4} = 4$. Щоб заповнити другий стовпчик таблиці, помножимо 0,6 на 4, а третій — поділимо 2 на 4. Таблиця набере вигляду:

x	0,4	0,6	0,5
y	1,6	2,4	2

- ?**
1. Які дві величини називають прямо пропорційними?
 2. Чим характерне відношення відповідних значень прямо пропорційних величин?
 3. Наведіть приклади прямо пропорційних величин.
 4. Наведіть приклади величин, які не є прямо пропорційними.

680.° За деякий час поїзд пройшов 320 км. Яку відстань пройде поїзд за той самий час, якщо його швидкість:
1) збільшити в 3 рази; 2) зменшити в 4 рази?

681.° Площа прямокутника дорівнює 60 см². Якою стане його площа, якщо ширина залишиться без змін, а довжину:

1) збільшити у 5 разів; 2) зменшити у 12 разів?

682.° За кілька метрів тканини заплатили 54 грн. Скільки треба було б заплатити за ту саму тканину, якби її купили:

1) у 6 разів менше; 2) у 2 рази більше?

683.° Двоє робітників виготовили за деякий час 24 деталі.

1) Скільком робітникам треба працювати, щоб за той самий час виготовити 48 деталей? 120 деталей?

2) Скільки деталей виготовлять ці двоє робітників за час, у 3 рази більший? у 4 рази менший?

Дайте відповіді на поставлені запитання, вважаючи, що продуктивність праці всіх робітників однакова.

684.° У таблиці наведено відповідні значення величин x і y . Встановіть, чи є ці величини прямо пропорційними.

1)

x	2	6	7	9
y	6	18	21	27

3)

x	1,2	2,4	6	9
y	1	2	5	6

2)

x	0,4	1,6	2,3	3,1
y	0,8	3,6	4,6	6,2

4)

x	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{9}{16}$
y	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{3}{8}$

685.° Заповніть таблицю, якщо величина y прямо пропорційна величині x :

x	0,3	8	3,2		
y			9,6	2,7	42

686.° Заповніть таблицю, якщо величина y прямо пропорційна величині x :

x	15		4		1,2
y		8	1,6	20	

- 687.* За m кг цукерок заплатили p грн. Користуючись таблицею, визначте ціну 1 кг цукерок. Заповніть таблицю.

m (кг)	3	8		1,2	
p (грн.)	22,5		30		6

Задайте формулою залежність p від m .

- 688.* Поїзд рухається зі швидкістю 60 км/год. Заповніть таблицю, у першому рядку якої вказано час руху t , а в другому — пройдений шлях s .

t (год)	2	0,5		3,2		
s (км)			90		240	156

Задайте формулою залежність s від t .

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ

689. Знайдіть число:

- половина якого дорівнює $\frac{1}{6}$;
- третина якого дорівнює $\frac{1}{2}$;
- $\frac{2}{3}$ якого дорівнюють $\frac{2}{3}$;
- $\frac{1}{4}$ якого дорівнює $\frac{1}{8}$.



690. Маса Землі становить 182 % маси Меркурія, а маса Сатурна — 9401 % маси Землі. Скільки відсотків маси Меркурія становить маса Сатурна?

691. Доведіть, що добуток трьох послідовних натуральних чисел, перше з яких є парним, кратний числу 24.

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ

692. Андрійко задумав натуральне число і помножив його на 19. Петрик закреслив останню цифру числа, яке отримав Андрійко, і в результаті отримав 32. Яке число задумав Андрійко?



23. ПОДІЛ ЧИСЛА НА ПРОПОРЦІЙНІ ЧАСТИНИ

Галинка спитала у бабусі, як замісити тісто для млинців. Бабуся порадила взяти борошно, молоко й олію у відношенні $8 : 5 : 1$. «Як це?» — не зрозуміла Галинка. Тоді бабуся пояснила їй, що треба взяти 8 мірок борошна, 5 таких самих мірок молока і 1 мірку олії. У таких випадках ще кажуть, що продукти треба взяти в частинах **пропорційно числам** 8, 5 і 1.

Приклад 1. Скільки грамів борошна треба взяти Галинці, щоб у неї вийшло 840 г тіста?

І спосіб

1) $8 + 5 + 1 = 14$ (частин) — становить усе тісто.

2) $840 : 14 = 60$ (г) — припадає на одну частину.

3) $60 \cdot 8 = 480$ (г) — потрібно взяти борошна.

II спосіб

Нехай одна частина становить x г. Тоді борошна треба $8x$ г, молока — $5x$ г, олії — x г.

Маємо:

$$8x + 5x + x = 840;$$

$$14x = 840;$$

$$x = 60.$$

Отже, борошна потрібно взяти $8 \cdot 60 = 480$ (г).

Відповідь: 480 г.

Розглянута задача є прикладом задачі на пропорційний поділ.

Приклад 2. Для виготовлення сплаву із міді і цинку¹ взяли мідь і цинк у відношенні $5 : 3$. Скільки взяли кілограмів міді, якщо її було на 12 кг більше, ніж цинку?

Сплав містить 5 частин міді і 3 таких самих частини цинку. Нехай маса однієї частини x кг. Тоді міді взяли $5x$ кг, а цинку — $3x$ кг. За умовою задачі $5x - 3x = 12$. Тоді $2x = 12$; $x = 6$. Отже, міді взяли $5 \cdot 6 = 30$ (кг).

Відповідь: 30 кг.

¹ Сплав міді з цинком має назву *латунь*. Це найпоширеніший сплав, до складу якого входить мідь.

- 693.° Поділіть:
- 1) число 138 на дві частини у відношенні 18 : 5;
 - 2) число 70 на чотири частини у відношенні 3 : 6 : 8 : 11.
- 694.° Поділіть:
- 1) число 72 на дві частини у відношенні 7 : 11;
 - 2) число 92 на три частини у відношенні 2 : 3 : 5.
- 695.° Для виготовлення соку ведмежата Гаммі беруть 12 частин ягід на 17 частин води. Скільки ягід їм треба взяти, щоб отримати 232 кг соку?
- 696.° Для царя Гороха виготовили нову корону зі сплаву, який складався з 7 частин золота і 5 частин платини. Скільки кожного металу було взято, якщо маса корони дорівнює 2 кг 460 г?
- 697.° Периметр трикутника дорівнює 48 см, а довжини його сторін відносяться як 7 : 9 : 8. Знайдіть сторони трикутника.
- 698.° Сторони трикутника відносяться як 5 : 7 : 11, а сума найбільшої і найменшої сторін дорівнює 80 см. Обчисліть периметр трикутника.
- 699.° Накресліть розгорнутий кут ABC і проведіть промінь BD так, щоб градусні міри кутів ABD і CBD відносились як 5 : 13.
- 700.° Накресліть кут MKE , градусна міра якого дорівнює 130° . Між сторонами цього кута проведіть промінь KO так, щоб градусні міри кутів MKO і EKO відносились як 19 : 7.
- 701.° Знайдіть такі значення x і y , щоб числа x , y і $\sqrt[2]{4}$ були відповідно пропорційні числам:
- 1) 3, 5 і 6;
 - 2) $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{36}$ і $\frac{1}{9}$.
- 702.° Знайдіть такі значення a і b , щоб числа a , 10 і b були відповідно пропорційні числам 2, $\frac{1}{6}$ і $\frac{3}{4}$.
- 703.° Троє робітників працювали з однаковою продуктивністю і отримали за свою роботу 800 грн. Скільки гривень має отримати кожний робітник, якщо перший з них працював 16 год, другий — 24 год, а третій — 40 год?
- 704.° Для трьох ферм виділили 540 т сіна. Скільки сіна треба завезти на кожну ферму, якщо на першій фермі 28 корів, на другій — 42 корови, а на третій — 65 корів?

705." Поділіть число 219 на три частини x , y і z так, щоб $x : y = 4 : 9$, а $y : z = 15 : 2\frac{2}{3}$.

706." Сума чотирьох чисел дорівнює 386. Знайдіть ці числа, якщо перше відноситься до другого як $2 : 5$, друге до третього — як $3 : 4$, а третє до четвертого — як $6 : 7$.

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ

707. Дві бригади відремонтували дорогу. Одна бригада відремонтувала $\frac{5}{11}$ дороги, а друга — решту. Яка з бригад відремонтувала більшу частину дороги і в скільки разів?

708. Одна бригада відремонтувала 20 км дороги, а друга — 14 км. На скільки відсотків довжини дороги друга бригада відремонтувала менше, ніж перша?

709. Знайдіть значення виразу:

$$\left(1\frac{1}{12} + 1\frac{1}{4}\right) \cdot 1\frac{19}{56} + 2\frac{5}{8} \cdot 1\frac{3}{7} \cdot 1\frac{1}{9}.$$

ГОТУЄМОСЬ ДО ВИВЧЕННЯ НОВОЇ ТЕМИ

710. Накресліть пряму і позначте на ній довільну точку O . Знайдіть на прямій усі точки, які віддалені від точки O на 3 см.

711. Позначте на площині довільну точку O . Позначте чотири точки, які віддалені від точки O на 2 см. Скільки ще можна позначити таких точок?

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ

712. На дошці написано число 23. Щохвилини число стирають і записують на цьому місці число, яке дорівнює добутку його цифр, збільшеному на 12. Яке число буде написано на дошці через годину?



24. КОЛО І КРУГ

Вважають, що колесо — один з найзначніших винаходів людини. Неможливо уявити світ без колеса. Секрет його чудових можливостей криється у властивостях дивовижної лінії — кола (рис. 19).

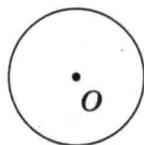


Рис. 19

Недаремно стародавні греки вважали коло найдосконалішою і «найкруглішою» фігурою. І в наші дні в деяких ситуаціях, коли хочуть дати особливу оцінку, вживають слово «круглий», яке вважають синонімом слова «цілковитий»: круглий відмінник, круглий сирота тощо.

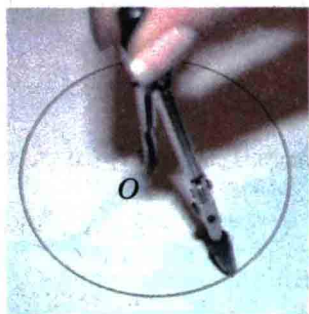


Рис. 20

Коло легко накреслити за допомогою циркуля (рис. 20). Встановіть вістря циркуля на папір. Тоді інша ніжка при обертанні опише коло. Точку, у яку спирається вістря циркуля, називають центром кола. На рис. 19 точка O — центр кола.

Усі точки кола віддалені від його центра на однакову відстань.



Рис. 21

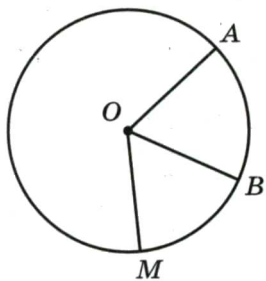


Рис. 22

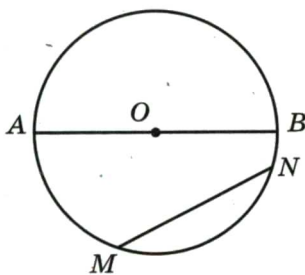


Рис. 23

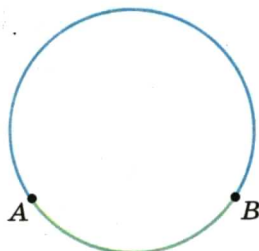


Рис. 24

Саме тому будь-який транспортний засіб на колесах їде «рівенько»: центр колеса при обертанні перебуває на однаковій відстані від землі (рис. 21).

Відрізок, який сполучає центр кола з будь-якою його точкою, називають **радіусом**. На рис. 22 відрізки OA , OB , OM — радіуси кола.

Зрозуміло, що всі радіуси одного кола рівні між собою. Наприклад, $OA = OB = OM$.

На рис. 22 довжина радіуса OA дорівнює 1,5 см. Прийнято також говорити, що *радіус кола дорівнює 1,5 см*.

Часто радіус кола позначають буквою r . Для розглядуваного кола можна записати: $r = 1,5$ см.

Відрізок, який сполучає будь-які дві точки кола, називають **хордою**. На рис. 23 відрізки AB і MN — хорди. Зауважимо, що тут хорда AB проходить через центр кола. Таку хорду називають **діаметром** кола.

Діаметр складається з двох радіусів. Тому довжина діаметра (або *діаметр* — так теж прийнято говорити) у 2 рази більша за радіус.

Часто діаметр кола позначають буквою d . Можна записати:

$$d = 2r.$$

Точки A і B (рис. 24) поділяють коло на дві частини, які називають **дугами**.

Коло обмежує частину площини (рис. 25). Цю частину площини разом з колом називають **кругом**.

Круг має центр, радіус, діаметр, хорду — це відповідно центр, радіус, діаметр, хорда кола, яке обмежує круг.

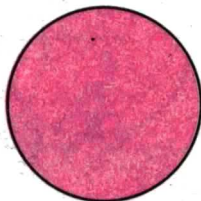


Рис. 25

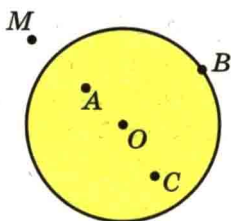


Рис. 26

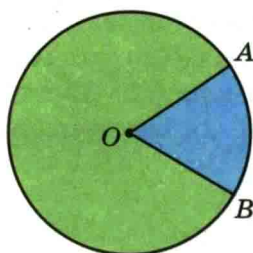


Рис. 27

На рис. 26 точка O — центр круга. Точки O , A , B і C належать кругу, а точка M не належить. Зрозуміло, що коли точка віддалена від центра круга на відстань, яка менша від радіуса круга або дорівнює йому, то ця точка належить кругу.

Якщо з центра O круга (рис. 27) провести два радіуси OA і OB , то вони поділять круг на дві частини, кожену з яких називають **сектором**.

Приклад. За допомогою лінійки і циркуля побудуйте трикутник ABC зі сторонами $AC = 3$ см, $BC = 5$ см і $AB = 6$ см.

Спочатку за допомогою лінійки будують відрізок AB завдовжки 6 см. Третя вершина C трикутника має бути віддалена від точки A на 3 см, а від точки B — на 5 см. Оскільки всі точки, які віддалені від точки A на 3 см, лежать на колі з центром A і радіусом 3 см, а всі точки, які віддалені від точки B на 5 см, — на колі з центром B і радіусом 5 см, то точка C буде точкою перетину цих кіл (рис. 28).

Сполучивши точку C з точками A і B , отримаємо шуканий трикутник ABC (рис. 29).

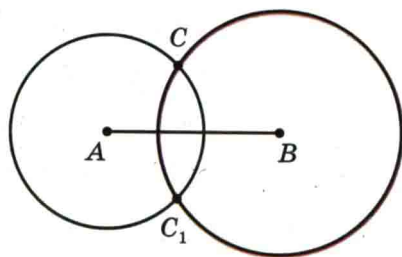


Рис. 28

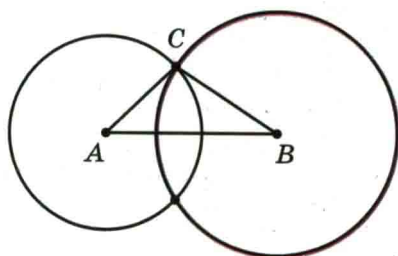


Рис. 29

Звернемо увагу на те, що побудовані кола мають ще одну спільну точку C_1 (рис. 28), яку можна було взяти за вершину трикутника. У цьому випадку ми одержали б ще один трикутник ABC_1 зі сторонами вказаної довжини, який дорівнює трикутнику ABC .

- ?
1. Як розташовані точки кола відносно його центра?
 2. Що називають радіусом кола?
 3. Що називають хордою кола?
 4. Що називають діаметром кола?
 5. Як пов'язані між собою діаметр і радіус кола?
 6. Як називають частини, на які дві точки поділяють коло?
 7. Як називають коло і частину площини, яку воно обмежує?
 8. Як називають частини, на які два радіуси поділяють круг?

713.° Які з точок, позначених на рис. 30:

- 1) лежать на колі;
- 2) лежать усередині кола;
- 3) не лежать на колі;
- 4) лежать поза колом;
- 5) належать кругу?

714.° Укажіть на рис. 31 центр, радіус, хорду і діаметр кола. Скільки радіусів зображено на цьому рисунку?

715.° Знайдіть діаметр кола, радіус якого дорівнює:

- 1) 14 см;
- 2) 4 см 5 мм;
- 3) 3,6 дм.

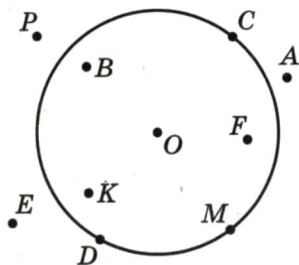


Рис. 30

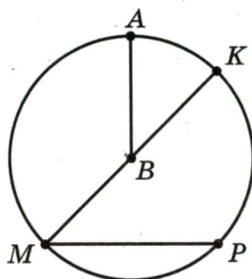


Рис. 31

- 716.° Знайдіть радіус кола, діаметр якого дорівнює:
 1) 8 см; 2) 5 см; 3) 9,2 дм.
- 717.° Накресліть коло з центром M , радіус якого 2 см 5 мм. Обчисліть діаметр цього кола.
- 718.° Накресліть коло з центром K , радіус якого 3 см 2 мм. Обчисліть діаметр цього кола.
- 719.° Позначте дві довільні точки A і B , виміряйте відстань між ними. Побудуйте коло з центром A , яке проходить через точку B , і коло з центром B , яке проходить через точку A . Чому дорівнює радіус кожного з побудованих кіл? Позначте точки перетину кіл. Яка відстань від цих точок до центрів кіл?
- 720.° Накресліть відрізок AB , довжина якого дорівнює 4 см. Побудуйте коло з центром A і радіусом 3 см та коло з центром B і радіусом 2 см. Скільки існує точок перетину кіл? Чому дорівнює відстань від кожної з цих точок до точки A ? до точки B ?
- 721.° Накресліть довільний відрізок AB . Побудуйте коло так, щоб цей відрізок був його діаметром.
- 722.° Знайдіть периметр чотирикутника O_1AO_2B (рис. 32), якщо радіуси кіл дорівнюють 5 см і 3 см.
- 723.° Накресліть три кола, які мають епільний центр, а радіуси їх відповідно дорівнюють 2 см, 3 см і 4 см.
- 724.° Накресліть коло, діаметр якого дорівнює 7 см. Позначте на колі точку A . Знайдіть на колі точки, віддалені від точки A на 4 см.

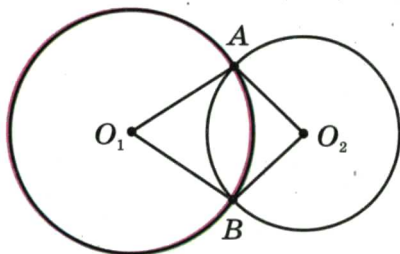


Рис. 32

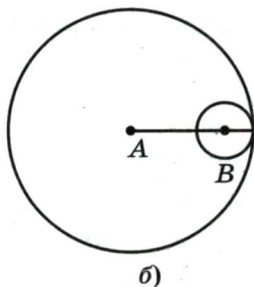
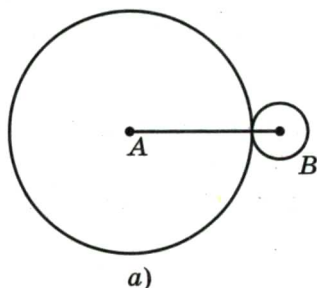


Рис. 33

- 725.* Накресліть коло і позначте на ньому три точки A , B і C . Скільки дуг при цьому утворилось?
- 726.* Накресліть коло з центром O , радіус якого дорівнює 3 см. Проведіть промінь з початком у точці O і позначте на ньому точку A , віддалену від точки O на 5 см. Проведіть коло з центром у точці A , радіус якого: 1) 2 см; 2) 2 см 5 мм; 3) 1 см 5 мм. Скільки спільних точок мають кола в кожному з цих випадків?
- 727.* Накресліть коло і трикутник так, щоб сторони трикутника були хордами кола.
- 728.* Накресліть коло, проведіть його діаметр AB , позначте на колі точки C і D . Сполучіть точки C і D з кінцями діаметра AB і знайдіть градусні міри кутів ACB і ADB .
- 729.* Радіус кола з центром A дорівнює 9 см, а радіус кола з центром B — 2 см. Знайдіть відстань між центрами цих кіл (рис. 33).
- 730.* На рис. 34 $OC = 6$ см, $BD = 2,5$ см. Знайдіть довжину відрізка OK .

731.* Накресліть довільний трикутник. Проведіть три кола так, щоб сторони трикутника були їх діаметрами.

732.* Накресліть квадрат із стороною 3 см. Проведіть чотири кола так, щоб сторони квадрата були їх діаметрами.

733.* 1) Накресліть відрізок AB , довжина якого дорівнює 3 см. Знайдіть

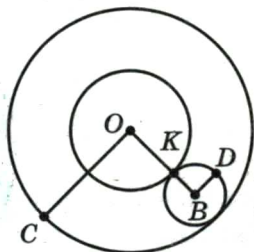


Рис. 34

точку, віддалену від кожного з кінців відрізка AB на 2 см. Скільки існує таких точок?

2) Накресліть відрізок CD , довжина якого дорівнює 4 см. Знайдіть точку, віддалену від точки C на 2 см, а від точки D — на 3 см. Скільки існує таких точок?

734.* За допомогою циркуля і лінійки побудуйте трикутник зі сторонами:

- 1) 3 см, 3 см, 4 см;
- 2) 2 см 4 мм, 3 см 5 мм, 4 см 8 мм;
- 3) 3 см, 4 см, 5 см.

735.* За допомогою циркуля і лінійки побудуйте трикутник зі сторонами:

- 1) 5 см, 6 см, 4 см;
- 2) 2 см, 2 см, 2 см;
- 3) 6 см 8 мм, 5 см 6 мм, 3 см 2 мм.

736.** Встановіть, чи можна побудувати трикутник зі сторонами:

- 1) 2 см, 6 см, 7 см;
- 2) 2 см, 6 см, 8 см;
- 3) 2 см, 6 см, 9 см.

Зробіть висновок.

737.* У крузі з центром O позначили точку M . Як розрізати цей круг на:

- 1) три частини;
- 2) дві частини

так, щоб з них можна було скласти новий круг, у якому позначена точка M була б його центром?

738.* На торті кондитер розмістив 7 кремових трояндочок (рис. 35). Як трьома прямолінійними розрізами поділити торт на 7 порцій, на кожній з яких була б одна трояндочка?

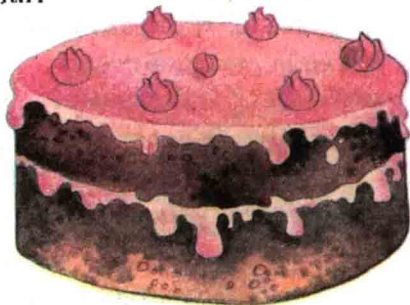


Рис. 35

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ



739. Обчисліть:

1) 7^2 ; 2) $0,4^2$; 3) $1,2^2$; 4) $(\frac{1}{3})^2$; 5) $(2\frac{2}{9})^2$.

740. За перший день продали 500 кг яблук, а за другий — 420 кг. На скільки відсотків менше продали яблук за другий день, ніж за перший?

741. На столі лежали цукерки. Петрик узяв половину всіх цукерок і ще 2 цукерки, після чого на столі залишилося 3 цукерки. Скільки цукерок лежало на столі спочатку?

742. Обчисліть:

$$(6,8 - 5\frac{5}{9}) : (2\frac{13}{30} - 2\frac{1}{12}) \cdot 3,6.$$

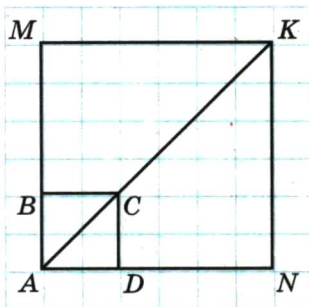


Рис. 36

ГОТУЄМОСЬ ДО ВИВЧЕННЯ НОВОЇ ТЕМИ

743. На рис. 36 діагональ AK квадрата $AMKN$ у 3 рази більша за діагональ AC квадрата $ABCD$. У скільки разів периметр квадрата $AMKN$ більший за периметр квадрата $ABCD$?

Понови в пам'яті зміст пункту 31 на с. 287.

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ



744. Діти збирали в лісі гриби. Вийшовши з лісу, вони стали парами — хлопчик з дівчинкою, причому в хлопчика грибів або вдвічі більше, або вдвічі менше, ніж у дівчинки. Чи могло так статися, що всі діти разом зібрали 500 грибів?

25. ДОВЖИНА КОЛА. ПЛОЩА КРУГА

Як виміряти довжину кола? Задача непроста, адже всі відомі тобі вимірювальні прилади для цього не годяться.

Винахідливий розум людини придумав багато способів розв'язання цієї задачі. Природним є бажання «надрізати»



Рис. 37

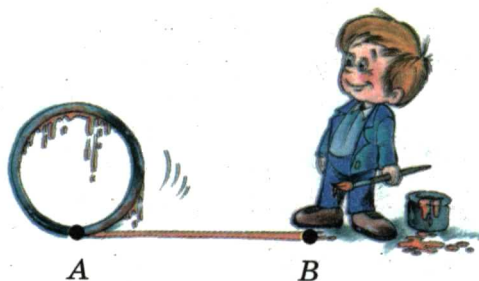
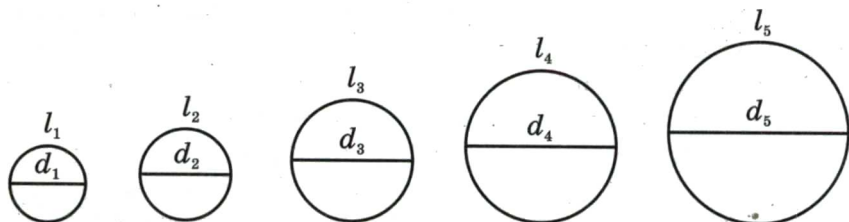


Рис. 38

коло, а потім «спрямити» його у відрізок. Так можна виміряти, наприклад, довжину металевго обруча (рис. 37).

Проте довжину обруча можна виміряти й іншим способом: пофарбувати його і прокотити по рівній поверхні, зробивши повний оберт (рис. 38). Тоді довжина відрізка AB дорівнюватиме довжині обруча.

Цілком очевидно, що довжина l кола залежить від довжини його діаметра d , тобто чим більший діаметр, тим більша довжина кола:



Можливо, інтуїція тобі підкаже, що якщо діаметр збільшити, наприклад, у 2 рази, то й довжина кола збільшиться у 2 рази; якщо, наприклад, діаметр зменшити в 5 разів, то те саме відбудеться і з довжиною кола.

Математика підтверджує твої здогадки: *довжина кола прямо пропорційна його діаметру.*

Інакше кажучи, *для всіх кіл відношення довжини кола до його діаметра є одним і тим самим числом.*

Це число позначають грецькою буквою π (пі). Отже, $\frac{l}{d} = \pi$, або

$$l = \pi d$$

Оскільки $d = 2r$ (r — радіус кола), можна отримати ще одну формулу для обчислення довжини кола:

$$l = 2\pi r$$

Чому все ж таки дорівнює число π ? Великий давньогрецький учений Архімед (III ст. до н. е.) установив, що $3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$.

Тому ще в давнину вважали, що $\pi \approx \frac{22}{7}$.

У XVIII ст. математики встановили, що число π не можна представити у вигляді скінченного десяткового дробу або нескінченного періодичного десяткового дробу. Воно виражається **нескінченим неперіодичним десятковим дробом** (подібні числа ти докладно вивчатимеш у 8 класі).

За допомогою сучасних комп'ютерів можна знайти величезну кількість цифр числа π , які стоять після коми. Наведемо запис числа π з 42 цифрами після коми:

$$\pi = 3,141592653589793238462643383279502884197169\dots$$

У 1992 році було обчислено 1 011 196 691 цифру числа π . Цей факт було занесено до Книги рекордів Гіннеса. Саме число в книзі не наведено, оскільки для цього потрібно було б понад тисячу сторінок.

Зазвичай використовують наближене значення числа π з точністю до сотих:

$$\pi \approx 3,14$$



Площа круга також залежить від його радіуса. Однак ця залежність вже не є прямою пропорційністю.

Встановлено, що площа S круга радіуса r обчислюється за формулою

$$S = \pi r^2$$

1. Яке число позначають буквою π ?
2. Назвіть наближене значення числа π з точністю до сотих.
3. За якою формулою обчислюють довжину кола?
4. За якою формулою обчислюють площу круга?

- 745.° Обчисліть довжину кола, діаметр якого дорівнює:
 1) 3,2 см; 2) 4,5 см.
- 746.° Обчисліть довжину кола, радіус якого дорівнює:
 1) 6 см; 2) 1,8 м.
- 747.° Обчисліть площу круга, радіус якого дорівнює:
 1) 8 см; 2) 14 дм.
- 748.° Обчисліть площу круга, діаметр якого дорівнює:
 1) 18 см; 2) 3,6 м.
- 749.° Обчисліть радіус кола, довжина якого дорівнює:
 1) 18,84 см; 2) 47,1 дм.
- 750.° Знайдіть радіус круга, площа якого дорівнює 314 см^2 .
- 751.° Щоб проїхати 400 м, колесо зробило 150 обертів. Знайдіть радіус колеса в сантиметрах. Відповідь округліть до одиниць.
- 752.° Довжина кола дорівнює 100,48 см. Знайдіть площу круга, обмеженого цим колом.
- 753.° Виконайте необхідні вимірювання і обчисліть площу заштрихованого кільця (рис. 39).
- 754.° 1) Радіус одного кола дорівнює 6 см, а радіус другого — 2 см. У скільки разів довжина першого кола більша за довжину другого?
 2) Радіус одного кола в 4 рази більший за радіус другого. У скільки разів довжина першого кола більша за довжину другого?
- 755.° Найбільший оптичний телескоп (рефлектор) в Україні знаходиться в Кримській астрономічній обсерваторії.

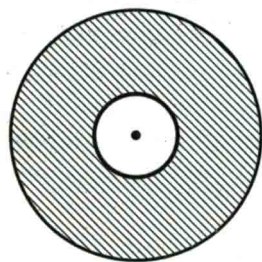


Рис. 39

Діаметр його дзеркала дорівнює 2,6 м. Найбільший у світі оптичний телескоп знаходиться в обсерваторії Каліфорнійського університету на Гавайях (США). Діаметр його дзеркала дорівнює 10 м. У скільки разів довжина ободу американського телескопа більша за довжину ободу українського? Відповідь округліть до десятих.

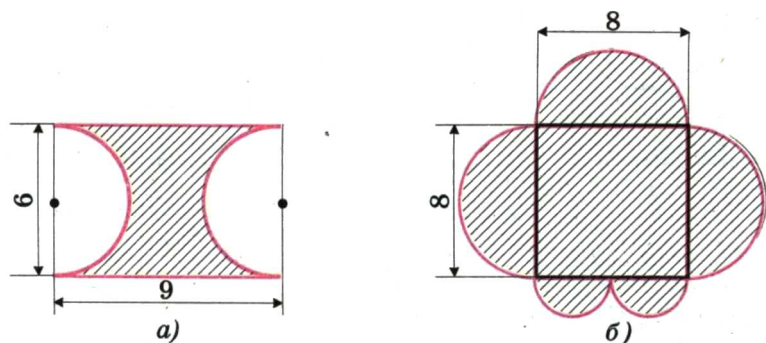


Рис. 40

- 756.** Радіус кола збільшили на 1 см. На скільки збільшилась при цьому довжина кола?
- 757.** Як зміниться радіус кола, якщо довжину кола збільшити на 9,42 см?
- 758.** Знайдіть довжину дуги, що становить 0,6 кола, радіус якого дорівнює 3,5 см.
- 759.** Знайдіть довжину дуги, що становить $\frac{5}{12}$ кола, радіус якого дорівнює 36 дм.
- 760.** Обчисліть довжину червоної лінії, зображеної на рис. 40 (розміри наведено в сантиметрах).
- 761.** Знайдіть площу круга, якщо $\frac{2}{3}$ довжини кола цього круга дорівнюють 24,8 см (число π округліть до десятих).
- 762.** На скільки площа квадрата більша за площу круга (рис. 41), якщо сторона квадрата дорівнює 8 см?
- 763.** Накресліть прямокутник із сторонами 3 см і 4 см. Проведіть діагоналі прямокутника. Узявши точку перетину діагоналей за центр кола, а половину діагоналі — за радіус, проведіть це коло. Виміряйте лінійкою діаметр утвореного кола (у сантиметрах, з точністю до одиниць). На скільки площа круга, обмеженого цим колом, більша за площу прямокутника?

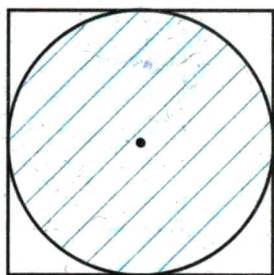


Рис. 41

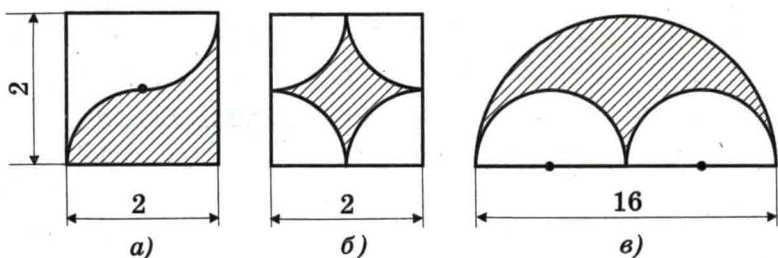


Рис. 42

- 764.** Обчисліть площу заштрихованої фігури, зображеної на рис. 42 (розміри наведено в сантиметрах).
- 765.** Обчисліть площу заштрихованої фігури (рис. 43), якщо довжина сторони клітинки дорівнює 1 см.
- 766.** Піца, діаметр якої дорівнює 30 см, коштує стільки ж, скільки дві піци, діаметр яких 20 см. У якому випадку Дмитрик з'їсть більше піци: коли придбає одну велику чи дві менші, якщо всі піци мають однакову товщину?
- 767.** Колеса автомобіля мають діаметр 65 см. Він рухається з такою швидкістю, що колеса роблять 6 обертів щосекунди. Знайдіть швидкість автомобіля в кілометрах за годину. Відповідь округліть до десятих.
- 768.** Діаметр колеса вагона метрополітену дорівнює 78 см. За 2,5 хв колесо робить 1000 обертів. Знайдіть швидкість поїзда метро в кілометрах за годину. Відповідь округліть до десятих.

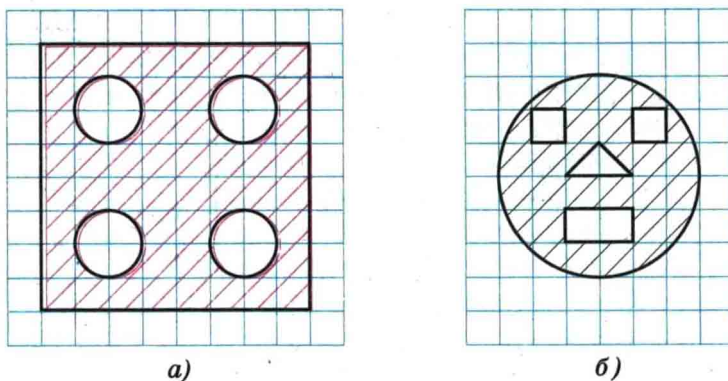


Рис. 43

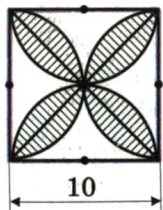


Рис. 44

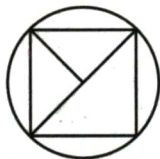


Рис. 45

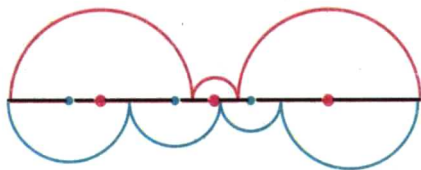


Рис. 46

769.* Знайдіть довжину дуги, яку описує годинникова стрілка завдовжки 6 см за 1 год.

770.* Знайдіть довжину дуги, яку описує хвилинна стрілка завдовжки 24 см за 40 хв.

771.* Обчисліть площу заштрихованої фігури, зображеної на рис. 44 (розмір наведено в сантиметрах).

772.* Усі вершини квадрата (рис. 45), діагональ якого дорівнює 6 см, лежать на колі. Обчисліть площу квадрата, не вимірюючи його сторони. На скільки площа квадрата менша від площі круга?

773.* Доведіть, що сума довжин червоних дуг (рис. 46) дорівнює сумі довжин зелених дуг.

774.* (Задача Гіппократа¹.) Доведіть, що сума площ зафарбованих серпиків (рис. 47) дорівнює площі прямокутника.

775.* Два квадрати зі стороною 1 см мають спільний центр² (рис. 48). Доведіть, що площа їх спільної частини більша за $\frac{\pi}{4}$.

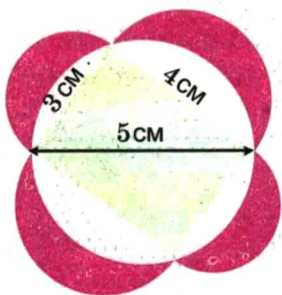


Рис. 47

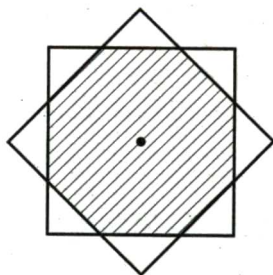


Рис. 48

¹ Гіппократ Хіосський — давньогрецький геометр (V ст. до н. е.).

² Центр квадрата — точка перетину його діагоналей.

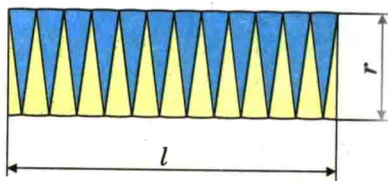
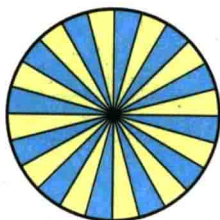


Рис. 49

- 776.* На рис. 49 показано старовинний спосіб обчислення площі круга. Спробуйте пояснити, чому добуток rl приблизно дорівнює площі круга.

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ

777. Маса сплаву міді й срібла дорівнює 7,2 кг. Маса срібла становить 80 % маси міді. Скільки кілограмів міді в сплаві?



778. Розв'яжіть рівняння:

$$1) \frac{1}{3}x + \frac{1}{5}x + \frac{1}{6}x = \frac{21}{40}; \quad 2) \frac{1}{4}x + \frac{1}{6}x + \frac{1}{8}x = \frac{39}{56}.$$

779. Ціна товару двічі підвищувалась і кожного разу на 50 %. Якою стала ціна товару, якщо спочатку вона становила 16 грн.?

ГОТУЄМОСЬ ДО ВИВЧЕННЯ НОВОЇ ТЕМИ

780. Нехай стовпчик, висота якого дорівнює 1 клітинці зошита, відповідає 1 року життя людини. Нарисуй стовпчик, висота якого відповідає твоєму віку.
781. Зобразить круг, поділіть його двома діаметрами на 4 рівні частини. Скільки відсотків площі круга становить площа одного сектора?

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ

782. У клітинках таблиці розміром 3×3 клітинок стоять нулі. Дозволяється вибрати

4	6	5
7	18	9
6	10	7

будь-який квадрат розміром 2×2 і збільшити числа в усіх його клітинках на одиницю. Чи можна отримати після кількох таких операцій таблицю, наведену на рис. 50?



Рис. 50

26. ДІАГРАМИ

Класний керівник шостого класу веде облік відвідування учнями занять. Наприкінці тижня його записи мали такий вигляд:

День тижня	Понеділок	Вівторок	Середа	Четвер	П'ятниця
Кількість відсутніх	3	2	5	4	7

Ці дані можна подати більш наочно у вигляді стовпчастої діаграми (рис. 51).

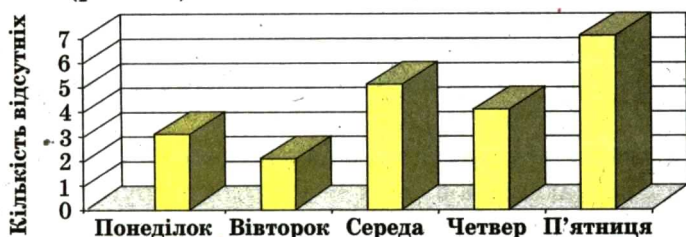


Рис. 51

Тут висота стовпчика показує кількість відсутніх учнів у певний день тижня.

Однак не тільки таку інформацію можна отримати з цього рисунка. Він також дає змогу оцінити, як змінювалася кількість відсутніх упродовж усього тижня, або, як прийнято говорити, побачити динаміку процесу.

Інформація, зображена у вигляді стовпчастої діаграми, легко сприймається, а тому і добре запам'ятовується.

На рис. 52 зображено стовпчасту діаграму результатів письмової роботи з математики у трьох шостих класах.

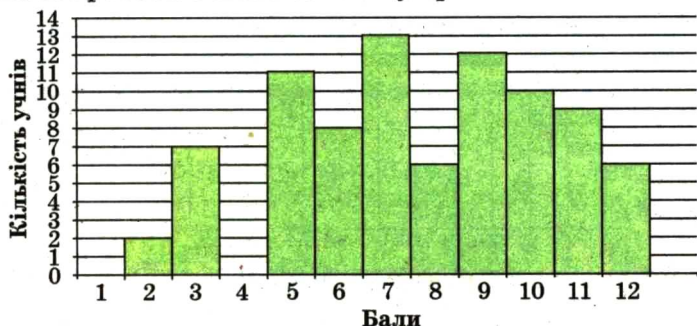


Рис. 52

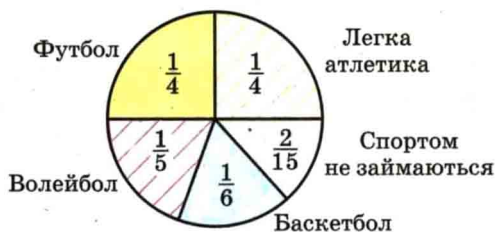


Рис. 53

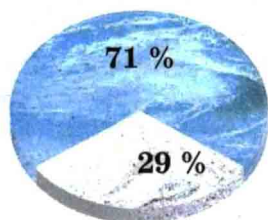


Рис. 54

З діаграми видно, що, наприклад, оцінки «1» і «4» не отримав жоден учень, а оцінку «7» отримало найбільше учнів — 13.

Наочно відображують інформацію також **кругові діаграми**.

На рис. 53 зображено кругову діаграму розподілу відвідування учнями шостих класів спортивних секцій.

З діаграми на рис. 54 видно, яку частину поверхні Землі займає суходіл, а яку — вода.

У яких випадках зручно подавати інформацію у вигляді стовпчастих діаграм, а в яких — у вигляді кругових?

Тобі, мабуть, неодноразово доводилося чути вислів «діаграми зростання». Якщо хочуть продемонструвати, як з плином часу змінюється деяка величина, то наочнішими є стовпчасті діаграми.

Кругові діаграми частіше застосовують тоді, коли хочуть співставити частини якоїсь величини.

Зверніть увагу на різноманітне оформлення діаграм у задачах цього пункту. Наприклад, стовпчаста діаграма може складатися не тільки з вертикальних стовпчиків, а й з горизонтальних смужок.

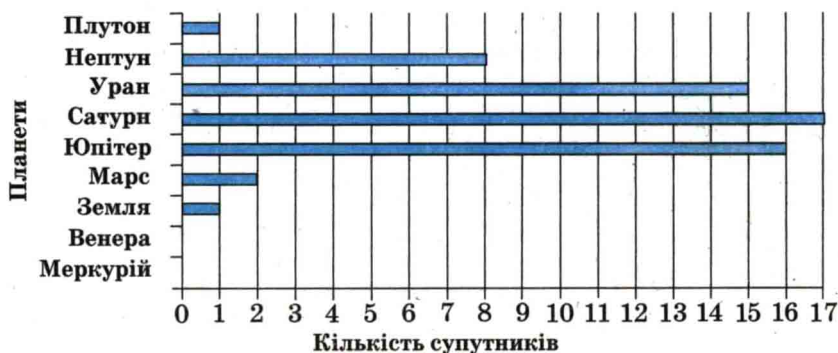


Рис. 55

783.° На діаграмі (рис. 55) показано кількість супутників, які мають планети Сонячної системи.

- 1) У якої планети найбільша кількість супутників?
- 2) Чи є планети, які не мають супутників?
- 3) У яких планет однакова кількість супутників?
- 4) У скільки разів Юпітер має більше супутників, ніж Нептун?
- 5) На скільки Земля має менше супутників, ніж Уран?

784.° На діаграмі (рис. 56) наведено вибірку інформацію про природно-заповідний фонд України.

- 1) Скільки в Україні ботанічних садів? зоологічних парків?
- 2) На скільки більше заповідників, ніж національних природних парків?
- 3) У скільки разів менше регіональних ландшафтних парків, ніж дендрологічних?

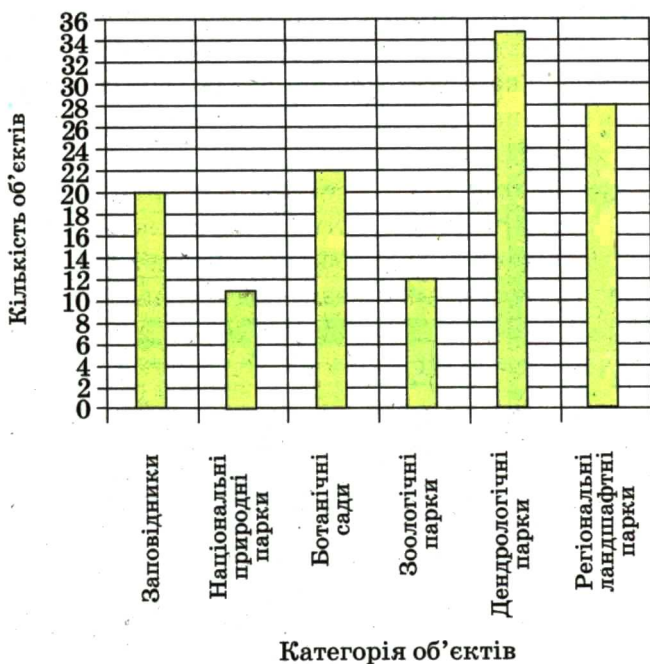


Рис. 56

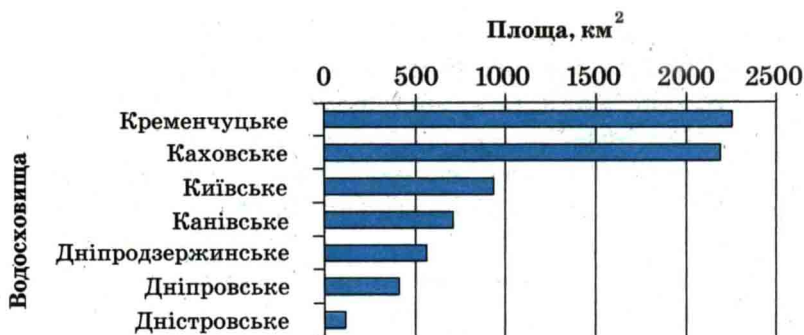


Рис. 57

785.° Користуючись діаграмою, на якій зображено найбільші водосховища України (рис. 57), установіть:

- 1) яке з наведених водосховищ має найбільшу площу;
- 2) яке з наведених водосховищ має найменшу площу;
- 3) площа якого з водосховищ, Київського чи Канівського, більша.

786.° Користуючись діаграмою, на якій зображено відсотковий вміст солі у воді деяких водойм (рис. 58), установіть:

- 1) у якій з наведених водойм найсолоніша вода;
- 2) у якій з наведених водойм найменш солонна вода;

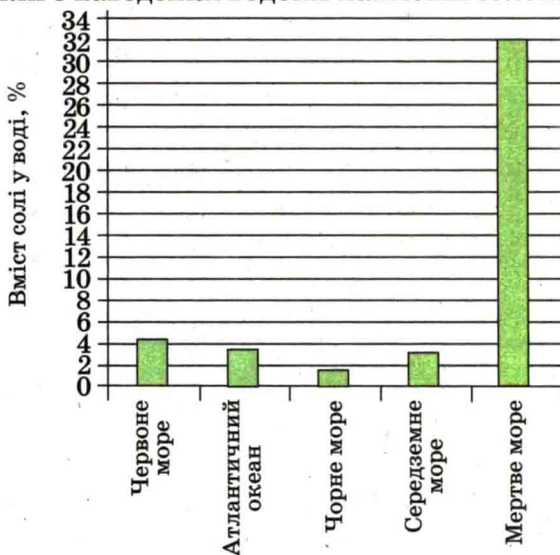


Рис. 58

3) у якому з морів, Середземному чи Червоному, вода солоніша.

787.° На рис. 59 наведено діаграму щорічного відсоткового зростання кількості користувачів Інтернету у світі протягом 1995–2004 років.

1) На скільки відсотків зростає кількість користувачів Інтернету з 1995 року до 2004 року?

2) Протягом якого року відбувся найменший приріст користувачів? найбільший приріст?

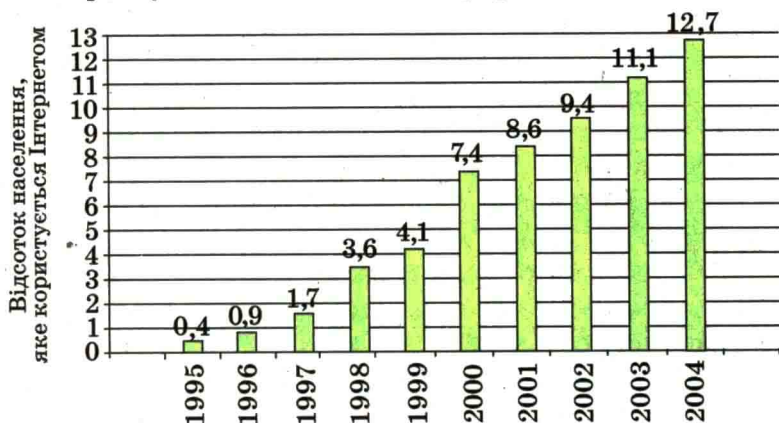


Рис. 59

788.° На круговій діаграмі (рис. 60) наведено результати виборів мера Сонячного міста (у відсотках).

1) Скільки відсотків виборців брали участь у голосуванні?

2) На скільки відсотків більше виборців проголосувало за Знайка, ніж за Незнайка?

3) Скільки відсотків виборців проголосувало проти Незнайка?

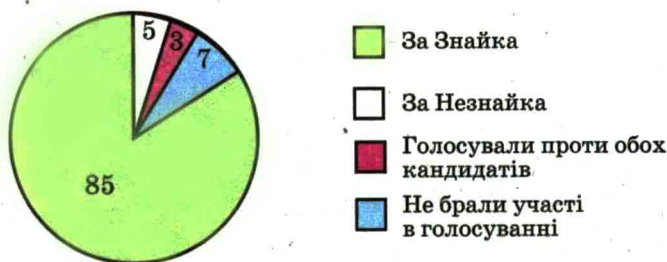


Рис. 60



Рис. 61

789.° На круговій діаграмі (рис. 61) наведено розподіл використання учнем шостого класу Петром Іваненком вільного від навчання часу.

1) Скільки відсотків вільного часу Петро приділяє перебуванню на свіжому повітрі?

2) Скільки відсотків вільного часу він витрачає з користю для здоров'я?

3) У скільки разів більше часу він витрачає на перегляд телевізійних програм і гру на комп'ютері, ніж на допомогу батькам?

Чи порадив би ти Петру щось змінити в розподілі вільного часу?

790.° Моряк Папай вважає, що найсмачніші пельмені з шпинатовою начинкою. Склад у відсотках цієї начинки подано на діаграмі (рис. 62).

1) Скільки відсотків начинки становить зелена цибуля?

2) Скільки грамів шпинату міститься у 500 г начинки?

791.° Учні шостих класів відвідують різні спортивні секції. Використовуючи діаграму (рис. 63), дайте відповіді на запитання.

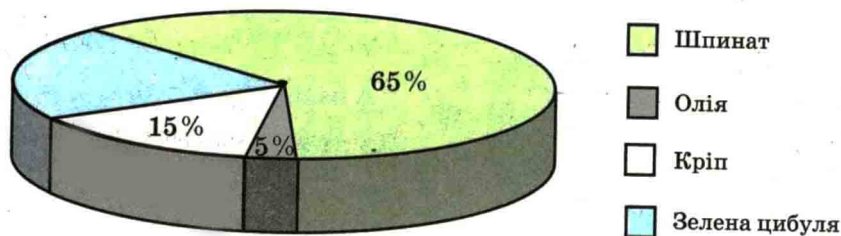


Рис. 62

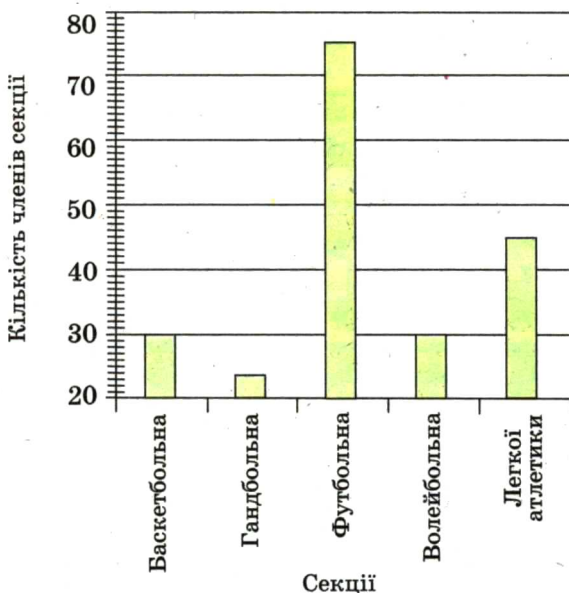


Рис. 63

- 1) Яку секцію відвідує найбільше шестикласників?
- 2) Які секції відвідує однакова кількість шестикласників?
- 3) Яку частину від кількості футболістів становить кількість легкоатлетів?
- 4) Скільки відсотків кількість гандболістів становить від кількості баскетболістів?

792. Користуючись таблицею середніх річних температур повітря в окремих регіонах України, побудуйте відповідну стовпчасту діаграму.

Місто	Температура, °C	Місто	Температура, °C
Львів	7,5	Черкаси	7,3
Ужгород	9,3	Полтава	6,8
Київ	6,9	Донецьк	7,5
Суми	6,0	Луганськ	9,2
Одеса	9,4	Ялта	13,1

793. Користуючись таблицею розвитку Київського метрополітену, побудуйте діаграму зростання довжини його ліній.

Рік	Кількість станцій	Довжина ліній, км	Рік	Кількість станцій	Довжина ліній, км
1960	5	5,2	1987	28	32,8
1965	10	12,7	1992	35	43,3
1971	14	18,2	2000	39	51,7
1976	17	20,5	2004	42	56,6
1981	23	28,2			

794. Користуючись таблицею розвитку Київського метрополітену, побудуйте діаграму збільшення кількості його станцій.

795. У таблиці наведено найвищі вершини деяких гірських систем Європи:

Назва вершини	Висота, м	Гірська система
Монблан	4807	Альпи
Муласен	3478	Андалузські гори
Пік Ането	3404	Піренеї
Мусала	2925	Масив Рила (Балкани)
Корно	2914	Апенніни
Герлаховські-Штит	2655	Масив Татри
Гальхепігген	2470	Скандинавські гори
Ельбрус	5642	Кавказ

Округліть висоту кожної вершини до сотень метрів, для зображення 100 м висоти візьміть відрізок, довжина якого дорівнює 1 мм, і побудуйте стовпчасту діаграму висот наведених вершин гірських систем.

796. За допомогою таблиці зростання кількості користувачів Інтернету у світі побудуйте відповідну діаграму, округливши попередньо кількість користувачів до десятків мільйонів і взявши для зображення 10 млн осіб відрізок, довжина якого дорівнює 1 мм.

Дата	Кількість користувачів, млн	Дата	Кількість користувачів, млн
Грудень 1997	70	Серпень 2001	513
Грудень 1998	147	Вересень 2002	587
Грудень 1999	248	Грудень 2003	719
Грудень 2000	451	Жовтень 2004	812

797. У таблиці наведено поширеність деяких хімічних елементів у земній корі:

Назва елемента	Відсоток маси земної кори (з точністю до десятих)
Алюміній	7,5
Кальцій	3,4
Натрій	2,6
Калій	2,4
Магній	1,9
Титан	0,6

Побудуйте стовпчасту діаграму поширеності наведених елементів, узявши для зображення 0,1 % відрізок, довжина якого дорівнює 1 мм.

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ

- 798.** Максимальна маса білого ведмеда 800 кг, що становить $\frac{2}{15}$ максимальної маси індійського слона або 640 % максимальної маси лева. Знайдіть максимальну масу: 1) індійського слона; 2) лева.
- 799.** У Київському національному університеті імені Тараса Шевченка навчається близько 20 000 студентів. Кількість студентів Кембриджського університету



(Велика Британія) становить 60 % кількості студентів Київського університету або $\frac{3}{7}$ кількості студентів Геттингенського університету (Німеччина). Скільки студентів навчається в Геттингенському університеті?

800. У халькозині (мідний блиск) міститься 80 % міді, а в халькопіриті (мідний колчедан) — 35 %. З чого отримають більше міді: з 280 т халькозину чи з 640 т халькопіриту?
801. З цифр 4, 5, 6 склали два різних трицифрових числа. Чи може добуток цих чисел дорівнювати числу, записаному за допомогою цифр 0, 2, 3, 5, 6, 8 (у запису чисел цифри не повторюються)?

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ

802. У США дату зазвичай записують так: місяць, число і рік. Наприклад, дату народження Великого Кобзаря американець записав би так: 3.9.1814. В Європі ж спочатку записують число, потім місяць і рік. Скільки в році днів, дату яких не можна прочитати однозначно, не знаючи, яким способом вона записана?



27. ВИПАДКОВІ ПОДІЇ. ЙМОВІРНІСТЬ ВИПАДКОВОЇ ПОДІЇ

Пролунав шкільний дзвоник, випав сніг, на уроці математики тебе викликали до дошки, чорний кіт перебіг дорогу — все це події. Кожна з цих подій за одних і тих самих умов могла відбутися, а могла і не відбутися (сніг міг не випасти, дзвоник не пролувати і т. ін.). Тому можна казати, що ми навели приклади **випадкових подій**.

Уяви собі, що випущено 1 000 000 лотерейних білетів і розігрується один автомобіль. Чи можна, придбавши один лотерейний білет, виграти цей приз? Звісно, можна, хоча ця подія *малоймовірна*. А якщо розіграватимуться 10 автомобілів? Зрозуміло, що **ймовірність** виграшу збільшиться. Якщо ж уявити, що розігруються 999 999 автомобілів, то ймовірність виграшу стає дуже великою.



Отже, ймовірності випадкових подій — це величини, які можна порівнювати. Однак для цього слід домовитися, яким чином вимірювати ці величини.

Придбавши один білет, природно вважати, що ймовірність виграшу при розіграші одного автомобіля дорівнює $\frac{1}{1000000}$, 10 автомобілів — $\frac{10}{1000000} = \frac{1}{100000}$, 999 999 автомобілів — $\frac{999999}{1000000}$. Цими дробами ми оцінюємо шанси настання випадкової події, яка нас цікавить. Наука, що займається таким оцінюванням, називається *теорією ймовірностей*.

Якщо уявити собі таку фантастичну ситуацію, у якій кожний лотерейний білет є призовим, то виграш гарантований. Тоді ймовірність події «виграш автомобіля» вважають такою, що дорівнює 1, а подію називають **вірогідною**.

Якщо в лотереї немає жодного призового білета, то виграти автомобіль неможливо. У цьому випадку ймовірність події «виграш автомобіля» вважають такою, що дорівнює нулю, а подію називають **неможливою**.

Зрозуміло, що якби половина білетів тиражу виявилася призовою, то події «виграш» і «не виграш» автомобіля стали б **рівноймовірними**. Ймовірність кожної з них дорівнює $\frac{1}{2}$.

Розглянемо ще один приклад. При киданні грального кубика (рис. 64) відбудеться одна з шести випадкових подій: може випасти 1, 2, 3, 4, 5 або 6 очок. Усі ці події **рівноймовірні**. Зрозуміло, що ймовірність кожної з них дорівнює $\frac{1}{6}$.

Знайдемо ймовірність того, що при киданні грального кубика випаде число, яке

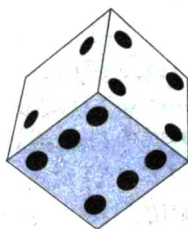


Рис. 64

кратне 3. З шести рівноймовірних подій є тільки дві, які нас задовольняють: коли випаде 3 або 6 очок. Ці дві події назвемо *сприятливими*.

Ймовірність того, що випаде число, яке кратне 3, дорівнює $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

До речі, у прикладі з лотереєю існує 1 000 000 рівноймовірних подій «купити навмання один білет». І якщо виграшних білетів 10, то є 10 сприятливих подій. Тому ймовірність виграшу дорівнює $\frac{10}{1\,000\,000} = \frac{1}{100\,000}$.

Приклад. У коробці лежать 2 сині і 5 жовтих кульок. Навмання виймають одну кульку. Яка ймовірність того, що ця кулька виявиться: 1) синьою; 2) червоною?

1) При вийманні кульки може відбутися 7 рівноймовірних подій. З них сприятливих тільки 2 (адже в коробці тільки 2 сині кульки). Тому шукана ймовірність дорівнює $\frac{2}{7}$.

2) Оскільки в коробці немає червоних кульок, то подія, що розглядається, є неможливою, отже, її ймовірність дорівнює 0.

Українська математична наука подарувала світові плеяду видатних фахівців у галузі теорії ймовірностей. Імена Й. І. Гіхмана, Б. В. Гнеденка, А. В. Скорохода, М. Й. Ядренка відомі математикам у всьому світі.



М. Й. Ядренко

Михайло Йосипович Ядренко значну частину своїх творчих сил віддавав також педагогічній діяльності. Він багато працював з обдарованою молоддю, був фундатором Всеукраїнських олімпіад юних математиків.

803.° Наведіть приклади випадкових подій.

804.° Наведіть приклади подій, які, на вашу думку, є:

- 1) малоімовірними; 2) дуже ймовірними.

805.° Наведіть приклади:

- 1) вірогідних подій; 2) неможливих подій.

806.° Які з наведених подій вірогідні, а які неможливі:

- 1) крокодил навчиться співати;
2) індики восени полетять до теплих країв;

3) після березня настане квітень;

4) завтра настане субота;

5) у наступному році твій день народження припаде на середу;

6) камінь, який ти кинеш, долетить до стратосфери?

807.° Чи всі рівноймовірні події мають імовірність, що дорівнює $\frac{1}{2}$?

808.° Наведіть приклади рівноймовірних подій.

809.° Наведіть приклади подій, які не є рівноймовірними.

810.° Яка ймовірність того, що при одному киданні грального кубика випаде кількість очок, що дорівнює:

1) двом;

3) непарному числу;

2) п'яти;

4) числу, яке кратне 6?

811.° Уяви собі, що в класі, у якому ти навчаєшся, розігрується одна безкоштовна туристична поїздка до Парижа. Яка ймовірність того, що до Парижа поїдеш ти?

812.° Щоб скласти іспит з математики, треба вивчити 30 білетів. Учень вивчив бездоганно 25 білетів. Яка ймовірність того, що, відповідаючи на один білет, він отримає оцінку 12 балів?

813.° Щоб скласти іспит з математики, треба вивчити 25 білетів. Учень не вивчив тільки один білет. Яка ймовірність того, що він витягне саме цей білет і не складе іспит?

814.° З 28 учнів одного класу 12 знають англійську мову. Яка ймовірність того, що звернення президента США до навмання вибраного учня буде тому зрозумілим?

815.° У класі вчиться 12 дівчаток і 17 хлопчиків. Один учень спізнився до школи. Яка ймовірність того, що це:

1) був хлопчик;

2) була дівчинка?

816.° Три грані кубика пофарбували в червоний колір, а решту — у синій. Яка ймовірність того, що при киданні кубика випаде червона грань?

817.° Дві грані кубика пофарбували в чорний колір, а решту — у білий. Яка ймовірність того, що при киданні кубика випаде: 1) чорна грань; 2) біла грань?



818.* З коробки шахів випадково випала одна фігура. Яка ймовірність того, що ця фігура:

- | | |
|------------------|-----------------------------------|
| 1) білий король; | 8) біла фігура; |
| 2) чорний ферзь; | 9) не пішак; |
| 3) король; | 10) не король; |
| 4) чорна тура; | 11) не білий ферзь; |
| 5) кінь; | 12) не пішак і не король; |
| 6) білий пішак; | 13) не слон і не ферзь; |
| 7) пішак; | 14) не кінь, не король і не тура? |



819.* У коробці було 19 карток, пронумерованих від 1 до 19. З коробки навмання взяли одну картку. Яка ймовірність того, що на ній записано число:

- | | |
|--------------|-----------------------------------------------|
| 1) 12; | 8) двоцифрове; |
| 2) 21; | 9) у запису якого є цифра 9; |
| 3) парне; | 10) у запису якого є цифра 1; |
| 4) непарне; | 11) у запису якого відсутня цифра 5; |
| 5) кратне 3; | 12) сума цифр якого ділиться націло на 5; |
| 6) кратне 7; | 13) при діленні якого на 7 остача дорівнює 5; |
| 7) просте; | 14) у запису якого відсутня цифра 1? |

820.* Яка ймовірність того, що твій найщасливіший день у майбутньому році припаде на:

- | | | |
|-------------|--------------|--------------|
| 1) 7 число; | 2) 31 число; | 3) 29 число? |
|-------------|--------------|--------------|

821.* Яка ймовірність того, що при киданні грального кубика випаде:

- 1) парне число;
- 2) число, яке не ділиться націло на 4;
- 3) число, яке не ділиться націло на 3;
- 4) число, кратне 7?

822.* У лотереї 20 виграшних і 480 програшних білетів. Яка ймовірність виграти в цю лотерею, якщо купити один білет?

823.* У коробці лежать 5 червоних і 3 жовті кульки. Яка ймовірність того, що вибрана навмання кулька виявиться:

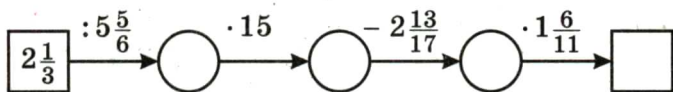
- | | |
|------------|--------------|
| 1) жовтою; | 2) червоною? |
|------------|--------------|

824.* В ящику було 45 кульок, з яких 17 білих. Загубили дві не білі кульки. Яка ймовірність того, що взята навмання кулька буде білою?

825. Картки з номерами 1, 2, 3 поклали в ряд. Яка ймовірність того, що картки з непарними номерами опиняться поряд?
826. У коробці лежать 2 сині кульки і кілька червоних. Скільки червоних кульок у коробці, якщо ймовірність того, що вибрана навмання кулька:
- 1) виявиться синьою, дорівнює $\frac{2}{5}$;
 - 2) виявиться червоною, дорівнює $\frac{4}{5}$?
827. Грані кубика пофарбовано у два кольори — синій і жовтий (кожну грань в один колір). Ймовірність того, що випаде синя грань, дорівнює $\frac{2}{3}$, а що жовта — $\frac{1}{3}$. Скільки синіх і скільки жовтих граней у кубика?
828. У коробці було 3 зелені і 6 синіх кульок. Яку найменшу кількість кульок треба виняти навмання, щоб ймовірність того, що серед винятих кульок хоча б одна буде зеленого кольору, дорівнювала 1?

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ

829. Один тракторист може зорати поле за 18 год, а другий — за 12 год. Яку частину поля вони зорють разом, якщо перший працюватиме 5 год, а другий — 7 год?
830. Ціну товару спочатку збільшили на 50 %, а потім зменшили на 50 %. Якою стала ціна товару, якщо спочатку вона становила 16 грн.?
831. Заповніть ланцюжок обчислень:



ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ

832. Футбольний м'яч щільно обтягнуто сіткою. З кожного вузла сітки виходять 3 мотузки. Чи може в цій сітці бути 999 вузлів?



28. ДОДАТНІ І ВІД'ЄМНІ ЧИСЛА

Коли ти вчився рахувати, то познайомився з натуральними числами, а коли подорослішав, зрозумів, що для вимірювання багатьох величин тільки натуральними числами не обійтися. Тоді ти дізнався про існування дробових чисел. Проте світ, який нас оточує, настільки складний і різноманітний, що для описування багатьох подій і явищ натуральних і дробових чисел також недостатньо.

Розглянемо кілька прикладів.

Бізнесмен-початківець поклав на свій рахунок у банк 5000 грн. Через деякий час він зняв з рахунку ці гроші і взяв ще в кредит (у борг) 2000 грн. Яким числом тепер оцінити залишок на його рахунку в цьому банку?

Звісно, можна сказати, що бізнесмен заборгував банку 2000 грн. Однак є й інша оцінка: кажуть, що на рахунок «мінус 2000 грн.», пишуть: -2000 грн.

Термометр, зображений на рис. 65, показує температуру 5 градусів морозу, або, як ще говорять, «5 градусів нижче нуля». Також можна сказати, що температура дорівнює «мінус 5 градусів». Пишуть: -5 °С.

У 1998 році відбулася Перша національна українська експедиція на Еверест. Досягнувши позначки 8848 м над рівнем моря, наші альпіністи підкорили найвищу вершину світу. Якщо колись нашим дослідникам пощастить спуститися на дно Маріанської впадини, то в газетах напишуть: «Українцям підкорилася позначка $-11\ 022$ м».

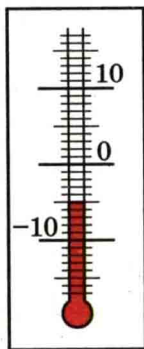


Рис. 65



Еверест — найвища вершина світу

Числа -2000 , -5 , $-11\ 022$ — приклади від'ємних чисел. Як бачиш, ці числа записують за допомогою знака « $-$ ».

Ось ще приклади від'ємних чисел: $-\frac{1}{3}$; $-2,4$; $-5\frac{2}{9}$ (читають: «мінус одна третя», «мінус дві цілих чотири десятих», «мінус п'ять цілих дві дев'ятих»).

Натуральні й дробові числа, які ти вивчав раніше, тепер будемо називати додатними. Так, 5 ; $\frac{1}{17}$; $8,3$ — приклади додатних чисел.

Число 0 особливе: його не відносять ні до додатних, ні до від'ємних чисел.

У тих випадках, коли може виникнути плутанина, додатне число позначають за допомогою знака « $+$ ». Наприклад, інформацію «термометр показує $1\text{ }^{\circ}\text{C}$ » можна уточнити: «термометр показує $+1\text{ }^{\circ}\text{C}$ ».

Зазначимо, що використовувати знак « $+$ » для позначення додатних чисел зовсім не обов'язково. Наприклад, $+12$ і 12 — це одне й те саме число, записане різними способами: $+12 = 12$.

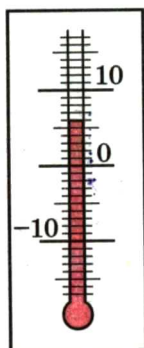
Якщо одне число додатне, а друге від'ємне, то про ці числа кажуть, що вони мають різні знаки. А якщо кажуть, що два числа мають однакові знаки, то вони обидва додатні або обидва від'ємні.

- ?**
1. За допомогою якого символу позначають від'ємні числа? додатні числа?
 2. Яке число не відносять ні до додатних, ні до від'ємних чисел?
 3. Про які числа кажуть, що вони мають різні знаки? однакові знаки?

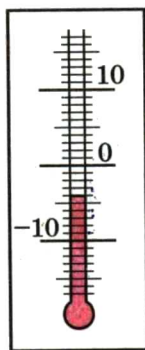
- 833.°** Які з чисел 3 ; -6 ; $-2\frac{1}{3}$; $4,7$; $\frac{9}{16}$; 0 ; $-5,2$; $-9\frac{3}{7}$; $10,14$; $\frac{5}{8}$ є:
- 1) додатними;
 - 2) від'ємними;
 - 3) ні додатними, ні від'ємними?
- 834.°** Запишіть за допомогою знаків «+» і «-» повідомлення гідрометцентру:
- 1) 18° тепла;
 - 2) 7° морозу;
 - 3) 12° нижче нуля;
 - 4) 16° вище нуля.
- 835.°** За допомогою додатних і від'ємних чисел запишіть висоти і максимальні глибини, наведені в таблиці:

Говерла (Карпати)	2061 м
Жолоб Пуерто-Ріко (Атлантичний океан)	8742 м
Канченджанга (Гімалаї)	8585 м
Ельбрус (Кавказ)	5642 м
Зондський жолоб (Індійський океан)	7729 м
Гренландське море	5527 м

- 836.°** Запишіть 6 від'ємних дробів із знаменником 5.
- 837.°** Запишіть 4 від'ємних десяткових дроби з однією цифрою після коми.
- 838.°** Запишіть показання термометрів, зображених на рис. 66.
- 839.°** Яку температуру показуватиме термометр, зображений на рис. 66, а), якщо:
- 1) його стовпчик опуститься на 8 поділок;
 - 2) його стовпчик підніметься на 4 поділки;
 - 3) температура підвищиться на 5°C ;
 - 4) температура знизиться на 6°C ;
 - 5) температура знизиться на 10°C ?



а)



б)

Рис. 66

- 840.** Яку температуру показуватиме термометр, зображений на рис. 66, б), якщо:
- 1) його стовпчик підніметься на 2 поділки;
 - 2) його стовпчик опуститься на 3 поділки;
 - 3) температура підвищиться на 6°C ;
 - 4) температура знизиться на 5°C ?
- 841.** Оленка сіла в ліфт на п'ятому поверсі й проїхала два поверхи. На якому поверсі опинилась Оленка? Скільки існує відповідей на поставлене запитання?
- 842.** О 10 год термометр показував температуру -2°C . За дві години температура повітря змінилася на 5°C . Якою стала температура повітря?
- 843.** О 20 год термометр показував температуру -3°C . За три години температура повітря змінилася на 4°C . Якою стала температура повітря?

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ

- 844.** У парку росло 150 кленів, дубів було на $\frac{2}{15}$ більше кількості кленів, берези становили $\frac{23}{34}$ кількості дубів, а липи — $\frac{20}{87}$ загальної кількості кленів, дубів і беріз. Скільки всього вказаних дерев росло в парку?
- 845.** Знайдіть значення виразу:

$$\left(1,02 : \frac{1}{50} - 7,26 : \frac{11}{70}\right) : 3\frac{1}{5} + 0,4 : 0,36.$$



846. Які координати точок A, B, C, D, E на рис. 67?

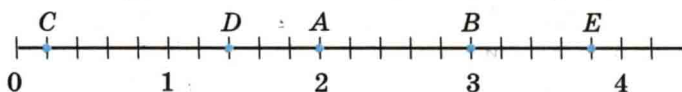


Рис. 67

847. Накресліть координатний промінь, одиничний відрізок якого дорівнює 3 см. Позначте на ньому точки $A(1), B(2), C\left(\frac{1}{6}\right), D\left(1\frac{5}{6}\right), E\left(2\frac{1}{3}\right), F(1,5)$.

848. Накресліть горизонтальну пряму, позначте на ній точку O і точки M, N, K, P такі, що:

- 1) точка M розташована на 4 клітинки правіше від точки O ;
- 2) точка N розташована на 3 клітинки лівіше від точки O ;
- 3) точка K розташована на 7 клітинок лівіше від точки O ;
- 4) точка P розташована на 5 клітинок правіше від точки O .

Понови в пам'яті зміст пункту 9 на с. 278.

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ



849. Два хлопчики каталися на човні, коли до берега підійшла група туристів. Човен такий маленький, що на ньому вміщаються двоє хлопчиків або один турист. Чи можуть туристи переправитися через річку?

29. КООРДИНАТНА ПРЯМА

У п'ятому класі ти навчився зображувати на координатному промені додатні числа і нуль (рис. 68).

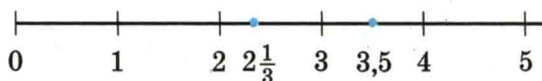


Рис. 68

Зрозуміло, що на цьому промені «немає місця» для від'ємних чисел. Цей «недолік» координатного променя повністю виправляє **координатна пряма**.

Розглянемо горизонтальну пряму і позначимо на ній точку O , яку будемо називати **початком відліку**. Точка O зображує число 0 . Вона розділяє пряму на два промені OA і OB (рис. 69). Позначимо на промені OA точку M , яка зображатиме число 1 . Зрозуміло, що на промені OA можна зобразити всі додатні числа.

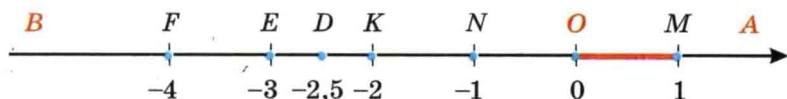


Рис. 69

На промені OB позначимо точку N так, що $ON = OM$. Будемо вважати, що точка N зображує число -1 . Щоб зобразити число -2 , треба на промені OB позначити точку K так, щоб $OK = 2ON$. Діючи аналогічно, можна позначити точки E і F , які зображують числа відповідно -3 і -4 . Тепер зрозуміло, що на промені OB можна зобразити всі від'ємні числа. Наприклад, точка D зображує число $-2,5$.

Пряму AB називають **координатною прямою з одиничним відрізком OM** .

Промінь OA задає **додатний напрям**, а промінь OB — **від'ємний напрям** на координатній прямій. Зазвичай додатний напрям вказують стрілкою.

Координатною прямою називають пряму, на якій вибрали початок відліку, одиничний відрізок і напрям.

Точка M зображує число 1 , яке називають **координатою точки M** і записують $M(1)$. Аналогічно записують $O(0)$, $N(-1)$, $K(-2)$, $D(-2,5)$ і т. д.

Усі додатні числа і нуль називають **невід'ємними числами**.

Усі від'ємні числа і нуль називають **недодатними числами**.

1. Яку пряму називають координатною?

2. Які два напрями існують на координатній прямій?

3. Які числа називають невід'ємними?

4. Які числа називають недодатними?

- 850.° Запишіть координати точок A, B, C, D, E, F, M, K , зображених на рис. 70.

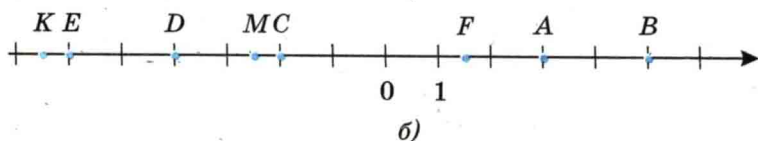
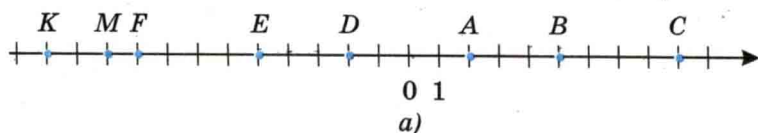


Рис. 70

- 851.° Запишіть координати точок A, B, C, D, E, F, M, K , зображених на рис. 71.

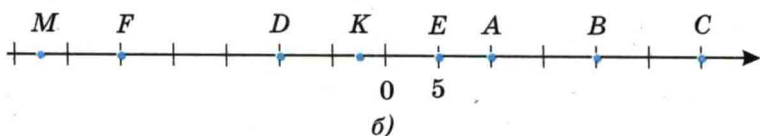
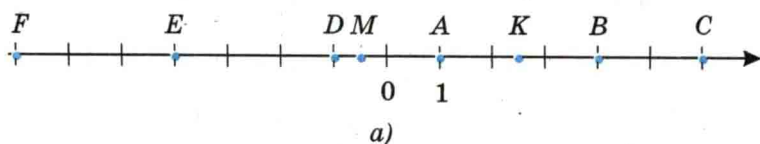


Рис. 71

- 852.° Накресліть координатну пряму і позначте на ній точки, що відповідають числам $0; 1; 4; -3; 6; -2; -5; 2,5; -4,5$.

- 853.° Накресліть координатну пряму і позначте на ній точки, що відповідають числам $0; 1; -2; 7; 5; -4; -2,5; -5,5; -6$.

- 854.° Накресліть координатну пряму, взявши за одиничний відрізок шість клітинок зошита, позначте точки $A(1), B(-1), C(-0,5), D(\frac{2}{3}), E(-1\frac{1}{6}), F(2\frac{1}{3}), M(-1\frac{2}{3}), P(-2\frac{1}{6}), R(-\frac{1}{3})$.

- 855.° Накресліть координатну пряму, взявши за одиничний відрізок чотири клітинки зошита, позначте точки $A(2), B(\frac{1}{2}), C(1\frac{1}{4}), D(-2), E(-\frac{1}{4}), F(-1,75), Q(-2\frac{1}{8}), S(0,25), T(-1,5), N(1,25)$.

- 856.** Довжина одиничного відрізка координатної прямої дорівнює 1 см. Чому дорівнює відстань між точками: 1) $A(2)$ і $B(6)$; 2) $C(-3)$ і $D(-1)$; 3) $M(-4)$ і $N(2)$?
- 857.** Довжина одиничного відрізка координатної прямої дорівнює 5 мм. Чому дорівнює відстань між точками: 1) $A(-10)$ і $B(-3)$; 2) $C(-5)$ і $O(0)$; 3) $D(-2)$ і $E(2)$?
- 858.** Накресліть координатну пряму і позначте на ній точки $A(-1)$ і $B(5)$. Знайдіть на прямій точку, яка є серединою відрізка AB , та визначте її координату.
- 859.** Накресліть координатну пряму і позначте на ній точки $M(-6)$ і $C(-2)$. Знайдіть на прямій точку N таку, що C є серединою відрізка MN , та визначте координату точки N .
- 860.** Накресліть координатну пряму і позначте на ній точки $K(-1)$ і $F(5)$. Знайдіть на прямій точку E таку, що K є серединою відрізка EF , та визначте координату точки E .
- 861.** Накресліть координатну пряму, позначте на ній точки $B(-4)$. Позначте на цій прямій точку, віддалену від точки B :
- 1) у додатному напрямі на 8 одиниць;
 - 2) у від'ємному напрямі на 3 одиниці;
 - 3) на 6 одиниць.
- 862.** Накресліть координатну пряму, позначте на ній точки $K(2)$. Позначте на цій прямій точку, віддалену від точки K :
- 1) у від'ємному напрямі на 2 одиниці;
 - 2) у додатному напрямі на 4 одиниці;
 - 3) на 7 одиниць.
- 863.** Запишіть які-небудь три числа, що лежать на координатній прямій:
- 1) ліворуч від числа 2;
 - 2) праворуч від числа 3,6;
 - 3) ліворуч від числа -100 ;
 - 4) праворуч від числа -25 .
- 864.** Запишіть які-небудь чотири числа, що лежать на координатній прямій між числами -1 і 0 .
- 865.** Запишіть які-небудь два числа, що лежать на координатній прямій:
- 1) ліворуч від числа -240 ;
 - 2) праворуч від числа $-0,5$;
 - 3) між числами -9 і -8 ;
 - 4) між числами $-0,1$ і $0,1$.

866.* Напишіть числа, віддалені на 7 одиниць від числа:

1) 80; 2) 4; 3) 0; 4) -3; 5) -12; 6) -7.

867.** На координатній прямій позначили числа -8 і 12 (рис. 72). Яка з точок A , B , C , D є початком відрітку?

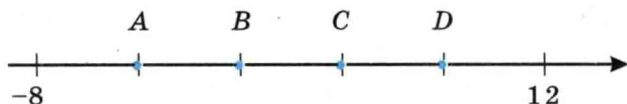


Рис. 72

868.** Знайдіть координату точки C (рис. 73).

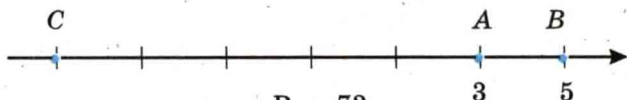


Рис. 73

869.* На координатній прямій позначили точки A (2) і B (8). Яку координату повинна мати точка M , щоб відрізок BM був у 2 рази довший за відрізок AM ? Скільки розв'язків має задача?

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ

870. Вихід вершків із молока становить 16 % маси молока, а вихід масла з вершків — 25 % маси вершків. Скільки кілограмів масла отримають з 5 ц молока?



871. Накресліть два рівних кола, радіус яких дорівнює 2 см, так, щоб вони:

- 1) мали дві спільні точки;
- 2) мали одну спільну точку;
- 3) не мали спільних точок.

872. Різниця між деяким числом і $\frac{5}{17}$ цього числа дорівнює 480. Знайдіть це число.

873. Усі учні шостого класу займалися або в секції з бігу, або в секції з плавання. Деякі з них займалися і бігом, і плаванням: $\frac{1}{6}$ бігунів займалися плаванням, а $\frac{1}{5}$ плавців — бігом. Кого в класі більше — бігунів чи плавців?

874. Число 50 збільшили на 500 %. У скільки разів отримане число більше за 50?

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ



875. На столі стоять 7 стаканів — усі догори дном. Дозволяється за один хід перевернути будь-які 4 стакани. Чи можна за кілька ходів домогтися того, щоб усі стакани стояли правильно?

30. ЦІЛІ ЧИСЛА. РАЦІОНАЛЬНІ ЧИСЛА

На рис. 74 точки M і N зображують числа 4 і -4 відповідно. Ці точки лежать по різні боки, але на однаковій відстані від початку відліку.

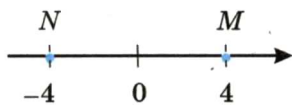


Рис. 74

Така сама властивість притаманна кожному двом точкам, які зображують пари чисел $-\frac{1}{3}$ і $\frac{1}{3}$; $-2,6$ і $2,6$; -100 і 100 .

Числа -4 і 4 ; $-\frac{1}{3}$ і $\frac{1}{3}$; $-2,6$ і $2,6$; -100 і 100 називають **проти-лежними**.

Також можна казати, що, наприклад, число -4 проти-лежне числу 4 , а число 4 проти-лежне числу -4 .

Число 0 вважають проти-лежним самому собі.

Вираз $-a$ означає, що записано число, проти-лежне числу a .

Приписавши знак « $-$ », наприклад, до додатного числа 12 , отримаємо проти-лежне йому число -12 . Так само за допомогою знака « $-$ » з від'ємного числа -12 можна отримати проти-лежне йому число 12 , тобто $-(-12) = 12$.

Аналогічно, наприклад, $-(-2,7) = 2,7$; $-(-\frac{5}{4}) = \frac{5}{4}$.

Взагалі,

$$-(-a) = a$$

Підкреслимо, що в подібних виразах використання дужок є обов'язковим. Запис виду $--a$ не вживають.

Для кожного натурального числа існує відповідне йому проти-лежне число:

$$\begin{array}{cccccccc} 1, & 2, & 3, & 4, & 5, & \dots, & 100, & \dots \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \\ -1, & -2, & -3, & -4, & -5, & \dots, & -100, & \dots \end{array}$$

Усі натуральні числа, протилежні їм числа і число 0 називають цілими числами.

Наприклад, $-77, 0, 12$ — цілі числа, а $\frac{1}{3}; 2,6; -\frac{18}{5}$ не є цілими, їх називають дробовими числами.

Інколи натуральні числа називають цілими додатними числами. Числа $-1, -2, -3, \dots$ називають цілими від'ємними числами.

Отже, об'єднавши натуральні числа з цілими від'ємними і нулем, ми отримали цілі числа.

Цілі числа		
Цілі від'ємні числа	0	Натуральні числа

Об'єднавши цілі числа з дробовими, ми отримуємо раціональні числа. Наприклад, $1; 2; -10; \frac{1}{2}; 0; -2,9; -\frac{3}{2}; 5, (34)$ — раціональні числа.

Раціональні числа	
Цілі числа	Дробові числа

До речі, число π не є раціональним. З подібними числами ти познайомишся у 8 класі.



1. Чи кожне натуральне число є цілим?
2. Чи правильно, що коли число раціональне, то воно є цілим?
3. Чи кожне ціле число є раціональним?
4. Якщо число додатне, то додатним чи від'ємним є число, яке йому протилежне?
5. Яке число є протилежним самому собі?
6. Які числа називають цілими?
7. Як інакше називають цілі додатні числа?
8. Чи правильно, що якщо раціональне число не є натуральним, то воно дробове?
9. Чи правильно, що якщо раціональне число не є дробовим, то воно ціле?

876.° Знайдіть число, протилежне числу:

- 1) 6; 2) -7 ; 3) $0,9$; 4) 0; 5) $7,2$; 6) -23 ; 7) $-13,4$.

877.° Заповніть таблицю:

Число	10	-8	0,4	3,5	0	-7,8	$2\frac{5}{7}$	$-3\frac{4}{9}$	900
Протилежне число									

878.° Чи є протилежними числа:

- 1) $0,6$ і $-\frac{3}{5}$; 2) $2,5$ і $\frac{5}{2}$; 3) $-1,25$ і $\frac{5}{4}$; 4) $-1,5$ і $-\frac{2}{3}$?

879.° Чи є правильним твердження:

- 1) $\frac{4}{15}$ — додатне число; 6) -4 — раціональне число;
 2) $\frac{4}{15}$ — раціональне число; 7) 0 — натуральне число;
 3) -4 — від'ємне число; 8) 0 — ціле число;
 4) -4 — натуральне число; 9) 0 — раціональне число;
 5) -4 — ціле число; 10) 0 — додатне число?

880.° Виберіть серед чисел 5 ; -7 ; 0 ; $\frac{1}{2}$; $-3,7$; $8,6$; -125 ; 324 ;

$15\frac{3}{7}$; $-27\frac{11}{19}$; -2 ; 35 ; $13,65$; -79 ; 976 :

- 1) натуральні; 3) додатні; 5) цілі від'ємні;
 2) цілі; 4) недодатні; 6) дробові невід'ємні.

881.° Знайдіть значення p , якщо:

- 1) $-p = 8$; 2) $-p = -18$; 3) $-p = -0,1$; 4) $-p = 0$.

882.° Знайдіть значення $-x$, якщо:

- 1) $x = 7,9$; 2) $x = -0,15$; 3) $x = -10$; 4) $x = 49$.

883.° Розв'яжіть рівняння:

- 1) $-y = 11$; 3) $-y = 0$;
 2) $-y = -31$; 4) $-y = -(-\frac{1}{3})$.

884.° Заповніть таблицю:

a	4	-5				-210			$\frac{1}{2}$	
$-a$			-2,1	72	-10		0,8	-0,01		$\frac{1}{7}$

885.° Запишіть усі цілі додатні числа, які менші від $5\frac{3}{7}$, і числа, які протилежні до них. Позначте всі ці числа на координатній прямій.

886.° Напишіть шість цілих чисел, які не є натуральними.

887.* Які цілі числа розташовані на координатній прямій між числами:

1) 4 і 9; 3) $-8,2$ і 0 ; 5) $-1,9$ і $2,1$;

2) -4 і 2 ; 4) -3 і 3 ; 6) $-\frac{8}{9}$ і $\frac{8}{9}$?

888.* Скільки цілих чисел розташовано на координатній прямій між числами:

1) -22 і 43 ; 2) -54 і 16 ?

889.* Додатним чи від'ємним є число a , якщо число $-a$ є:

1) додатним; 2) від'ємним; 3) нулем?

890.** Чи може число a дорівнювати $-a$?

891.** Яке з чисел a чи $-a$ розташовано праворуч від нуля на координатній прямій?

892.** Укажіть які-небудь три значення a , для яких між числами $-a$ і a на координатній прямій лежить тільки одне ціле число.

893.* Чи існує таке значення a , при якому між числами $-a$ і a на координатній прямій лежить тисяча цілих чисел?

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ



894. Батько і син можуть разом пофарбувати паркан за 6 год. За скільки годин батько може сам пофарбувати паркан, якщо синові для цього потрібно 24 год?

895. На базі було 1 т апельсинів і мандаринів. Апельсини становили 99 % цих фруктів. Скільки кілограмів апельсинів вивезли з бази, якщо їх залишилося 98 % від залишку фруктів?

896. Знайдіть значення виразу:

1) $\frac{5\frac{1}{7} \cdot \frac{3}{5} : 3\frac{3}{5}}{12\frac{1}{4} : 1\frac{3}{4}}$;

2) $\frac{2\frac{2}{7} \cdot 2,4 \cdot 1\frac{5}{9} \cdot 1\frac{9}{16}}{3\frac{1}{3} \cdot 1,125 \cdot 1\frac{5}{7} \cdot 1\frac{7}{9}}$.

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ



897. Для Дмитрика, який захворів, лікар залишив шість зовні однакових пігулок — по дві кожного з трьох видів ліків. Дмитрику треба прийняти три пігулки вранці (по одній кожного виду) і три ввечері. Проте Дмитрик переплутав усі ліки. Чи зможе він виконати призначення лікаря?

«НЕРОЗУМНІ» ЧИСЛА

Ми часто говоримо:

косяк риб;
зграя птахів;
рій бджіл;
колекція марок;
зібрання картин;
набір ручок;
букет квітів;
компанія друзів;
парк машин;
стадо баранів.



Рис. 75

Якщо в цих парах перетасувати перші слова, то може вийти смішно. Наприклад, букет баранів, косяк картин, колекція друзів тощо. Водночас такі словосполучення, як «колекція риб», «колекція птахів», «колекція картин», «колекція ручок», «колекція машин» тощо достатньо прийнятні. Річ у тім, що слово «колекція» досить універсальне. Однак у математиці є більш всеосяжне слово, яким можна замінити будь-яке з перших слів у наведених парах. Це слово **множина**.

Множина складається з **елементів**. Наприклад, ти є елементом множини учнів твого класу; трикутник — елемент множини всіх многокутників; число 2 — елемент множини парних чисел.

Якщо a — елемент множини A , то пишуть $a \in A$ (читають: « a належить множині A »). Якщо елемент b множині A не належить, то пишуть $b \notin A$ (читають: « b не належить множині A »).

Нехай M — множина всіх натуральних дільників числа 6. Це записують так: $M = \{1, 2, 3, 6\}$. Тоді, наприклад, $2 \in M$, $5 \notin M$.

Множини бувають **скінченні** і **нескінченні**. Наприклад, множина парт у класі, множина дільників числа 6, множина піщинок у пустелі Сахара — скінченні множини; множина всіх прямокутників, множина всіх простих чисел — нескінченні множини.

Якщо елементами множини є тільки числа, то її називають **числовою**.

Наведемо приклади числових множин.

- Множина натуральних чисел. Позначається буквою N .
- Множина цілих чисел. Позначається буквою Z .
- Множина раціональних чисел. Позначається буквою Q .

Зверни увагу на те, що всі елементи множини N є елементами множини Z . У таких випадках кажуть, що множина N є підмножиною множини Z . Записують $N \subset Z$ (читають: « N — підмножина Z »).

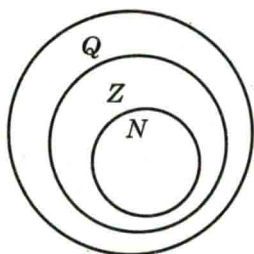


Рис. 76

Зрозуміло, що $Z \subset Q$. Взагалі, можна записати такий ланцюжок: $N \subset Z \subset Q$. Наочно це показано на рис. 76.

У побуті слово «множина» часто вважають синонімом слова «багато». Проте математики з цим категорично не згодні. Це пов'язано з тим, що іноді доводиться розглядати множину, яка не містить жодного елемента. Її називають **порожньою множиною** і позначають \emptyset . Наприклад,

множина учнів твого класу, які побували на Місяці, — поки що порожня множина.

Можливо, у тебе виникне запитання, чи можна продовжити ланцюжок $N \subset Z \subset Q$. Інакше кажучи, чи всі існуючі числа є елементами множини Q , тобто є раціональними.

Кожне раціональне число — це або скінченний десятковий дріб, або нескінченний періодичний десятковий дріб. Тому, якби нам удалося побудувати нескінченний неперіодичний десятковий дріб, то він слугував би доведенням існування нерациональних чисел.

Ось приклад одного з таких дробів:

0,10100100010000100000100000010000001...

Цей дріб побудовано так, що фрагменти, які складаються з одних нулів, увесь час збільшуються. Тому його не можна розбити на блоки цифр (періоди), що повторюються.

Нерациональні числа називають **іраціональними**. Одним з перекладів з латині слова *irrationalis* є «нерозумний».

У XVIII ст. було доведено, що відоме тобі число π також іраціональне.

Якщо об'єднаємо множину раціональних чисел з множиною ірраціональних, то отримаємо нову множину — множину дійсних чисел, яку прийнято позначати буквою R .

Отже, маємо: $N \subset Z \subset Q \subset R$.

А чи можна продовжити і цей ланцюжок?

31. МОДУЛЬ ЧИСЛА

Про точку A відомо, що вона розташована на координатній прямій і віддалена від початку відліку на 7 одиничних відрізків. Яке число зображує точка A ?

Відповіді на це запитання однозначно не можна. Адже така властивість притаманна одразу двом точкам (рис. 77): $A_1(7)$ і $A_2(-7)$.

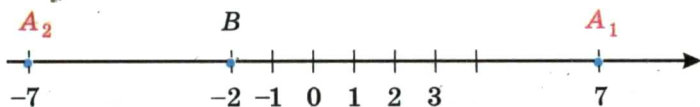


Рис. 77

Кажуть, що точки $A_1(7)$ і $A_2(-7)$ рівновіддалені від початку відліку на 7 одиничних відрізків, а числа 7 і -7 мають однакові модулі, що дорівнюють 7.

Модулем числа a називають відстань від початку відліку до точки, яка зображує це число на координатній прямій.

Модуль числа a позначають так: $|a|$ (читають: «модуль a »).

Тепер можна записати: $|7| = 7$, $|-7| = 7$. З рис. 77 видно, що, наприклад, $|-2| = 2$. Дійсно, точка $B(-2)$ віддалена на два одиничних відрізки від початку відліку.

Взагалі, на рис. 78 $|c| = OC$, $|b| = OB$.

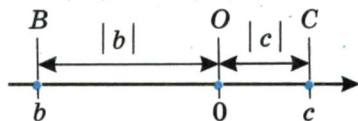


Рис. 78

Міркуючи аналогічно, можна записати:

$$|3| = 3; \quad |-3| = 3; \quad |4,5| = 4,5; \quad |-4,5| = 4,5;$$

$$\left| \frac{1}{3} \right| = \frac{1}{3}; \quad \left| -\frac{1}{3} \right| = \frac{1}{3}; \quad \left| 5\frac{3}{7} \right| = 5\frac{3}{7}; \quad \left| -5\frac{3}{7} \right| = 5\frac{3}{7}.$$

На підставі розглянутих прикладів можна зробити такий висновок: **модуль додатного числа дорівнює цьому числу, модуль від'ємного числа дорівнює числу, яке протилежне даному.**

Природно вважати, що $|0| = 0$. Адже точка O (0) віддалена від точки O на 0 одиничних відрізків.

Ці висновки мають такий буквенний вигляд:

$$\begin{cases} |a| = a, \text{ якщо } a \text{ — невід'ємне число;} \\ |a| = -a, \text{ якщо } a \text{ — від'ємне число} \end{cases}$$

Отже, звідси випливає, що **модуль числа набуває тільки невід'ємних значень.**

Очевидно, що **модулі протилежних чисел рівні**, тобто

$$|a| = |-a|$$

Приклад. За допомогою рис. 78 знайдіть модулі чисел c і b .

Оскільки з рисунка видно, що число c — додатне, а число b — від'ємне, то $|c| = c$; $|b| = -b$.

1. Що називають модулем числа?
2. Чому дорівнює модуль додатного числа?
3. Чому дорівнює модуль від'ємного числа?
4. Чому дорівнює модуль числа 0 ?
5. Яких значень може набувати модуль числа?
6. Що можна сказати про модулі протилежних чисел?
7. Чи може бути так, що два числа не дорівнюють одне одному, а їх модулі рівні?

898.° Знайдіть модуль кожного з чисел: 2 ; -3 ; $4,3$; $12,6$; $-17\frac{1}{7}$; -36 ; 0 ; $5\frac{11}{16}$; -129 . Запишіть відповідні рівності.

899.° Знайдіть значення виразу:

$$1) |5,1| + |-9,9|; \quad 3) |-9,6| : |32|;$$

$$2) \left| -\frac{7}{9} \right| - \left| -\frac{4}{15} \right|; \quad 4) \left| \frac{8}{9} \right| \cdot \left| -\frac{27}{32} \right|.$$

900.° Знайдіть значення виразу:

$$1) |-3,5| - |2,6|; \quad 3) |-2,1| \cdot |-3,7|;$$

$$2) \left| \frac{20}{21} \right| + \left| -\frac{5}{7} \right|; \quad 4) \left| -\frac{15}{16} \right| : \left| -1\frac{1}{4} \right|.$$

- 901.* Обчисліть значення виразу $|a| : |b|$, якщо:
- 1) $a = -5\frac{1}{3}$, $b = 1\frac{5}{9}$; 2) $a = 1,38$; $b = -0,4$.
- 902.* Знайдіть значення виразу $|a| - |b|$, якщо:
- 1) $a = -0,14$; $b = 0,1$; 2) $a = -2\frac{11}{12}$, $b = -1\frac{17}{18}$.
- 903.* Укажіть додатне число, модуль якого дорівнює:
- 1) 14; 2) 4,6.
- 904.* Укажіть від'ємне число, модуль якого дорівнює:
- 1) 16; 2) 0,8.
- 905.* Розв'яжіть рівняння:
- 1) $|x| = 12$; 3) $|x| = -8$; 5) $|-x| = 2,4$.
 2) $|x| = 7,5$; 4) $|x| = 0$;
- 906.* Позначте на координатній прямій числа, модуль яких дорівнює: 5; 7; 2,5; 0; 3,5; 4.
- 907.* Розв'яжіть рівняння:
- 1) $|x| = 3,7$; 2) $|x| = -7,4$; 3) $|x| = 0,1$.
- 908.* Розташуйте числа $-2,2$; $8,6$; $0,9$; $-6,8$; $-17,6$; 0 ; 15 у порядку спадання їх модулів.
- 909.* Розташуйте числа $-9,4$; 3 ; $4,7$; $-2,8$; $0,4$; $-10,5$ у порядку зростання їх модулів.
- 910.* Запишіть усі цілі числа, модулі яких менші від 3,6.
- 911.* Запишіть три додатних і три від'ємних цілих числа, модулі яких більші за 9,2.
- 912.* Позначте на координатній прямій цілі значення x , при яких буде правильною нерівність:
- 1) $|x| < 4$; 2) $1,2 < |x| < 5$.
- 913.* Позначте на координатній прямій цілі значення x , при яких буде правильною нерівність:
- 1) $|x| < 6,1$; 2) $3,4 < |x| < 5,2$.
- 914.* Для якого числа одночасно виконуються обидві рівності $|a| = a$ і $|a| = -a$?
- 915.* Чи існує таке число a , що:
- 1) $|a| = -|a|$; 2) $|-a| = -|a|$?
- 916.* Чи правильне твердження:
- 1) якщо $a = b$, то $|a| = |b|$;
 2) якщо $|a| = |b|$, то $a = b$;
 3) якщо $a = -b$, то $|a| = |b|$;

- 4) якщо $a = b$, то $|a| = b$;
 5) якщо $|a| = |b|$, то $a = b$ або $a = -b$;
 6) якщо a — ціле число, то $|a|$ — натуральне число?
 Сформулюйте ці твердження словами без застосування буквених виразів.

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ



917. За 1 год надрукували $\frac{5}{8}$ рукопису. За скільки годин надрукують увесь рукопис?
 918. Знайдіть відстань між двома містами, якщо $\frac{4}{9}$ цієї відстані на 20 км менше від усієї відстані.
 919. Обчисліть значення виразу:

$$0,9 \cdot \left(1\frac{5}{9} - \frac{4}{9} : \left(\frac{5}{8} + \frac{3}{8} : 3\right)\right).$$

ГОТУЄМОСЬ ДО ВИВЧЕННЯ НОВОЇ ТЕМИ

920. Порівняйте числа:
 1) $\frac{6}{7}$ і $\frac{17}{21}$; 3) $\frac{5}{9}$ і $\frac{4}{7}$; 5) 0,02 і 0,019;
 2) $\frac{7}{12}$ і $\frac{11}{15}$; 4) 3,4 і 3,38; 6) 0,001 і 0.
 921. Розташуйте в порядку зростання числа $5\frac{5}{8}$; $5\frac{3}{5}$; 5,7; $4\frac{1}{2}$; 6,1; $4\frac{9}{16}$.

Понови в пам'яті зміст пунктів 2, 4, 7 на с. 276, 277, 278.

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ

922. У деякому весняному місяці понеділків більше, ніж вівторків, а неділь більше, ніж субот. Який день тижня був 7 числа цього місяця? Який це місяць?



32. ПОРІВНЯННЯ ЧИСЕЛ

Ти знаєш, що на координатному промені з двох чисел більше число розташоване правіше, а менше — лівіше. Цю саму властивість має й координатна пряма.

На координатній прямій більше число розташоване правіше, а менше — лівіше.

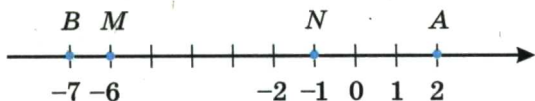


Рис. 79

Наприклад, точка A (2) розташована правіше, ніж точка B (-7) (рис. 79). Тому $2 > -7$. І це природно: адже якщо вночі температура була -7 °С, а вдень стала 2 °С, то ми кажемо, що температура підвищилася, тобто збільшилася.

Тому будь-яке від'ємне число менше від будь-якого додатного числа.

Точка M (-6) лежить лівіше від точки N (-1), тому $-6 < -1$. При цьому зауважимо, що $|-6| > |-1|$.

Можна зробити висновок: з двох від'ємних чисел менше те, модуль якого більший.

На координатній прямій число 0 розташоване лівіше від будь-якого додатного числа і правіше від будь-якого від'ємного числа.

Отже, будь-яке від'ємне число менше від нуля, будь-яке додатне число більше за нуль.

Якщо a — додатне число, то це коротко можна записати так: $a > 0$.

Якщо a — від'ємне число, то пишуть $a < 0$.

Якщо a — невід'ємне число, то пишуть $a \geq 0$ (читають: « a більше або дорівнює нулю»).

Якщо a — недодатне число, то пишуть $a \leq 0$ (читають: « a менше або дорівнює нулю»).

Тепер за допомогою фігурної дужки властивість модуля числа a можна записати так:

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{якщо } a \geq 0; \\ -a, & \text{якщо } a < 0. \end{cases}$$

Приклад. Які з даних нерівностей є правильними:

- 1) $5 \geq 3$; 2) $-8 \leq 4$; 3) $5 \geq 5$?

Кожна з наведених нерівностей є правильною.

1. Як, користуючись розташуванням чисел на координатній прямій, можна їх порівнювати?
2. Яке з двох чисел більше: додатне чи від'ємне; від'ємне чи нуль; додатне чи нуль?
3. Як можна порівняти два від'ємних числа, порівнюючи їх модулі?
4. Як у вигляді нерівності можна записати, що число a є:
1) додатним; 2) від'ємним; 3) невід'ємним; 4) недодатним?

923.° Порівняйте числа:

- 1) 135 і -136; 3) -3,4 і -3,8; 5) $-\frac{7}{13}$ і $-\frac{7}{16}$.
2) -74 і 0; 4) -0,2 і -0,2001;

924.° Порівняйте числа:

- 1) -58 і 43; 3) -92 і -89; 5) $-\frac{5}{7}$ і $-\frac{9}{14}$.
2) 0 і -35; 4) -1,1 і -1,099;

925.° Розташуйте в порядку спадання числа: -10,9; 7; -4,8; 0; -4,9; 8,9; 9,5.

926.° Розташуйте в порядку зростання числа: -6; 5,3; 0,5; -5,9; 0; -11; 4,5.

927.° Упорядкуйте в порядку зростання таблицю температур кипіння деяких речовин.

Речовина	Температура, °C	Речовина	Температура, °C
Йод	183,0	Алюміній	2464
Азотна кислота	83,3	Мідь	2567
Аргон	-185,7	Залізо	2750
Гелій-4	-268,9	Азот	-195,8

928.° Для характеристики зірок використовують таке поняття, як видима зоряна величина. Упорядкуйте в порядку спадання таблицю зоряних величин деяких зірок.

Зірка	Видима зоряна величина	Зірка	Видима зоряна величина
Сіріус	-1,46	Канопус	-0,73
Альтаір	0,77	Арктур	-0,06
Альдебаран	0,85	Капелла	0,08
Сонце	-26,8	Полярна	2,3
Вега	0,03	Бетельгейзе	0,8

929.* Запишіть у вигляді нерівності твердження:

- 1) 9 — додатне число; 4) m — від'ємне число;
 2) -20 — від'ємне число; 5) n — невід'ємне число;
 3) -6 — недодатне число; 6) c — додатне число.

930.* Напишіть усі цілі числа, які розташовані на координатній прямій між числами:

- 1) -5,3 і 2,5; 3) -43 і -38;
 2) -3,6 і 4,9; 4) -274,6 і -270,8.

931.* Знайдіть усі цілі значення x , при яких є правильною нерівність:

- 1) $-5,6 \leq x \leq 2$; 2) $-0,61 \leq x < 4$; 3) $|x| \leq 0$.

932.* Знайдіть найменше ціле число, при якому є правильною нерівність:

- 1) $-9 < x < 3$; 2) $x \geq -10$; 3) $x \geq -2,6$.

933.* Знайдіть найбільше ціле число, при якому є правильною нерівність:

- 1) $-5 < x \leq 5,6$; 2) $x < -13$; 3) $x \leq -64,3$.

934.* Між якими сусідніми цілими числами лежить число:

- 1) $5\frac{9}{17}$; 2) $7\frac{1}{11}$; 3) -8,4; 4) $-13\frac{19}{21}$; 5) 0,45; 6) -0,17?

Відповідь запишіть у вигляді подвійної нерівності.

935.* Напишіть три послідовних цілих числа, менше з яких:

- 1) 3; 2) -4; 3) -2.

936.* Напишіть чотири послідовних цілих числа, більше з яких:

- 1) -8; 2) 0; 3) 3.

937.* Чи може число бути меншим від 5, а його модуль — більшим за 5?

938. Яку цифру можна поставити замість зірочки, щоб утворилася правильна нерівність (розглянути всі можливі випадки):

- 1) $-5,03 < -5,*1$; 3) $-9,3*6 > -9,332$;
 2) $-0,9*72 < -0,9872$; 4) $-2*,09 < -27,1?$

939. Яку цифру можна поставити замість зірочки, щоб утворилася правильна нерівність (розглянути всі можливі випадки):

- 1) $-6,4*6 > -6,415$; 2) $-32,1* < -32,17?$

940. На координатній прямій позначили числа a, b, m і n (рис. 80). Порівняйте:

- 1) b і n ; 3) 0 і n ; 5) m і n ; 7) $-b$ і 0 ; 9) $-a$ і m ;
 2) m і a ; 4) a і 0 ; 6) b і a ; 8) 0 і $-a$; 10) $-b$ і n .

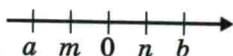


Рис. 80

941. На якому з рис. 81 ($a - r$) зображено числа a і b такі, що:

- 1) число a — від'ємне, число b — додатне;
 2) числа a і b — додатні, $|a| > |b|$;
 3) числа a і b — від'ємні, $|a| < |b|$?

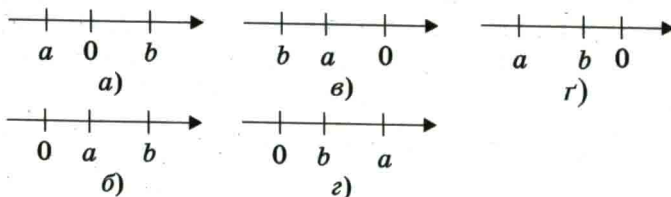


Рис. 81

942. Чи правильне твердження:

- 1) якщо $a > 3$, то a — додатне число;
 2) якщо $b < 1$, то b — від'ємне число;
 3) якщо $c > -1$, то c — додатне число;
 4) якщо $d < -2$, то d — від'ємне число?

943. Знайдіть усі цілі значення x , при яких будуть правильними одночасно обидві нерівності:

- 1) $-7 < x < 3$ і $-5 \leq x \leq 9$;
 2) $-3,8 \leq x \leq 4$ і $-2,6 < x < 6,3$.

- 944.** Порівняйте числа $-a$ і b , якщо:
 1) числа a і b — додатні; 2) числа a і b — від'ємні.
- 945.** У числах стерли кілька цифр і замість них поставили зірочки. Порівняйте ці числа:
 1) $-4,2^{**}$ і $-4,6^{**}$; 2) $-0,628$ і $-0,627^{**}$; 3) 0 і $^{**},^{**}$.
- 946.** У числах стерли кілька цифр і замість них поставили зірочки. Порівняйте ці числа:
 1) -98^{*} і -1^{***} ; 2) $^{-*},^{***}$ і $^{-*},^{**}$; 3) $-98,^{**}$ і $^{-*4},^{**}$.
- 947.** Знайдіть два числа, кожне з яких:
 1) більше за $\frac{4}{11}$, але менше від $\frac{5}{11}$;
 2) більше за $-\frac{5}{11}$, але менше від $-\frac{4}{11}$.
- 948.** Чи правильне твердження:
 1) якщо $|a| > |b|$, то $a > b$; 3) якщо $|a| < b$, то $a < b$;
 2) якщо $|a| > b$, то $a > b$; 4) якщо $a < b$, то $|a| < b$?
- 949.** Порівняйте: 1) a і $-a$; 2) $|a|$ і a ; 3) $|a|$ і $-a$.
- 950.* Символом $[a]$ позначають найбільше ціле число, яке не більше за a . Наприклад, $[3,2] = 3$. Знайдіть:
 1) $[0,3]$; 2) $[4]$; 3) $[-3,2]$; 4) $[-0,2]$.

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ

951. Використовуючи сторону рівностороннього трикутника як діаметр, побудували півколо (рис. 82). Чому дорівнює довжина червоної лінії, якщо сторона трикутника дорівнює 6 см?
952. Від двох пристаней, відстань між якими дорівнює $5\frac{5}{9}$ км, одночасно в одному напрямі відійшли човен і катер (човен рухався попереду катера). Швидкість катера дорівнює 14 км/год і становить $\frac{21}{16}$ швидкості човна. Через скільки годин після початку руху катер наздожене човен?
953. Середній зріст 10 баскетболістів дорівнює 200 см, а середній зріст шести з них становить 190 см. Чому дорівнює середній зріст решти чотирьох баскетболістів?
954. Знайдіть значення виразу:

$$\left(2\frac{1}{4} - 1\frac{1}{4}\left(\frac{2}{7} + 3\frac{1}{7} \cdot \frac{1}{3}\right)\right) : 0,7.$$

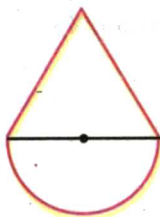


Рис. 82

ГОТУЄМОСЬ ДО ВИВЧЕННЯ НОВОЇ ТЕМИ

955. Яке число має стояти в кінці стрілочки на координатному промені, зображеному на рис. 83?

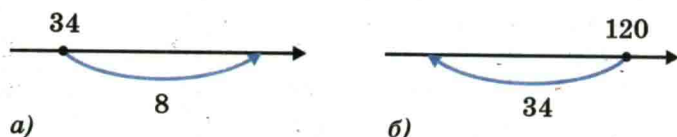


Рис. 83

956. Яке число має стояти на початку стрілочки на координатному промені, зображеному на рис. 84?

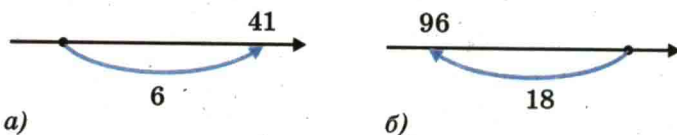


Рис. 84

Понови в пам'яті зміст пунктів 11, 13, 14, 15 на с. 279, 280.

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ

957. Є кілька колод завдовжки 4 м і 5 м, загальна довжина яких дорівнює 45 м. Яку найбільшу кількість розпилів може знадобитися зробити, щоб розпиляти всі колоди на чурбаки завдовжки 1 м? (Кожним розпилем розрізається тільки одна колода.)



33. ДОДАВАННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

Де опиниться мандрівник, який перебуває в точці з координатою 2, якщо він переміститься на 5 одиничних відрізків праворуч? Звісно, у точці з координатою 7 (рис. 85). Адже $2 + 5 = 7$.

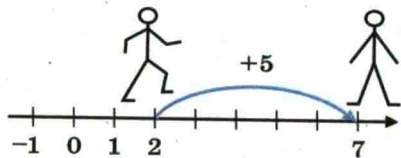


Рис. 85

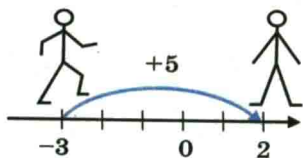


Рис. 86

Так само зрозуміло, що, вирушивши від точки з координатою -3 , він потрапить у точку з координатою 2 (рис. 86).

Тут ми за допомогою координатної прямої знайшли суму чисел -3 і 5 , тобто $-3 + 5 = 2$.

Правильність записаної рівності підтверджують і такі спостереження.

Якби температура повітря дорівнювала -3°C і підвищилася на 5°C , то термометр показав би $+2^\circ\text{C}$ (рис. 87).

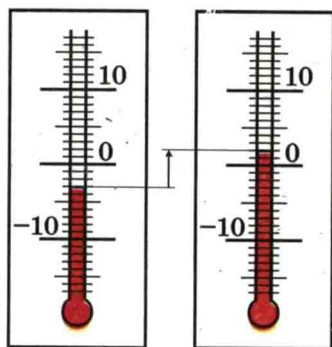
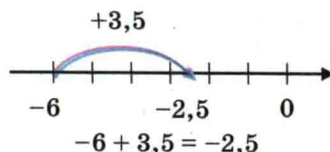
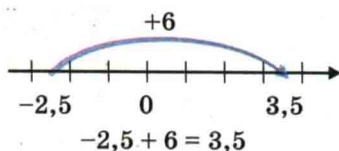
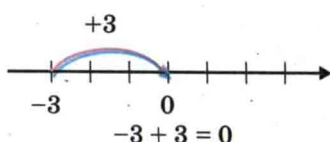
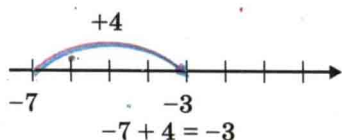


Рис. 87

За допомогою координатної прямої знайдемо ще кілька сум раціональних чисел:

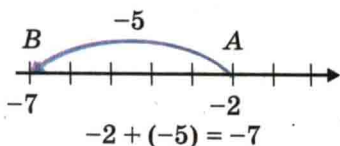


Можна помітити таку закономірність:

якщо до числа a додати додатне число b , то точка з координатою a переміститься по координатній прямій на b одиничних відрізків праворуч.

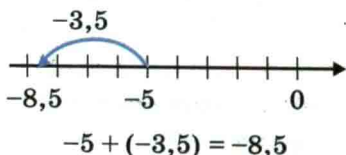
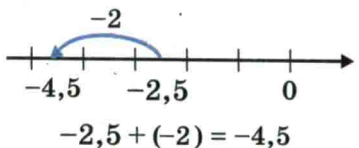
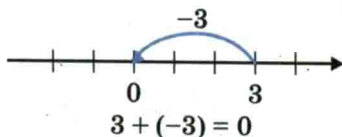
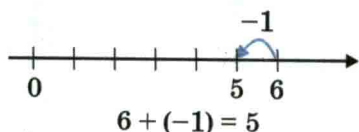
Цей висновок, у свою чергу, підказує таку властивість: *якщо до числа a додати від'ємне число b , то точка з координатою a переміститься по координатній прямій на $-b$ одиничних відрізків ліворуч.*

Наприклад, якщо до числа -2 додати число -5 , то точка A (-2) переміститься в точку B (-7):



Правильність записаної рівності підтверджує і такий приклад. Якщо борг бізнесмена банкові становив 2 тис. грн., а він взяв у кредит ще 5 тис. грн., то залишок на його рахунок становитиме -7 тис. грн.

Ще кілька прикладів:



Випишемо ті приклади, у яких ми додавали числа з різними знаками і різними модулями:

$$-6 + 3,5 = -2,5;$$

$$-2,5 + 6 = 3,5;$$

$$-7 + 4 = -3;$$

$$6 + (-1) = 5.$$

Ці приклади ілюструють таке правило: *щоб додати два числа з різними знаками, треба:*

- 1) *знайти модулі доданків;*
- 2) *від більшого модуля відняти менший модуль;*
- 3) *перед отриманим числом поставити знак доданка з більшим модулем.*

Тепер випишемо ті приклади, у яких додавали два від'ємних числа:

$$-2 + (-5) = -7;$$

$$-2,5 + (-2) = -4,5;$$

$$-5 + (-3,5) = -8,5.$$

Ці приклади ілюструють таке правило: *щоб додати два від'ємних числа, треба:*

- 1) *знайти модулі доданків;*
- 2) *додати модулі доданків;*
- 3) *перед отриманим числом поставити знак «-».*

У нас залишилося ще два приклади:

$$-3 + 3 = 0;$$

$$3 + (-3) = 0.$$

Висновок очевидний: *сума двох протилежних чисел дорівнює нулю.*

Зауважимо, що для будь-якого раціонального числа a :

$$a + 0 = 0 + a = a$$

- ?**
1. Як додати два від'ємних числа?
 2. Сформулюйте правило додавання чисел із різними знаками.
 3. Чому дорівнює сума протилежних чисел?
 4. Чому дорівнює сума двох чисел, якщо один із доданків дорівнює 0?

958.° Заповніть таблицю:

a	-5	-8	-0,5	12	-12	5	-8	-0,5	-12	0
b	-3	-9	-0,7	-8	8	-3	9	0,3	12	-5
$a + b$										

959.° Учора температура повітря була -4 °С. Сьогодні:

- 1) потеплішало на 3 °С;
- 2) похолоднішало на 3 °С;
- 3) потеплішало на 4 °С;
- 4) потеплішало на 6 °С.

• Запишіть у кожному випадку сьогоднішню температуру у вигляді суми і обчисліть її.

960.° Знайдіть значення суми:

- 1) $-6 + (-5)$;
- 2) $-0,7 + (-2,8)$;
- 3) $-0,82 + (-0,18)$;
- 4) $-\frac{5}{7} + \left(-\frac{9}{14}\right)$;
- 5) $-\frac{1}{4} + \left(-\frac{1}{6}\right)$;
- 6) $-\frac{3}{8} + 0$.

961.° Знайдіть значення суми:

- 1) $-9 + (-13)$;
- 2) $-3,6 + (-1,5)$;
- 3) $-\frac{5}{16} + \left(-\frac{7}{16}\right)$;
- 4) $-\frac{3}{7} + \left(-\frac{4}{9}\right)$.

962.° Виконайте додавання:

- 1) $-9 + 6$;
- 2) $4 + (-1)$;
- 3) $-6 + 20$;
- 4) $20 + (-40)$;
- 5) $-2,3 + 1,4$;
- 6) $1,6 + (-4,1)$;
- 7) $-0,8 + 1$;
- 8) $-1,8 + 1,8$.

963.° Виконайте додавання:

- | | |
|-------------------|---------------------|
| 1) $-7 + 12$; | 5) $-1,7 + 3$; |
| 2) $13 + (-18)$; | 6) $2,8 + (-5,5)$; |
| 3) $-19 + 15$; | 7) $5 + (-6,9)$; |
| 4) $40 + (-20)$; | 8) $2,7 + (-2,7)$. |

964.° Обчисліть значення виразу:

- | | | |
|----------------------------------------|------------------------------------------|-----------------------------------------|
| 1) $\frac{2}{15} + (-\frac{3}{10})$; | 5) $-5\frac{7}{8} + (-6\frac{3}{10})$; | 9) $-8 + 4\frac{5}{22}$ |
| 2) $-\frac{2}{3} + \frac{13}{15}$; | 6) $-5\frac{13}{18} + 12\frac{11}{12}$; | 10) $-2\frac{9}{20} + 5\frac{7}{0}$; |
| 3) $\frac{13}{16} + (-\frac{9}{32})$; | 7) $-13 + 7\frac{3}{16}$; | 11) $-5\frac{1}{4} + 1\frac{3}{8}$; |
| 4) $-4\frac{5}{9} + (-7\frac{1}{6})$; | 8) $-2\frac{3}{8} + (-1\frac{5}{9})$; | 12) $4\frac{3}{7} + (-8\frac{9}{14})$. |

965.° Обчисліть значення виразу:

- | | | |
|--------------------------------------|--------------------------------------------|------------------------------------------|
| 1) $-\frac{1}{4} + \frac{3}{5}$; | 5) $7\frac{5}{12} + (-3\frac{7}{24})$; | 9) $-3\frac{1}{12} + \frac{1}{6}$; |
| 2) $\frac{9}{11} + (-\frac{2}{5})$; | 6) $-6\frac{11}{12} + (-8\frac{13}{18})$; | 10) $3\frac{6}{7} + (-6\frac{4}{9})$; |
| 3) $-\frac{20}{21} + \frac{3}{7}$; | 7) $-5\frac{12}{35} + 10$; | 11) $9\frac{1}{6} + (-5\frac{3}{4})$; |
| 4) $-8\frac{9}{14} + 3\frac{3}{7}$; | 8) $-11\frac{7}{9} + 8\frac{2}{15}$; | 12) $-3\frac{8}{9} + (-2\frac{1}{12})$. |

966.° Найнижча температура, отримана в лабораторних умовах, дорівнює $-273,14^\circ\text{C}$, що на $4,21^\circ\text{C}$ нижче від температури кипіння гелію. Чому дорівнює температура кипіння гелію?

967.° Подайте у вигляді суми двох рівних доданків число:

- 1) -12 ; 2) 7 ; 3) -9 .

968.° Складіть числовий вираз і обчисліть його значення:

- 1) до суми чисел 7 і -20 додати число 18 ;
2) до числа $7,9$ додати суму чисел $2,1$ і -10 ;
3) до суми чисел $3\frac{11}{16}$ і $-2\frac{5}{16}$ додати суму чисел $4\frac{17}{36}$ і $-1\frac{11}{36}$.

969.° Складіть числовий вираз і обчисліть його значення:

- 1) до суми чисел -6 і -19 додати число 15 ;
2) до числа $-3,6$ додати суму чисел $-7,2$ і $4,5$;
3) до суми чисел $-1,4$ і $-1,8$ додати суму чисел $-5,2$ і $8,1$.

970.° У касі було 5000 грн. Упродовж дня касир кілька разів приймав і видавав гроші, роблячи записи: -120 грн., -300 грн., 460 грн., 530 грн., -1270 грн., -650 грн. Скільки грошей залишилось у касі наприкінці дня?

971.: Водолаз опустився до позначки -34 м. Виконуючи роботу, він змінював глибину занурення на 6 м, 12 м, -17 м, -3 м, 20 м, -5 м. На якій глибині опинився водолаз після закінчення роботи?

972.: При $a = -6,3$; $b = 2,7$ знайдіть значення виразу:

1) $a + b$; 2) $|a| + b$; 3) $a + |b|$; 4) $|a + b|$; 5) $|a| + |b|$.

973.: Знайдіть значення виразу $|x + y| + x$, якщо:

1) $x = 2,8$; $y = -3,9$; 3) $x = -2,3$; $y = -6,2$;

2) $x = -4,5$; $y = 7,2$; 4) $x = -1\frac{4}{15}$; $y = 2\frac{7}{18}$.

974.:" Знайдіть значення виразів $|a| + |b|$ і $|a + b|$, якщо:

1) $a = -3$; $b = -7$; 2) $a = -4$; $b = 10$; 3) $a = 7,2$; $b = 2,8$.

Якими мають бути числа a і b , щоб виконувалася рівність $|a + b| = |a| + |b|$?

975.:" Чи може сума двох чисел бути меншою від кожного з доданків? Наведіть приклад. Якими числами мають бути в цьому випадку доданки? Якими числами мають бути доданки, щоб їх сума була більшою за кожен з них?

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ



976. Запишіть усі цілі від'ємні числа, які більші за $-5,4$, та протилежні до них числа. Позначте всі ці числа на координатній прямій.

977. При яких значеннях x буде правильною нерівність:

1) $|x| > x$; 2) $|x| < x$?

978. Однією дорогою в одному напрямку їхали Ємеля на печі і Іван-царевич на Сірому Вовку. О 10 год 50 хв відстань між ними була 51 км. Швидкість печі, що рухалася попереду, дорівнювала 12 км/год, що становило $\frac{18}{35}$ швидкості, з якою мчав Вовк. О котрій годині Іван-царевич наздожене Ємелю?

979. Дмитрик з'їв третину цукерок, що були в коробці, і ще 4 цукерки. Після цього в коробці лишилося 12 цукерок. Скільки цукерок було в коробці спочатку?

ГОТУЄМОСЬ ДО ВИВЧЕННЯ НОВОЇ ТЕМИ

980. Виконайте додавання, обираючи зручний порядок обчислення:

1) $(1,65 + 0,158) + 2,35$; 2) $4,12 + 6,24 + 3,76 + 5,88$.

Понови в пам'яті зміст пункту 11 на с. 279.

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ



981. Кожний учасник шахового турніру, граючи білими, виграв стільки партій, скільки всі інші разом, граючи чорними. Доведіть, що всі учасники здобули однакову кількість перемог.

34. ВЛАСТИВОСТІ ДОДАВАННЯ

Переставна і сполучна властивості додавання добре відомі, і ти не раз ними користувався для додатних доданків. Виявляється, ці властивості справедливі для будь-яких раціональних чисел.

Для будь-яких раціональних чисел a , b і c справедливі рівності:

$$a + b = b + a \text{ — переставна властивість,}$$
$$(a + b) + c = a + (b + c) \text{ — сполучна властивість}$$

Наприклад,

$$-7 + 2 = -5 \text{ і } 2 + (-7) = -5;$$

$$-2,5 + (-3) = -5,5 \text{ і } -3 + (-2,5) = -5,5;$$

$$(-2 + 1,7) + 1,3 = -0,3 + 1,3 = 1 \text{ і } -2 + (1,7 + 1,3) = -2 + 3 = 1.$$

Із наведених властивостей додавання випливає, що в сумі кількох раціональних чисел доданки можна міняти місцями і розставляти дужки будь-яким способом, який видаватиметься зручнішим.

Наприклад, обчислимо суму

$$-17,1 + (-2) + 6 + (-7) + 3 + (-4) + 1,71.$$

За допомогою дужок об'єднаємо доданки в три групи: до першої групи включимо два протилежних числа, до другої — всі від'ємні доданки, що залишилися, до третьої — решту додатних доданків. Маємо:

$$(-1,71 + 1,71) + (-2 + (-7) + (-4)) + (6 + 3) = 0 + (-13) + 9 = -4.$$

- 982.° Обчисліть, використовуючи властивості додавання:

1) $(-5 + 19) + (-19)$;

3) $-0,4 + 0,8 + 0,4$;

2) $(-16 + (-17)) + 17$;

4) $(-\frac{2}{7} + 1) + (-\frac{5}{7})$;

$$5) \frac{4}{15} + \left(-\frac{8}{25}\right) + \left(-\frac{4}{15}\right); \quad 6) 9 + (-12) + (-9) + 20.$$

983.° Виконайте додавання, обираючи зручний порядок обчислень:

1) $7,29 + (-5,126) + (-6,29) + 5,126$;

2) $24,35 + (-72,61) + 42,61 + (-13,35)$.

984.° Виконайте додавання, обираючи зручний порядок обчислень:

1) $-6,38 + (-1,73) + 5,38 + 1,73$;

2) $-3,72 + 9,84 + 1,72 + (-20,84)$.

985.° Знайдіть значення виразу:

1) $-78 + 36 + 19 + (-22) + (-25)$;

2) $0,74 + (-9,39) + 3,26 + (-10,61) + 5,25$;

3) $\frac{7}{16} + \left(-\frac{11}{42}\right) + \left(-\frac{9}{16}\right) + \frac{17}{42}$;

4) $-\frac{9}{40} + \frac{13}{50} + \left(-\frac{23}{50}\right) + \frac{19}{40}$;

5) $-3\frac{31}{36} + \left(-1\frac{17}{24}\right) + 5\frac{4}{36} + \left(-2\frac{4}{24}\right)$.

986.° Знайдіть значення виразу:

1) $43 + (-60) + 12 + 39 + (-21)$;

2) $-1,23 + 2,14 + 7,38 + (-5,77) + 1,62$;

3) $-\frac{3}{7} + \frac{14}{19} + \left(-\frac{4}{7}\right) + 3\frac{5}{19}$;

4) $-\frac{5}{18} + \left(-\frac{4}{81}\right) + \frac{7}{18} + \frac{13}{81}$;

5) $-3\frac{5}{11} + 1\frac{3}{8} + 2\frac{5}{16} + \left(-4\frac{6}{11}\right)$.

987.° Спростіть вираз і знайдіть його значення:

1) $7,44 + a + (-3,5) + (-5,44) + (-12,5) + b$, якщо $a = 9,6$;
 $b = -5,7$;

2) $-5\frac{9}{35} + p + 4\frac{11}{28} + 6\frac{2}{35} + \left(-5\frac{18}{28}\right) + k$, якщо $p = -2\frac{19}{30}$;
 $k = 9$.

988.° Спростіть вираз і знайдіть його значення:

1) $-2,8 + x + 5,36 + (-7,2) + y + (-7,36)$, якщо $x = -13$;
 $y = 54$;

2) $m + \left(-2\frac{4}{9}\right) + 8\frac{13}{24} + n + \left(-3\frac{2}{9}\right) + \left(-4\frac{5}{24}\right)$, якщо $m = -3\frac{5}{6}$;
 $n = -2\frac{11}{12}$.

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ



1000. У змаганнях з тенісу беруть участь n гравців. Тенісист вибуває з турніру після першої поразки. Скільки зустрічей треба провести, щоб виявити переможця?

35. ВІДНІМАННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

Як і у випадку з натуральними числами, різницею раціональних чисел a і b будемо називати таке раціональне число x , яке в сумі з числом b дає число a , тобто рівність $a - b = x$ справедлива, якщо справедлива рівність $b + x = a$.

Наприклад,

$$7 - (-2) = 9, \text{ оскільки } -2 + 9 = 7;$$

$$5 - 8 = -3, \text{ оскільки } 8 + (-3) = 5;$$

$$-9 - 11 = -20, \text{ оскільки } 11 + (-20) = -9;$$

$$-3,7 - (-2,2) = -1,5, \text{ оскільки } -2,2 + (-1,5) = -3,7.$$

Аналізуючи записані різниці, можна помітити таку закономірність:

$$7 - (-2) = 7 + 2 = 9;$$

$$5 - 8 = 5 + (-8) = -3;$$

$$-9 - 11 = -9 + (-11) = -20;$$

$$-3,7 - (-2,2) = -3,7 + 2,2 = -1,5.$$

Як бачимо, віднімання раціональних чисел можна замінити додаванням, тобто для будь-яких раціональних чисел a і b справедлива рівність:

$$a - b = a + (-b)$$

Щоб знайти різницю двох чисел, можна до зменшувачого додати число, протилежне від'ємнику.

Тепер будь-який вираз, який містить дії додавання і віднімання, можна замінити на вираз, який містить тільки дію додавання. Наприклад,

$$2,3 - 5 - 1,9 + 17 = 2,3 + (-5) + (-1,9) + 17.$$

Зауважимо, що раніше ти не міг від меншого числа відняти більше. Виконання цієї дії стало можливим завдяки введенню у розгляд від'ємних чисел.

$$\text{Наприклад, } 1 - 2 = -1; \quad 2 - 100 = -98; \quad -7 - (-2) = -5.$$

Звідси можна дійти такого висновку: якщо $a < b$, то різниця $a - b$ — від'ємне число, і навпаки, якщо $a - b$ — від'ємне число, то $a < b$.

Поміркуй, який аналогічний висновок можна зробити, якщо $a > b$.

- ?**
1. Як знайти різницю двох чисел?
 2. Яке число, додатне чи від'ємне, отримаємо, якщо від меншого числа віднімемо більше?
 3. Яке число, додатне чи від'ємне, отримаємо, якщо від більшого числа віднімемо менше?

1001.° Виконайте віднімання:

- | | | |
|-----------------|----------------------|------------------------|
| 1) $10 - 16$; | 6) $4 - (-10)$; | 11) $0 - 13,4$; |
| 2) $5 - 12$; | 7) $-3 - (-8)$; | 12) $-1,4 - 1,2$; |
| 3) $-5 - 3$; | 8) $-11 - (-6)$; | 13) $-10,2 - (-4,9)$; |
| 4) $-6 - 18$; | 9) $12,3 - (-6,8)$; | 14) $0 - (-99,4)$; |
| 5) $7 - (-2)$; | 10) $2,4 - 5,6$; | 15) $-8 - (-8)$. |

1002.° Виконайте віднімання:

- | | | |
|---------------------|-------------------|----------------------|
| 1) $3,5 - (-9,7)$; | 3) $0 - 7,25$; | 5) $-2,8 - (-5,2)$; |
| 2) $1,9 - 3,2$; | 4) $-5,3 - 3,7$; | 6) $0 - (-0,08)$. |

1003.° Виконайте віднімання:

- | | | |
|-------------------------------------|-----------------------------------------|-------------------------------------------|
| 1) $\frac{5}{9} - (-\frac{1}{6})$; | 5) $-\frac{11}{20} - (-\frac{2}{15})$; | 9) $2\frac{9}{20} - 4\frac{17}{30}$; |
| 2) $\frac{3}{16} - \frac{11}{24}$; | 6) $-\frac{14}{25} - (-\frac{7}{10})$; | 10) $-3\frac{8}{9} - 4\frac{1}{12}$; |
| 3) $-\frac{3}{10} - \frac{4}{15}$; | 7) $2\frac{3}{7} - (-1\frac{2}{5})$; | 11) $-4\frac{3}{16} - (-5\frac{5}{8})$; |
| 4) $-\frac{7}{9} - \frac{2}{15}$; | 8) $5\frac{12}{35} - 10$; | 12) $-1\frac{19}{28} - (-2\frac{3}{4})$. |

1004.° Виконайте віднімання:

- | | | |
|--------------------------------------|-----------------------------------------|------------------------------------------|
| 1) $\frac{7}{8} - (-\frac{3}{10})$; | 5) $-\frac{5}{9} - (-\frac{3}{4})$; | 9) $1\frac{3}{8} - 3\frac{1}{4}$; |
| 2) $\frac{11}{12} - \frac{17}{18}$; | 6) $-\frac{7}{24} - (-\frac{5}{12})$; | 10) $-2\frac{14}{15} - 1\frac{19}{45}$; |
| 3) $-\frac{3}{7} - \frac{9}{14}$; | 7) $3\frac{11}{12} - (-4\frac{4}{9})$; | 11) $-6\frac{4}{27} - (-5\frac{5}{9})$; |
| 4) $-\frac{8}{21} - \frac{3}{14}$; | 8) $4\frac{5}{17} - 6$; | 12) $-3\frac{1}{6} - (-1\frac{1}{4})$. |

1005.° Розв'яжіть рівняння:

1) $x + 7 = 4$;

2) $20 - x = 35$;

3) $x + 2,6 = -1,7$;

4) $-4,5 - x = 9$;

5) $x - 0,9 = -1,4$;

6) $7 - x = -5$;

7) $-20 - x = -13$;

8) $-0,76 - x = -0,83$.

1006.° Розв'яжіть рівняння:

1) $x + 19 = 10$;

2) $12,4 - x = 16$;

3) $x + 3,4 = -5,8$;

4) $-1,2 - x = 0,6$;

5) $x - 3,8 = -1,9$;

6) $11 - x = -14$.

1007.° Мертве море розташоване на висоті -392 м відносно рівня Світового океану. Каспійське море, що є найбільшим у світі озером, знаходиться на висоті -28 м відносно рівня Світового океану. На скільки метрів рівень води в Каспійському морі вище рівня води в Мертвому морі?

1008.° Абсолютний максимум температури повітря $40,1$ °C в Україні був зафіксований у липні 1930 року (м. Куп'янськ, Харківська область) та в липні 1971 року (Асканія-Нова, Херсонська область). Абсолютний мінімум температури -43 °C був зафіксований у січні 1923 року (Українські Карпати). Знайдіть різницю абсолютних максимуму і мінімуму температур.

1009.° Найнижча температура повітря, зафіксована в пустелі Сахара, дорівнює -5 °C, а найвища — $55,4$ °C. Визначте максимальний перепад температур повітря в Сахарі.

1010.° Ртуть плавиться при температурі $-38,9$ °C, а мідь — при температурі $1083,4$ °C. На скільки температура плавлення міді вища за температуру плавлення ртуті?

1011.° Найнижча зафіксована на поверхні Землі температура дорівнювала $-89,2$ °C, що на $70,8$ °C вище за найнижчу температуру, виміряну на поверхні Місяця. Чому дорівнює найнижча температура, зафіксована на Місяці?

1012.° Знайдіть значення виразу:

1) $-27 + 13 - 34 + 21$;

2) $1,7 - 3,4 - 2,5 + 4,1$;

3) $-0,65 - (-0,44) + (-1,23) + 8,1$;

$$4) 3\frac{1}{6} + (-2\frac{4}{9}) - (-1\frac{2}{3});$$

$$5) 4\frac{5}{9} + (-5\frac{7}{12}) - (-2\frac{1}{6}) - 1\frac{1}{3} + 3\frac{3}{4} + (-\frac{13}{18}).$$

1013. Знайдіть значення виразу:

$$1) 16 - 29 + 14 - 48;$$

$$2) -3,2 - 7,8 - 5,4 + 4,6;$$

$$3) -4,28 - 1,53 - (-7,85) + (-9,06);$$

$$4) -5\frac{3}{8} + 4\frac{5}{6} - (-2\frac{1}{4});$$

$$5) -3\frac{3}{5} + (-2\frac{1}{3}) + 4\frac{8}{15} - 1\frac{5}{6} - (-6\frac{7}{10}) + \frac{1}{2}.$$

1014. Знайдіть значення виразу $-a + b + c - d$, якщо:

$$1) a = -4, b = 12, c = -6, d = 8;$$

$$2) a = 1,5, b = -3,2, c = -1,8, d = -2,4;$$

$$3) a = 3\frac{1}{3}, b = 2\frac{1}{2}, c = -1\frac{5}{6}, d = 5;$$

$$4) a = -2\frac{1}{7}, b = -1\frac{3}{14}, c = 3\frac{19}{28}, d = 1\frac{3}{4}.$$

1015. Складіть числовий вираз і обчисліть його значення:

$$1) \text{ від числа } 3,6 \text{ відняти суму чисел } -12,6 \text{ і } 5,3;$$

$$2) \text{ до різниці чисел } -2,4 \text{ і } -3,8 \text{ додати суму чисел } 5,6 \text{ і } -10.$$

1016. Складіть числовий вираз і обчисліть його значення:

$$1) \text{ до числа } -1,4 \text{ додати різницю чисел } 2,5 \text{ і } 4,1;$$

$$2) \text{ від суми чисел } -8,2 \text{ і } 14 \text{ відняти різницю чисел } 0,7 \text{ і } -5,4.$$

1017. Знайдіть координату точки на координатній прямій, яка віддалена:

$$1) \text{ від точки } A(4,6) \text{ на } 10 \text{ одиниць};$$

$$2) \text{ від точки } B(-1\frac{1}{3}) \text{ на } 2\frac{1}{6} \text{ одиниці};$$

$$3) \text{ від точки } C(-3\frac{2}{7}) \text{ на } 3\frac{2}{7} \text{ одиниці}.$$

Скільки розв'язків має задача?

1018. Спростіть вираз:

$$1) -16 + a + 33 + b - a;$$

$$3) -x + y - \frac{3}{14} + \frac{2}{7} - \frac{5}{6} + x;$$

$$2) 7,2 - m - n - 8,9 - 1,1 + m;$$

$$4) p - k + \frac{3}{8} - \frac{9}{16} + \frac{7}{32} - p + k.$$

1019.* Розв'яжіть рівняння:

1) $|x| + 2,8 = 5$;

4) $|x| - 6 = -9$;

2) $|x| - 3,1 = 4,4$;

5) $15 - |x| = -2$;

3) $|x| - 0,4 = -0,29$;

6) $|x + 25| = 1$.

1020.* Розв'яжіть рівняння:

1) $|x| + 3 = 8$;

4) $|x| + 2,1 = 1$;

2) $|x| - 1,3 = 1,2$;

5) $13 - |x| = 6$;

3) $|x| - 0,8 = -0,1$;

6) $|x + 2,1| = 3$.

1021.* Не виконуючи обчислень, порівняйте:

1) суму чисел $-9,34$ і $-12,78$ та їх різницю;

2) різницю чисел 48 і 73 та суму чисел -46 і 59 ;

3) різницю чисел $-16,5$ і $-2,37$ та різницю чисел $-4,3$ і $-8,1$.

1022.* Не виконуючи обчислень, порівняйте:

1) суму чисел $81,9$ і $-74,6$ та суму чисел $80,4$ і $-83,5$;

2) різницю чисел 52 і 74 та суму чисел -102 і 102 ;

3) різницю чисел $-96,3$ і $-96,3$ та суму чисел $0,872$ і $-0,872$.

1023.* Розв'яжіть рівняння:

1) $||x| - 8| = 2$;

2) $||x| + 2| = 7$.

1024.* Чи можна вказати найбільше і найменше значення виразу:

1) $|x| - 8,5$;

2) $-5,2 - |x|$?

Якщо відповідь позитивна, вкажіть це значення і значення x , при якому вираз його набуває.

1025.* Чи можна вказати найбільше і найменше значення виразу:

1) $|x| + 3,9$;

2) $7,6 - |x|$?

Якщо відповідь позитивна, вкажіть це значення і значення x , при якому вираз його набуває.

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ

1026. Одне число становить 80 % від другого. Скільки відсотків друге число становить від першого?

1027. У тирі Василько зробив 48 пострілів, з яких 6 не влучили в ціль. Знайдіть відсоток влучень у ціль.



1028. У Петрика було 36 кроликів різної масті: білі, сірі та бурі. Бурі становили $\frac{1}{3}$ всіх кроликів, сірих було 8. Яка ймовірність того, що навмання вибраний кролик буде білим?
1029. У Дмитра Григоровича є 3 пари черевиків, 4 пари брюк, 5 сорочок, 2 звичайні краватки і одна краватка-метелик. Дмитро Григорович завжди носить черевики, брюки, сорочку і краватку. Скільки різних комплектів одягу він може скласти?
1030. Знайдіть значення виразу:

$$1) \frac{\left(3\frac{9}{28} - 1\frac{8}{21} + \frac{13}{42}\right) \cdot \frac{22}{27}}{2\frac{1}{4} : 5\frac{5}{8} + \frac{11}{75} \cdot 2\frac{3}{11}}; \quad 2) \frac{1\frac{1}{27} \cdot 1\frac{7}{20} - 3\frac{5}{9} : 5\frac{1}{3}}{\left(5\frac{3}{20} - 4\frac{5}{16} + 1\frac{9}{40}\right) : \frac{9}{32}}$$

ГОТУЄМОСЬ ДО ВИВЧЕННЯ НОВОЇ ТЕМИ

1031. Запишіть у вигляді добутку суму:

$$1) \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}; \quad 2) 2,3 + 2,3 + 2,3 + 2,3.$$

Понови в пам'яті зміст пунктів 16, 17 на с. 281, 282.

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ

1032. Доведіть, що в будь-якій компанії з 6 осіб знайдеться трое попарно знайомих або трое попарно незнайомих.



36. МНОЖЕННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

Ти знаєш, що $7 \cdot 3 = 7 + 7 + 7 = 21$. Міркуючи аналогічно, знайдемо добуток $(-7) \cdot 3$. Маємо:

$$(-7) \cdot 3 = (-7) + (-7) + (-7) = -21.$$

Для додатних чисел має місце переставна властивість множення: $ab = ba$. Ця рівність залишається правильною і для будь-яких раціональних чисел. Тому $(-7) \cdot 3 = 3 \cdot (-7) = -21$.

Оскільки -21 і 21 — протилежні числа, то кожний з добутків $(-7) \cdot 3$ і $3 \cdot (-7)$ є числом, протилежним добутку $3 \cdot 7$. Тобто

$$(-7) \cdot 3 = -(7 \cdot 3);$$

$$3 \cdot (-7) = -(3 \cdot 7).$$

Міркуючи подібним чином, можна, наприклад, записати:

$$(-9) \cdot 4 = -(9 \cdot 4) = -36 \text{ і } 4 \cdot (-9) = -(4 \cdot 9) = -36;$$

$$\left(-\frac{1}{3}\right) \cdot 5 = -\left(\frac{1}{3} \cdot 5\right) = -\frac{5}{3} \text{ і } 5 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -\left(5 \cdot \frac{1}{3}\right) = -\frac{5}{3}.$$

Після цих прикладів можна дійти такого висновку: *щоб помножити два числа з різними знаками, треба помножити їх модулі і перед отриманим добутком поставити знак «-».*

Зазначимо, що в добутках $(-7) \cdot 3$, $(-9) \cdot 4$, $\left(-\frac{1}{3}\right) \cdot 5$ перший множник можна писати без дужок. Наприклад,

$$\left(-\frac{1}{3}\right) \cdot 5 = -\frac{1}{3} \cdot 5 = -\frac{5}{3}. \text{ При цьому запис } 5 \cdot -\frac{1}{3} \text{ не вживають.}$$

Знову розглянемо добутки $7 \cdot 3$; $-7 \cdot 3$ і $7 \cdot (-3)$.

Бачимо, що зміна знака одного з множників у добутку $7 \cdot 3$ приводить до зміни знака цього добутку.

А якщо змінити знак у обох множників? Тоді знак добутку змінюється двічі, тобто залишається незмінним. Тому

$$-7 \cdot (-3) = 21.$$

Такий самий результат отримаємо, якщо помножимо модулі множників:

$$-7 \cdot (-3) = |-7| \cdot |-3| = 21.$$

Щоб помножити два від'ємних числа, треба помножити їх модулі.

$$\text{Наприклад, } -1,4 \cdot (-5) = 7; \quad -\frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{5}{9}\right) = \frac{1}{3}.$$

Цікаво, що при множенні числа на -1 воно змінюється на протилежне.

Наприклад, $17 \cdot (-1) = -17$, $(-17) \cdot (-1) = 17$, $-1 \cdot 5 = -5$, $-1 \cdot (-5) = 5$.

Взагалі, для будь-якого раціонального числа a

$$\begin{aligned} a \cdot (-1) &= -a, \\ (-1) \cdot a &= -a \end{aligned}$$

Також зазначимо, що

$$\begin{aligned} a \cdot 1 &= 1 \cdot a = a, \\ a \cdot 0 &= 0 \cdot a = 0 \end{aligned}$$

На завершення наведемо корисні міркування, які впливають з правил знаходження добутку раціональних чисел:

якщо добуток ab додатний, то числа a і b мають однакові знаки;

якщо добуток ab від'ємний, то числа a і b мають різні знаки;

якщо добуток ab дорівнює нулю, то хоча б одне з чисел a або b дорівнює нулю.

Приклад 1. Розв'яжіть рівняння $(x + 3)(x - 2,4) = 0$.

Оскільки добуток дорівнює нулю, то хоча б один із множників має дорівнювати 0, тобто:

$$x + 3 = 0 \text{ або } x - 2,4 = 0;$$

$$x = -3 \text{ або } x = 2,4.$$

Відповідь: $-3; 2,4$.

Приклад 2. З'ясуйте, яких значень набуває вираз x^2 :

1) додатних; 2) від'ємних; 3) невід'ємних; 4) недодатних.

Якщо $x = 0$, то $x^2 = 0$.

Оскільки $x^2 = x \cdot x$, то при $x \neq 0$ маємо добуток двох чисел з однаковими знаками, який набуває тільки додатних значень.

Отже, для будь-якого значення x вираз x^2 набуває тільки невід'ємних значень:

$$x^2 \geq 0$$

- ?
1. Як помножити два числа з різними знаками?
 2. Як помножити два від'ємних числа?
 3. Що відбувається з числом при множенні його на -1 ?
 4. Які знаки повинні мати два числа, щоб їх добуток був додатним числом? від'ємним числом?
 5. У якому випадку добуток дорівнює нулю?

1033.° Виконайте множення:

1) $-12 \cdot 5$; 5) $-\frac{15}{16} \cdot \left(-\frac{48}{55}\right)$; 9) $45 \cdot \left(-\frac{8}{15}\right)$;

2) $-0,4 \cdot 1,5$; 6) $-\frac{13}{24} \cdot \frac{16}{39}$; 10) $\frac{16}{17} \cdot \left(-6\frac{3}{8}\right)$;

3) $3,4 \cdot (-1,8)$; 7) $\frac{6}{35} \cdot \left(-\frac{14}{15}\right)$; 11) $-3\frac{5}{9} \cdot \left(-5\frac{1}{4}\right)$;

4) $-\frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{5}{6}\right)$; 8) $-\frac{7}{12} \cdot 24$; 12) $-1\frac{5}{7} \cdot 6\frac{1}{8}$.

1034. Виконайте множення:

- 1) $16 \cdot (-3)$; 4) $\frac{6}{7} \cdot (-\frac{4}{7})$; 7) $-\frac{6}{19} \cdot (-57)$;
2) $-8 \cdot (-7)$; 5) $-\frac{4}{7} \cdot \frac{7}{9}$; 8) $-9\frac{3}{5} \cdot (-\frac{10}{21})$.
3) $-2,3 \cdot (-1,4)$; 6) $-6 \cdot (-\frac{5}{24})$;

1035. Знайдіть значення степеня:

- 1) $(-2)^5$; 3) $(-1\frac{1}{5})^3$; 5) $(-1)^{10}$;
2) $(-0,6)^2$; 4) $(-1\frac{1}{2})^2$; 6) $(-1)^{23}$.

1036. Знайдіть значення степеня:

- 1) $(-7)^2$; 2) $(-7)^3$; 3) $(-\frac{1}{2})^4$; 4) $(\frac{1}{2})^4$.

1037. Виконайте дії:

- 1) $-3,2 \cdot 0,4 + 2,6 \cdot (-0,5)$;
2) $5,2 \cdot (-0,8) - (-1,5) \cdot (-3,4)$;
3) $(7,6 - 20) \cdot (-3,14 + 5,24)$;
4) $(-1\frac{3}{25}) \cdot 2\frac{1}{7} + (-2\frac{1}{9}) \cdot (-\frac{27}{190})$;
5) $(8 + 2\frac{1}{7} \cdot (-3\frac{1}{9})) \cdot (-\frac{27}{44})$;
6) $(-5\frac{1}{16} + 1\frac{1}{8}) \cdot (-\frac{5}{6} - \frac{3}{14})$.

1038. Виконайте дії:

- 1) $-2,7 \cdot (-1,2) + 3,5 \cdot (-2,8)$;
2) $-7,4 \cdot 0,6 - 3,8 \cdot (-2,3)$;
3) $(-9,3 - 1,7) \cdot (2,6 + (-5,9))$;
4) $4\frac{7}{12} \cdot (-1\frac{3}{11}) - (-1\frac{1}{15}) \cdot (-\frac{45}{64})$;
5) $-\frac{81}{88} \cdot (-6 + (-1\frac{13}{15}) \cdot (-1\frac{19}{21}))$;
6) $(-\frac{4}{5} - \frac{4}{7}) \cdot (5\frac{7}{9} - 7\frac{11}{12})$.

1039. Не виконуючи обчислень, порівняйте:

- 1) $(-7,2)^2$ і 0 ; 3) $(-10)^7$ і $(-0,1)^4$; 5) $(-8)^{12}$ і -8^{12} ;
2) 0 і $(-5,3)^3$; 4) -5^9 і $(-5)^9$; 6) $0,3^{13}$ і $(-216)^5$.

1040. Не виконуючи обчислень, порівняйте значення виразів:

- 1) $-2,4 \cdot (-3,6) \cdot 7,8$ і $9,6 \cdot (-4,1) \cdot 1,8$;
2) $5\frac{1}{3} \cdot (-7\frac{14}{19}) \cdot (-6\frac{1}{7}) \cdot 4\frac{11}{12}$ і $9\frac{1}{8} \cdot (-\frac{3}{14}) \cdot 0 \cdot (-1\frac{1}{9})$;

$$3) -7,13 \cdot (-2) \cdot (-14) \cdot (-19) \cdot 17 \text{ і } -13 \cdot (-21) \cdot (-2136);$$

$$4) 139 \cdot (-216) \cdot 0 \cdot 518 \text{ і } 135 \cdot 418 \cdot (-5132).$$

1041. Виконайте дії:

$$1) \left(-5\frac{3}{4}\right) \cdot 8 + \left(-2\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-1\frac{3}{14}\right) - 1\frac{37}{48} \cdot \left(-2\frac{2}{15}\right);$$

$$2) \left(6,75 + (-4,5) \cdot 1\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-1\frac{1}{3}\right)^3.$$

1042. Виконайте дії:

$$1) \left(-2\frac{1}{8}\right) \cdot \left(-1\frac{29}{51}\right) + \left(-1\frac{23}{42}\right) \cdot 3\frac{1}{13} - \left(-4\frac{2}{3}\right) \cdot 6;$$

$$2) \left(-\frac{11}{18} + \left(-2\frac{2}{9}\right) \cdot (-0,2)\right)^3 \cdot (-1,2).$$

1043. Складіть числовий вираз і знайдіть його значення:

$$1) \text{ різниця куба числа } -5 \text{ і квадрата числа } -8;$$

$$2) \text{ різниця квадратів чисел } -1\frac{1}{3} \text{ і } \frac{5}{6};$$

$$3) \text{ різниця добутків чисел } -1,2 \text{ і } -0,4 \text{ та чисел } 1,6 \text{ і } 0,6;$$

$$4) \text{ добуток суми чисел } 2,8 \text{ і } -3,4 \text{ та суми чисел } -1,6 \text{ і } 4,2.$$

1044. Складіть числовий вираз і знайдіть його значення:

$$1) \text{ куб різниці чисел } 7 \text{ і } 10;$$

$$2) \text{ добуток суми чисел } 6 \text{ і } -10 \text{ та їх різниці};$$

$$3) \text{ сума добутків чисел } -\frac{8}{9} \text{ і } -\frac{27}{32} \text{ та чисел } \frac{23}{28} \text{ і } -\frac{49}{46};$$

$$4) \text{ добуток різниці чисел } 4,5 \text{ і } 6 \text{ та різниці чисел } 1,8 \text{ і } -3,4.$$

1045. Знайдіть значення виразу:

$$1) 18x^2, \text{ якщо } x = -\frac{1}{9};$$

$$2) (24x)^3, \text{ якщо } x = -\frac{1}{6};$$

$$3) (x+y)^4, \text{ якщо } x = -0,9, y = 0,8;$$

$$4) 4x - 3y, \text{ якщо } x = -2\frac{1}{4}, y = -7\frac{1}{3}.$$

1046. Знайдіть значення виразу:

$$1) 23 - c^4, \text{ якщо } c = -3;$$

$$2) x^2 - x^3, \text{ якщо } x = -0,2;$$

$$3) (0,8a + 0,3b)(0,6b - 1,2a), \text{ якщо } a = 2\frac{1}{12}, b = -1\frac{1}{9}.$$

1047. Розв'яжіть рівняння:

$$1) -3x = 0;$$

$$3) (x + 7,2)(x - 8,1) = 0;$$

$$2) -6,8(x - 4) = 0;$$

$$4) -5|x| = 0.$$

1048. Розв'яжіть рівняння:

$$1) -\frac{5}{12}x = 0;$$

$$3) (x - 3)(x + 4) = 0;$$

$$2) 5,9(x + 6,3) = 0;$$

$$4) 23,5|x| = 0.$$

1049. Знайдіть усі натуральні значення x , при яких буде правильною нерівність:

- 1) $-6x > -36$; 3) $-5x \geq -18$;
2) $-7x \geq -70$; 4) $-0,8x > -6,4$.

1050. Знайдіть усі цілі від'ємні значення x , при яких буде правильною нерівність:

- 1) $-5x < 20$; 2) $-9x \leq 45$; 3) $-4x \leq 35$; 4) $-0,3x < 1,2$.

1051. З'ясуйте, який із виразів $-x^2$; $(-x)^2$; x^3 за будь-яких значень x набуває таких значень:

- 1) додатних; 4) недодатних;
2) від'ємних; 5) довільних.
3) невід'ємних;

1052. Додатним чи від'ємним є значення виразу:

- 1) $ab - 9c$, якщо a , b і c — від'ємні числа;
2) $10p - mn$, якщо m , n і p — від'ємні числа?

1053. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $x(x + 9,4)(x - 6,5) = 0$; 2) $|x - 21|(x + 12,4) = 0$.

1054. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $(x + 1,2)(x + 5)(x - 10) = 0$; 2) $|x + 1|(x - 2) = 0$.

1055. Якого найменшого значення і при якому значенні x може набути вираз:

- 1) $x^2 - 8$; 2) $7 + x^2$?

1056. Якого найбільшого значення і при якому значенні x може набути вираз:

- 1) $4 - x^2$; 2) $-x^2 + 10$?

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ



1057. У скільки разів:

- 1) $\frac{1}{48}$ додатного числа менше, ніж $\frac{1}{6}$ його;
2) $\frac{5}{6}$ додатного числа більше, ніж 60% його?

1058. Галина і Ольга можуть разом наліпити вареники для дружньої вечірки за $1\frac{2}{3}$ год. На скільки більше часу потрібно для цього Галині, ніж Ользі, якщо Галина може наліпити потрібну кількість вареників за $3\frac{3}{4}$ год?

1059. З двох міст назустріч одна одній одночасно виїхали дві машини. Швидкість однієї з них була 64 км/год,

що становить $\frac{8}{7}$ швидкості другої. Знайдіть відстань між містами, якщо відомо, що машини зустрілися через $4\frac{7}{12}$ год після виїзду.

1060. За час, потрібний Пончику, щоб з'їсти 6 пирогів, Карлсон з'їдає 60 ватрушок. Вінні-Пух з'їдає півбарильця меду за час, потрібний Карлсону, щоб з'їсти 20 ватрушок. Чому дорівнює відношення кількості пирогів, які з'їдає Пончик, до кількості барильця меду, які з'їдає Вінні-Пух за той самий час?

1061. За час, потрібний Сергію для розв'язування трьох рівнянь, Михайло встигає розв'язати $\frac{1}{3}$ рівняння. Скільки рівнянь устигне розв'язати Сергій за час, потрібний Михайлові для розв'язування трьох рівнянь?

ГОТУЄМОСЬ ДО ВИВЧЕННЯ НОВОЇ ТЕМИ

1062. Обчисліть зручним способом:

1) $0,2 \cdot 16,7 \cdot 5$;

2) $0,25 \cdot 42,6 \cdot 4$.

1063. Спростіть вираз:

1) $0,6a \cdot 0,2b$;

2) $\frac{4}{5}m \cdot \frac{5}{16}n$.

Понови в пам'яті зміст пункту 16 на с. 281.

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ



1064. У чемпіонаті України з футболу у вищій лізі беруть участь 16 команд. Доведіть, що в будь-який момент чемпіонату є дві команди, які зіграли однакову кількість матчів. (Команди, які не зіграли жодного матчу, вважають такими, що зіграли їх однакову кількість.)

НІЩО І ЩЕ МЕНШЕ

У кожному місті світу є свої пам'ятники. Їх установлюють людям, героям художніх творів, богам, казковим персонажам і навіть тваринам. Пам'ятник, який зображено на рис. 88, знаходиться в столиці Угорщини Будапешті і присвячений... нулю. Чому саме ця цифра, а не якась інша, удостоєна такої честі?

Щоб оцінити «видатні заслуги» нуля, спробуй, не використовуючи цю цифру, записати, наприклад, число 5 000 270. Звісно, можна записати так: 5ннн27н. Але такий запис не означає відмову від нуля, просто тут цифру 0 позначено іншим символом. Повна відмова від нуля приводить до запису 527, але це зовсім інше число.



Рис. 88

Минули сотні років, перш ніж люди здогадалися позначати відсутність розряду в числі якимось знаком. Нікому не спадало на думку, що «порожнє місце», «ніщо» можна і треба якось позначати. Це відкриття було зроблене у Вавилоні, Греції чи Індії – залишається невідомим. Зрозуміло одне: винахід цифри 0 — велике досягнення людського розуму, яке заслуговує на пам'ятник.

Число нуль також особливе: $a + 0 = a$; $a \cdot 0 = 0$; $0 : a = 0$ при $a \neq 0$. Таких властивостей не має жодне інше число.

Число нуль — початок відліку на координатній прямій. До речі, в Угорщині всі відстані від столиці до інших міст вимірюють від пам'ятника нулю. В Україні така «нульова точка» знаходиться в Києві, на Майдані Незалежності (рис. 89).

Якщо ідея позначати те, чого немає, так важко далася людям, то зрозуміло, чому понад 2000 років думка про те, що є щось менше, ніж ніщо, так складно сприймалась і приживалась. Ти, мабуть, вже здогадався, що йдеться про від'ємні числа.

Здавалося б, що тут складного? Адже природно, наприклад, борги позначати від'ємними числами, а майно — додатними. Саме так і робили математики в Стародавньому Китаї. Щоправда, для позначення від'ємних чисел вони використовували не знак «-», а інший колір.

Труднощі полягали в тому, що не всі дії з від'ємними числами мали такий самий природний вигляд, як дії з додатними числами. Легко зрозуміти,



Рис. 89

як додавати і віднімати борги і майно. Але чому, наприклад, $(-5) \cdot (-3) = 15$ мовою «борг — майно» пояснити неможливо. Саме тому ще в XVII ст. багато європейських математиків ставилися з недовірою до від'ємних чисел, а то й взагалі їх не визнавали, називаючи брехливими, абсурдними, неможливими.

Серйозний крок в «узаконенні» від'ємних чисел зробив видатний французький математик і філософ Рене Декарт (1596–1650), «виділивши їм житло» на координатній прямій ліворуч від нуля, таким чином «урівнявши їх у правах» з додатними числами.

Проте таке трактування не пояснювало, як можна множити від'ємні числа, а тому суперечки про їх визнання тривали ще майже 200 років.

37. ПЕРЕСТАВНА І СПОЛУЧНА ВЛАСТИВОСТІ МНОЖЕННЯ. КОЕФІЦІЄНТ

Переставна і сполучна властивості множення справедливі не лише для додатних чисел. Вони залишаються в силі й для довільних раціональних чисел.

Для будь-яких раціональних чисел a , b і c справедливі рівності:

$$\begin{aligned} ab &= ba \text{ — переставна властивість,} \\ (ab)c &= a(bc) \text{ — сполучна властивість} \end{aligned}$$

З цих властивостей випливає, що в добутку кількох раціональних чисел можна міняти місцями множники і розставляти дужки будь-яким зручним способом. Наприклад,

$$\left(-1\frac{2}{3} \cdot (-5)\right) \cdot \frac{3}{5} = \left(-\frac{5}{3} \cdot \frac{3}{5}\right) \cdot (-5) = -1 \cdot (-5) = 5.$$

Розглянемо вираз $0,4x \cdot 5y \cdot (-3)$. За допомогою властивостей множення його можна записати простіше:

$$\begin{aligned} 0,4x \cdot 5y \cdot (-3) &= 0,4 \cdot 5 \cdot x \cdot y \cdot (-3) = 2xy \cdot (-3) = \\ &= 2 \cdot (-3) xy = -6xy. \end{aligned}$$

В отриманому виразі $-6xy$ числовий множник -6 називають коефіцієнтом.

Розглянемо ще кілька прикладів.

У виразі $0,21abc$ коефіцієнтом є число $0,21$, а у виразі $-2\frac{5}{7}x$ коефіцієнт дорівнює $-2\frac{5}{7}$.

Зауважимо, що у виразі $-5ab \cdot 2$ жодне з чисел -5 і 2 не є коефіцієнтом. У виразі $ab \cdot (-10)$ коефіцієнт дорівнює -10 . Проте, як правило, коефіцієнт записують перед буквеними множниками.

А чому дорівнюють коефіцієнти у виразах $-a$ і a ? Оскільки $-a = -1 \cdot a$, то коефіцієнт виразу $-a$ дорівнює -1 . Також $a = 1 \cdot a$. Тому коефіцієнт виразу a вважають таким, що дорівнює 1 .

1065.° Назвіть коефіцієнт виразу:

- 1) $6a$; 3) $-xy$; 5) $\frac{3}{7}abc$; 7) xyz ;
2) $-7,2b$; 4) $1,8mn$; 6) $-2\frac{1}{3}p$; 8) $4\frac{4}{11}mk$.

1066.° Виконайте множення:

- 1) $-\frac{1}{9} \cdot (-\frac{1}{7}) \cdot \frac{1}{5} \cdot (-\frac{1}{3}) \cdot 3 \cdot (-5) \cdot 7 \cdot 9$;
2) $8 \cdot (-6) \cdot 4 \cdot (-10) \cdot \frac{1}{4} \cdot (-\frac{1}{3}) \cdot (-\frac{1}{5}) \cdot (-\frac{1}{2})$;
3) $0,2 \cdot (-0,25) \cdot (-0,5) \cdot 5 \cdot (-4) \cdot (-2)$.

1067.° Спростіть вираз і вкажіть його коефіцієнт:

- 1) $4a \cdot (-1,2)$; 4) $-3,2p \cdot (-0,5k)$;
2) $-0,2b \cdot (-0,14)$; 5) $-\frac{3}{28}x \cdot \frac{7}{18} \cdot (-y)$;
3) $-6a \cdot 8b$; 6) $-1\frac{1}{7}k \cdot 1\frac{3}{4}p \cdot (-\frac{1}{2}m)$.

1068.° Спростіть вираз і вкажіть його коефіцієнт:

- 1) $-3m \cdot (-2,1)$; 4) $-7a \cdot 3b \cdot (-6c)$;
2) $3,6 \cdot (-5x)$; 5) $16x \cdot (-\frac{8}{15}b) \cdot \frac{45}{64}k$;
3) $10m \cdot (-1,7) \cdot n$; 6) $-0,2t \cdot (-5a) \cdot (-b)$.

1069.° Обчисліть найзручнішим способом:

- 1) $-4 \cdot 23 \cdot (-0,5)$; 4) $\frac{6}{23} \cdot (-2\frac{1}{3}) \cdot (-69) \cdot \frac{3}{7}$;
2) $-0,4 \cdot (-250) \cdot 5 \cdot (-0,2)$; 5) $-0,7 \cdot 2,5 \cdot 1\frac{3}{7} \cdot (-4)$;
3) $\frac{7}{13} \cdot (-6,5) \cdot 0,4 \cdot (-1\frac{6}{7})$; 6) $-\frac{5}{18} \cdot (-\frac{4}{13}) \cdot \frac{9}{25} \cdot (-26)$.

1070.° Обчисліть найзручнішим способом:

1) $-1,25 \cdot (-3,47) \cdot (-8)$; 3) $\frac{9}{16} \cdot \frac{11}{35} \cdot (-32) \cdot (-70)$;

2) $-0,001 \cdot (-54,8) \cdot 50 \cdot (-2)$; 4) $4,8 \cdot (-2\frac{1}{6}) \cdot (-\frac{5}{24}) \cdot (-\frac{6}{13})$.

1071.° Чому дорівнює добуток усіх цілих чисел, які більші за -20 і менші від 20 ?

1072.° Додатним, від'ємним чи нулем є добуток п'яти чисел, якщо:

1) два числа додатні, а решта — від'ємні;

2) два числа від'ємні, а решта — додатні;

3) чотири числа від'ємні;

4) два числа від'ємні, два числа — додатні, а одне — нуль?

1073.° Спростіть вираз і знайдіть його значення:

1) $-\frac{8}{15}a \cdot 3\frac{3}{4}b$, якщо $a = -\frac{1}{3}$, $b = \frac{1}{6}$;

2) $-\frac{7}{20}x \cdot (-1\frac{1}{14}) \cdot y \cdot (-2\frac{2}{3}z)$, якщо $x = -3\frac{3}{7}$, $y = 14$, $z = -\frac{5}{16}$.

1074.° Спростіть вираз і знайдіть його значення:

1) $200m \cdot (-0,4n)$, якщо $m = -0,25$, $n = -0,2$;

2) $-\frac{1}{3}m \cdot (-\frac{3}{4}n) \cdot 20p$, якщо $m = -\frac{3}{20}$, $p = \frac{4}{9}$, $n = -30$.

1075.** Сума двадцяти чисел, кожне з яких дорівнює 1 або -1 , дорівнює 0 . Знайдіть добуток цих двадцяти чисел.

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ

1076. Чи є правильним твердження:

1) якщо $a > 0$ і $b > 0$, то $ab > 0$;

2) якщо $a < 0$ і $b < 0$, то $ab < 0$;

3) якщо $ab > 0$, то $a > 0$ і $b > 0$;

4) якщо $ab < 0$, то $a > 0$ і $b < 0$?



1077. Обчисліть:

1) $5 \cdot (-2)^2$;

3) $-(-5)^2$;

2) $-2 \cdot (-3)^3$;

4) $(-2)^3 \cdot (-3)^2$.

1078. На скільки добуток чисел $-4,2$ і $-3,5$ більший:

1) за більше з них;

2) за їх суму?

1079. На скільки добуток чисел $-1,6$ і $2,5$ менший:

1) від меншого з них;

2) від їх суми?

1080. Подайте у вигляді суми двох дробів із чисельником 1 дріб:

- 1) $\frac{5}{6}$; 2) $\frac{7}{12}$; 3) $\frac{9}{20}$; 4) $\frac{4}{9}$; 5) $\frac{1}{2}$.

1081. За місяць завод виготовив продукції на 644 тис. грн., що було на 15% більше, ніж заплановано. На яку суму планували на заводі виготовити продукції?

1082. Виконайте дії:

- 1) $-6\frac{2}{5} \cdot 1\frac{9}{16} + (-2\frac{1}{4})^2$; 2) $(-\frac{5}{12} - \frac{13}{20})^2 \cdot (-1\frac{13}{32})$.

ГОТУЄМОСЬ ДО ВИВЧЕННЯ НОВОЇ ТЕМИ

1083. Обчисліть значення виразу найзручнішим способом:

- 1) $3,18 \cdot 7,8 + 3,18 \cdot 2,2$; 2) $2\frac{7}{15} \cdot \frac{4}{9} + 2\frac{7}{15} \cdot \frac{5}{9}$.

1084. Розкрийте дужки:

- 1) $8(a + 4)$; 2) $3(b + 1)$.

1085. Спростіть вираз:

- 1) $5m + 7m$; 2) $6n + 3n + n$.

Понови в пам'яті зміст пункту 16 на с. 281.

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ



1086. Чотири хлопчики змагалися з кількох (більше одного) видів спорту. У кожному з видів спорту за одне й те саме місце нараховувалась однакова кількість балів (виражених натуральним числом), причому кожне з місць (1, 2, 3, 4) міг зайняти тільки один з учасників. Наприкінці цих змагань виявилось, що хлопчики здобули 16, 14, 13 і 12 балів відповідно. З'ясуйте, у скількох видах спорту вони змагались.

38. РОЗПОДІЛЬНА ВЛАСТИВІСТЬ МНОЖЕННЯ

Для будь-яких раціональних чисел a , b і c справедлива рівність:

$$a(b + c) = ab + ac \text{ — розподільна властивість множення}$$

Наприклад,

$$-3(2a + 5b) = -3 \cdot 2a + (-3) \cdot 5b = -6a - 15b;$$

$$x(2 - y) = x(2 + (-y)) = 2x + (-xy) = 2x - xy.$$

У результаті застосування розподільної властивості отримали вирази, які не містять дужок. Тому такі перетворення виразів називають **розкриттям дужок**.

Розподільну властивість можна застосовувати і тоді, коли кількість доданків у дужках більша, ніж два.

Наприклад,

$$2(x - y + b) = 2x - 2y + 2b;$$

$$-3(a - b - c + d) = -3a + 3b + 3c - 3d;$$

$$-1 \cdot (x - y + z - t) = -x + y - z + t.$$

Проте запис $-1 \cdot (x - y + z - t)$ не є вживаним. Замість множника -1 , який стоїть перед дужкою, зазвичай пишуть знак « $-$ », тобто $-1 \cdot (x - y + z - t) = -(x - y + z - t)$. Тоді можна записати

$$-(x - y + z - t) = -x + y - z + t.$$

Якщо перед дужками стоїть знак « $-$ », то при розкритті дужок треба опустити цей знак, а всі знаки, які стоять перед доданками, змінити на протилежні.

Розглянемо вираз $a + 1 \cdot (b - c + d)$. Маємо:

$$a + 1 \cdot (b - c + d) = a + b - c + d.$$

Однак запис $a + 1 \cdot (b - c + d)$ не є вживаним. Зазвичай пишуть $a + (b - c + d) = a + b - c + d$.

Якщо перед дужками стоїть знак « $+$ », то при розкритті дужок треба опустити цей знак, а всі знаки, які стоять перед доданками, залишити без змін.

Розподільну властивість множення можна застосувати і в такому вигляді:

$$ab + ac = a(b + c).$$

Заміну виразу $ab + ac$ на вираз $a(b + c)$ називають **винесенням спільного множника за дужки**.

Наприклад,

$$7 \cdot 9 - 5 \cdot 9 = 9(7 - 5) = 18;$$

$$3x - 3y = 3(x - y);$$

$$5a + 5 = 5a + 5 \cdot 1 = 5(a + 1).$$

Розглянемо вираз $7a - 9a + 5a$. Він складається з трьох доданків $7a$, $-9a$, $5a$, які мають однакову буквену частину. Такі доданки називають **подібними**.

У виразі, що розглядається, винесемо спільний множник a за дужки:

$$7a - 9a + 5a = a(7 - 9 + 5) = a \cdot 3 = 3a.$$

Отже, ми спростили вираз $7a - 9a + 5a$, замінивши його на вираз $3a$. Таку заміну називають зведенням подібних доданків.

Щоб звести подібні доданки, треба додати їх коефіцієнти і отриманий результат помножити на спільну буквену частину.



1. Як записують у буквеному вигляді розподільну властивість множення?
2. Сформулюйте правило розкриття дужок, перед якими стоїть знак «-».
3. Сформулюйте правило розкриття дужок, перед якими стоїть знак «+».
4. Які доданки називають подібними?
5. Що треба зробити, щоб звести подібні доданки?

1087.° Чи правильно застосовано розподільну властивість множення:

- 1) $-3(4 + 8) = -12 - 24$;
- 2) $(-5 - 6) \cdot 7 = -35 - 42$;
- 3) $(m - n) \cdot (-2) = -2m - 2n$;
- 4) $-5(p - k + 9) = 5p + 5k - 45$;
- 5) $-(0,2 + c) = -0,2 + c$;
- 6) $-(-a - b) = a - b$?

У разі негативної відповіді вкажіть, у чому полягає помилка.

1088.° Розкрийте дужки:

- 1) $2(a + 3b - 7c)$;
- 2) $0,4(1,3x - 0,5y - 1,3)$;
- 3) $(a - 4d + 3p) \cdot (-0,8)$;
- 4) $-0,4a(-4b + 3p - 1,1c)$;
- 5) $-m(-k + 29n - 38,9)$;
- 6) $(0,1 + 0,3x - 2y) \cdot (-10a)$.

1089.° Розкрийте дужки:

- 1) $-3(4 + 5m - 6n)$;
- 2) $-0,2(-14t + z - 25y)$;
- 3) $(-3,1x + 7,8y - 9,6) \cdot 0,1$;
- 4) $(0,7x - 0,6y + 0,5z) \cdot (-1,5p)$.

1090.° Розкрийте дужки і знайдіть значення виразу:

- 1) $12,14 - (3,5 + 6,14)$;
- 2) $2,67 - (8,04 - 7,33)$;

- 3) $4,3 + (9,2 - 4,3 + 3,8)$;
4) $(3,98 - 7,36) - (5,98 - 10,36)$.

1091.° Розкрийте дужки і знайдіть значення виразу:

- 1) $9,38 - (-10 + 5,38)$;
2) $-8,76 - (-3,25 - 10,76)$;
3) $-6,19 + (-1,5 + 5,19)$;
4) $-(-21,4 + 12,7) + (-20,4 + 12,7)$.

1092.° Розкрийте дужки і спростіть вираз:

- 1) $m - (n + m)$; 3) $(x + 3,2) - (x + 6,4)$;
2) $x + (-x + y)$; 4) $-(m - 4,7 + n) - (10,3 - m)$.

1093.° Розкрийте дужки і спростіть вираз:

- 1) $-(a - b) - b$; 3) $-(2,7 - a) + (-a + 1,8)$;
2) $-c + (c - d)$; 4) $-(-6,2 + a + b) - (a - b + 10,9)$.

1094.° Запишіть суму двох виразів і спростіть її:

- 1) $-8 - a$ і $a + 23$; 3) $p - m + k$ і $-p + m + k$;
2) $1,3 + m$ і $-4 - m$; 4) $3,7 - 2,6 + 4,2$ і $-12,5 + 2,6 - 4,2$.

1095.° Запишіть різницю двох виразів і спростіть її:

- 1) $-8,4 + a$ і $a + 14,9$; 3) $m - n$ і $-n + m - p$;
2) $42 - b$ і $-b + 36,4$; 4) $-2,2 + 4,9 - c$ і $4,9 - c - 1,3$.

1096.° Зведіть подібні доданки:

- 1) $7x - 18x + 25x - 6x$;
2) $-0,3b - 1,4b + 3,1b + 0,7b$;
3) $11a - 16b - 18a + 9b$;
4) $-0,8k + 0,9p - 1,7k + 0,5k + 1,4p$.

1097.° Зведіть подібні доданки:

- 1) $-4a + 12a + 13a - 27a$;
2) $4,2x - 4,8x - 6,3x - 2,4x$;
3) $-17x + 19y - 15y + 13x$;
4) $0,9n - 0,8m - 0,7m + 3,5n - 1,9n$.

1098.° Розкрийте дужки і зведіть подібні доданки:

- 1) $3(5a + 4) - 11a$;
2) $-0,2(4b - 7) + 1,4b$;
3) $3a(7 - b) - 7(b - 3a)$;
4) $-4(2k - 9) - 3(6k + 1)$;
5) $(3x - 11) \cdot 0,2 - 5(0,4 - 0,3x)$;
6) $\frac{1}{6}(18m - 24n) - (5m + 2n)$;
7) $-3,5(3a - 2b) + 2(1,3a - b)$;

8) $0,5(0,7y - 0,3) - 0,7(0,5y + 0,4)$;

9) $-(8a - 13) + 3(4 - 3a)$.

1099.° Розкрийте дужки і зведіть подібні доданки:

1) $-4x - 8(9 - 2x)$;

2) $\frac{1}{3}(12 - 2,1y) + 0,3y$;

3) $6(3x - 2) + 4(5x - 1)$;

4) $-7(3 - 4c) + 14(0,5 + 2c)$;

5) $-6(0,8a - 0,1b) + (3a - 7b) \cdot (-0,2)$;

6) $-0,3(0,3c + 0,4d) + 0,4(0,2c - 0,1d)$;

7) $3(2,1x - y) - 2,8(2x - 3y)$;

8) $0,4(8t + 7) - 1,6(2t - 3)$;

9) $7(0,4x - 0,3) + (0,8 - 0,5x)$.

1100.° Винесіть за дужки спільний множник:

1) $5a + 5b$;

4) $12a - 6b + 18c$;

2) $ax - bx$;

5) $0,3ab + 1,3ac - a$;

3) $-6a + 6b - 6$;

6) $9m - 6n + 12k - 15$.

1101.° Винесіть за дужки спільний множник:

1) $3c - 3d$;

3) $7a - 7b - 7c$;

2) $mx - my$;

4) $-12x - 8y + 20$.

1102.° Візьміть у дужки два останніх доданки, поставивши перед дужками знак «+»:

1) $-5 + 6 + 10 - 94$;

3) $-3,4 + p - k - 7,4$;

2) $a - b - c + d$;

4) $x - 2,4 + y + 3,6$.

1103.° Візьміть у дужки два останніх доданки, поставивши перед дужками знак «-»:

1) $10 - 13 + 17 - 14$;

3) $-2,5 + x - y + 1,6$;

2) $a - b - c + d$;

4) $-a + b - c - d + m$.

1104.° Запишіть вираз, значення якого є протилежним до значення даного виразу при будь-якому значенні a :

1) $a - 8$;

2) $a + 8$;

3) $-a + 8$;

4) $-a - 8$.

1105.° Розкрийте дужки:

1) $-12\left(\frac{5}{6}a - \frac{1}{4}b + \frac{7}{24}c - \frac{1}{12}\right)$;

2) $\left(16a + 8b - \frac{5}{9}c - \frac{4}{9}d\right) \cdot \left(-\frac{9}{32}n\right)$;

3) $-\frac{4}{15}bc\left(-45a - 30d + 3\frac{3}{4}m - \frac{3}{8}\right)$;

4) $(-3,6ab + 20a - b - 100) \cdot (-5xy)$.

1106. Розкрийте дужки:

1) $\frac{3}{7}b(-14t - \frac{7}{9}y + 2\frac{1}{3}c)$;

2) $-1,2xy(5m - 6c + \frac{1}{6}t - \frac{5}{6})$;

3) $0,3mn(1,5 - 6bc + 7b - 10c)$.

1107. Обчисліть найзручнішим способом:

1) $6,72 \cdot (-2\frac{1}{3}) + 3,72 \cdot 2\frac{1}{3}$;

2) $-7,2 \cdot 2\frac{2}{15} - 7,2 \cdot 3\frac{7}{15} - 7,2 \cdot (-4\frac{4}{15})$;

3) $-3\frac{9}{14} \cdot 0,3 - 0,3 \cdot (-1\frac{10}{21}) + 0,3 \cdot 1\frac{1}{6}$.

1108. Обчисліть найзручнішим способом:

1) $-32,3 \cdot 7\frac{10}{13} + 2\frac{3}{13} \cdot (-32,3)$;

2) $1,6 \cdot (-5,3) - 2,4 \cdot (-5,3) - 4\frac{4}{5} \cdot 5,3$;

3) $-5,6 \cdot 4\frac{2}{3} + 6\frac{47}{48} \cdot 5,6 + 2\frac{5}{16} \cdot (-5,6)$.

1109. Зведіть подібні доданки:

1) $-\frac{1}{6}x + \frac{1}{4}y + \frac{1}{9}x - \frac{1}{2}y$;

2) $\frac{3}{7}a - \frac{2}{15}b - \frac{5}{14}a + \frac{7}{30}b$;

3) $-\frac{15}{16}m + \frac{7}{12}n + \frac{5}{12}m - \frac{3}{8}p - \frac{5}{8}n - \frac{1}{4}p$;

4) $\frac{7}{18}b - \frac{13}{28}c - \frac{5}{14}c - \frac{23}{36}b + \frac{4}{7}c + \frac{4}{9}b$.

1110. Спростіть вираз і знайдіть його значення:

1) $0,8y + 0,5y - 0,9y - 0,7y$, якщо $y = -1,8$;

2) $20a - 15b - 10a + 6b$, якщо $a = -0,3$, $b = 0,7$;

3) $a \cdot (-2,4) + 3,2a - (-4,8)$, якщо $a = -0,2$;

4) $6,2 \cdot b - b \cdot (-7,3) - (-4,5) \cdot (-b)$, якщо $b = -1,4$.

1111. Спростіть вираз і знайдіть його значення:

1) $-0,6x - 1,2x + 3,2x - 5,6x$, якщо $x = 3,5$;

2) $-2,7x + 3,6y + 4,5x - 5,8y$, якщо $x = -1\frac{1}{9}$, $y = -\frac{4}{11}$.

1112. Розкрийте дужки і зведіть подібні доданки:

1) $\frac{2}{3}(-\frac{3}{8}x + 6) - \frac{3}{7}(28 - \frac{7}{12}x)$;

2) $-\frac{2}{9}(2,7x - 1\frac{1}{2}y) - 1\frac{1}{6}(2,4x - 1\frac{5}{7}y)$.

1113. Знайдіть значення виразу:

1) $-6(2a - 7) + 4(5a - 6)$ при $a = -2,5$;

2) $-1,1(2m - 4) - (2 - 3m) - 0,4(1 - m)$ при $m = -4$;

3) $1\frac{1}{9}(3y - 9) - 8\frac{1}{3}(y - 6)$ при $y = 3,6$.

1114. Знайдіть значення виразу:

1) $7(3 - 4b) - 5(3b + 4)$ при $b = -0,2$;

2) $-2(3,1x - 1) + 3(1,2x + 1) - 8(0,3x + 3)$ при $x = 0,8$;

3) $-2\frac{4}{13}(13 - p) + 1\frac{1}{13}(26 - p)$ при $p = 3\frac{1}{4}$.

1115. Винесіть за дужки спільний множник:

1) $6ax - 12a + 9ay$; 3) $-8mn - 6mk - 10m$;

2) $7ab + 14ac - 28a$; 4) $8abc - 24abd - 6ab$.

1116. Винесіть за дужки спільний множник:

1) $-1,2pc - 0,2mc + c$; 3) $-6ax - 30ay - 42az$;

2) $-35ac - 15bc + 20abc$; 4) $9mnp + 45mnk - 27mn$.

1117. Доведіть, що значення виразу не залежить від значення змінної:

1) $4(a - 3) - 3(6 - a) + (20 - 7a)$;

2) $(3m - 7) \cdot 0,6 - 0,8(4m - 5) - (-1,7 - 1,4m)$.

1118. Доведіть, що при будь-якому значенні змінної:

1) вираз $3(5,1k - 2,5) - 0,9(17k + 5)$ набуває від'ємного значення;

2) вираз $-0,2(36x + 15) + 0,6(12x + 7)$ набуває додатного значення.

1119. Доведіть, що при будь-якому цілому значенні n значення виразу:

1) $5(4n - 4,2) - 7(2n - 3)$ кратне 6;

2) $9(3n - 8) + 2(36 - 11n)$ кратне 5.

1120. Знайдіть значення виразу:

1) $m(n - k)$, якщо $k - n = -7$, $m = -4$;

2) $4m - (m + 3n)$, якщо $m - n = -0,8$;

3) $-3a - (8b - 15a)$, якщо $3a - 2b = -0,25$;

4) $6(2x - 3y) - 2(x + y)$, якщо $2y - x = 17,8$;

5) $7a(3b + 4c) - 3a(b + \frac{1}{3}c)$, якщо $a = -3\frac{1}{3}$, $3c + 2b = -1,6$.

1121. Чому дорівнює значення виразу:

1) $5a - (3a - 10b)$, якщо $a + 5b = 1,7$;

2) $-0,9x - (0,6x + 0,5y)$, якщо $3x + y = -0,2$;

3) $2m(n - 4p) + 5mp$, якщо $m = 4$, $3p - 2n = -0,4$?

1122. Запишіть вираз без знака модуля:

1) $|\pi - 3,14|$; 2) $|3 - \pi|$; 3) $|3,142 - \pi|$; 4) $|\pi - 3,15|$.

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ



1123. Знак якої арифметичної дії треба поставити замість зірочки, щоб утворилася правильна рівність:

1) $\frac{6}{7} * 1\frac{1}{6} = 1$;

3) $3 * 2\frac{2}{11} = \frac{9}{11}$;

2) $\frac{2}{9} * \frac{5}{9} = \frac{2}{5}$;

4) $1,2 * \frac{5}{6} = 1$?

1124. Подайте у вигляді різниці двох дробів із чисельником 1 дріб:

1) $\frac{1}{12}$;

2) $\frac{2}{63}$;

3) $\frac{1}{4}$;

4) $\frac{3}{28}$;

5) $\frac{1}{24}$.

1125. До зниження цін стілець коштував 160 грн. Якою стала ціна стільця після двох послідовних знижень, перше з яких було на 5 %, а друге — на 10 %?

1126. З одного міста одночасно в одному напрямі виїхали мотоцикліст і велосипедист. Велосипедист їхав із швидкістю 15 км/год, що становить $\frac{3}{16}$ швидкості мотоцикліста. Якою буде відстань між ними через $1\frac{3}{5}$ год після виїзду?

1127. Однією дорогою в протилежних напрямках рухаються вершник із швидкістю 14 км/год та пішохід із швидкістю 4 км/год. Якою буде відстань між ними через 15 хв, якщо зараз між ними 3 км? Скільки розв'язків має задача?

1128. У рибному магазині в непрозорому акваріумі плаває 10 коропів і 8 судаків. Покупець бажає придбати 3 коропи і 2 судаки. Яку найменшу кількість риб доведеться виловити продавцю, щоб виконати замовлення покупця?

ГОТУЄМОСЬ ДО ВИВЧЕННЯ НОВОЇ ТЕМИ

1129. Використовуючи дію множення, перевірте, чи правильно виконано ділення:

1) $0,12 : 0,3 = 0,4$;

2) $1\frac{1}{3} : 1\frac{7}{9} = \frac{3}{4}$.

Понови в пам'яті зміст пункту 18 на с. 282.

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ



1130. Населення України становить майже 48 мільйонів чоловік. Доведіть, що є такий день у році, у який свій день народження святкують понад 130 000 українців.

39. ДІЛЕННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

Як і у випадку з додатними числами, часткою двох раціональних чисел a і b ($b \neq 0$) будемо називати таке раціональне число x , добуток якого з числом b дорівнює числу a , тобто рівність $a : b = x$ справедлива, якщо справедлива рівність $b \cdot x = a$.

Наприклад,

$$8 : (-2) = -4, \text{ оскільки } -2 \cdot (-4) = 8;$$

$$-12 : 4 = -3, \text{ оскільки } 4 \cdot (-3) = -12;$$

$$-26 : (-2) = 13, \text{ оскільки } -2 \cdot 13 = -26;$$

$$-0,16 : (-0,4) = 0,4, \text{ оскільки } -0,4 \cdot 0,4 = -0,16;$$

$$\frac{1}{3} : \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{1}{2}, \text{ оскільки } -\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{3};$$

$$0 : \left(-7\frac{9}{14}\right) = 0, \text{ оскільки } -7\frac{9}{14} \cdot 0 = 0;$$

$$-2,5 : (-2,5) = 1, \text{ оскільки } -2,5 \cdot 1 = -2,5.$$

Тепер можна дійти таких висновків:

щоб поділити два числа з різними знаками, треба модуль діленого поділити на модуль дільника і перед отриманим числом поставити знак «-»;

щоб поділити два від'ємних числа, треба модуль діленого поділити на модуль дільника.

Очевидно, що для будь-якого раціонального числа a

$$a : 1 = a$$

Якщо $a \neq 0$, то

$$a : a = 1, 0 : a = 0$$

На нуль ділити не можна.

? 1. Як поділити два числа з різними знаками?

2. Як поділити два від'ємних числа?

3. Чому дорівнює частка будь-якого числа і одиниці? двох рівних чисел, що не дорівнюють нулю? двох протилежних чисел?

1131.° Заповніть таблицю:

a	12	-12	-12	25	-40	-9	-8	0
b	-3	3	-3	-5	-8	-9	8	-6
$a : b$								

1132.° Виконайте ділення:

1) $24 : (-8)$; 5) $-2 : 8$; 9) $22 : \left(-\frac{11}{17}\right)$;

2) $-72 : (-6)$; 6) $-1 : 25$; 10) $-\frac{14}{15} : 21$;

3) $-11,34 : (-42)$; 7) $-0,72 : (-0,8)$; 11) $\frac{19}{25} : \left(-7\frac{3}{5}\right)$;

4) $17 : (-5)$; 8) $-\frac{6}{35} : \frac{18}{25}$; 12) $-1\frac{5}{9} : 2\frac{13}{18}$.

1133.° Виконайте ділення:

1) $-36 : 9$; 5) $-21 : (-14)$; 9) $-12 : \left(-\frac{6}{7}\right)$;

2) $-45 : (-5)$; 6) $6 : (-12)$; 10) $-\frac{3}{4} : (-5)$;

3) $-78,2 : (-34)$; 7) $-8,4 : 0,07$; 11) $-1\frac{8}{27} : \left(-1\frac{5}{9}\right)$;

4) $-13 : 2$; 8) $\frac{3}{14} : \left(-\frac{2}{21}\right)$; 12) $-3\frac{3}{26} : \left(-2\frac{10}{13}\right)$.

1134.° Розв'яжіть рівняння:

1) $9x = -54$; 5) $2\frac{1}{7}x = -1\frac{11}{14}$;

2) $1,2x = -6$; 6) $-3,78 : x = -0,6$;

3) $13x = -6$; 7) $x : \left(-1\frac{3}{13}\right) = -0,26$;

4) $-21x = 48$; 8) $18 : (-x) = 0,6$.

1135.° Розв'яжіть рівняння:

1) $-5x = 30$; 3) $-7x = 4$;

2) $-0,8x = -5,6$; 4) $-6x = -8$;

$$5) \frac{2}{3}x = -\frac{3}{8}; \quad 7) -\frac{32}{63} : x = \frac{8}{21};$$

$$6) 40,5 : x = -9; \quad 8) x : \frac{2}{7} = -1,4.$$

1136.° Які з дробів $-\frac{a}{b}$; $\frac{-a}{b}$; $\frac{a}{-b}$; $-\frac{a}{-b}$; $\frac{a}{b}$ рівні?

1137.° Виконайте дії:

$$1) 3,2 : (-8) + (-4,8) : (-6);$$

$$2) 2,1 \cdot (-4) - 7,8 : (-6);$$

$$3) 14,4 : (-0,18) - 8,5 : (6,3 - 8).$$

1138.° Виконайте дії:

$$1) -5,4 : 0,6 + 9,6 : (-0,8);$$

$$2) -3,5 \cdot 6 - 0,8 : (-0,16);$$

$$3) -21,6 : (-0,12) + 9,6 : (8,9 - 11,3).$$

1139.° Знайдіть значення виразу:

$$1) \left(-\frac{4}{15} + \frac{5}{9}\right) : \left(-\frac{26}{45}\right);$$

$$3) \left(-3\frac{3}{10} - 1\frac{8}{15}\right) : \left(-1\frac{2}{27}\right);$$

$$2) -12 : \left(-2\frac{1}{13}\right) + 1\frac{1}{4} : \left(-\frac{15}{46}\right);$$

$$4) \left(\frac{9}{20} - \frac{7}{8}\right) : \left(-\frac{7}{45} - \frac{2}{9}\right).$$

1140.° Обчисліть:

$$1) \left(-\frac{3}{14} - \frac{8}{21}\right) : \frac{20}{21};$$

$$3) \left(-4\frac{1}{12} + 3\frac{9}{10}\right) : 3\frac{3}{10};$$

$$2) \frac{3}{8} : \left(-\frac{5}{8}\right) - \left(-2\frac{1}{4}\right) : \left(-1\frac{4}{11}\right);$$

$$4) \left(\frac{11}{14} - \frac{5}{6}\right) : \left(\frac{11}{14} - \frac{3}{4}\right).$$

1141.° Розв'яжіть рівняння:

$$1) |x| : (-1,2) = -4;$$

$$2) -0,72 : |x| = -0,9.$$

1142.° Розв'яжіть рівняння:

$$1) -3y - 9y + 5y = 2,1;$$

$$2) -2,4m + 3,8m + 1,2m = -0,052;$$

$$3) -\frac{3}{7}a + \frac{5}{6}a - \frac{8}{21}a = -\frac{1}{49};$$

$$4) -8\frac{7}{16}c + 10\frac{19}{24}c - 3\frac{3}{8}c = -3\frac{1}{16};$$

$$5) 2,3x - (-7,2) \cdot x + x \cdot (-1,5) = -2,4;$$

$$6) 3,4y + y \cdot (-8,1) - (-2,2) \cdot y = -10.$$

1143.° Розв'яжіть рівняння:

$$1) -7x + 4x - 8x = -9,9; \quad 3) \frac{1}{8}x - \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}x = -\frac{5}{18};$$

$$2) 0,6y - 1,9y - 0,5y = 0,54; \quad 4) -9\frac{5}{6}b + 2\frac{3}{4}b + 1\frac{5}{12}b = 1\frac{7}{27}.$$

1144.° Виконайте дії:

$$1) -84 : 2,1 - 4,64 : (-5,8) - 6 : 24 + 1,4 : (-0,28);$$

$$2) (-32,64 : 0,8 + 4,324 : (-0,46)) \cdot 1,5 + 28,16.$$

1145. Обчисліть:

1) $2,46 : (-4,1) - 15 : 0,25 - 40 : (-25) + (-14,4) : (-0,32)$;

2) $(-12,16 : (-0,4) + 4,62 : (-0,3)) \cdot (-2,4) - 93,7$.

1146. Знайдіть значення виразу:

1) $(2\frac{13}{48} - (-2\frac{5}{12})) : (-3\frac{3}{4}) + 9\frac{3}{4} : (-13)$;

2) $(1\frac{2}{3} - 3,6) : (-2\frac{7}{9} + 4\frac{1}{15}) \cdot (-2,6)$.

1147. Виконайте дії:

1) $(-2\frac{5}{9} + 1\frac{20}{21}) : 1\frac{8}{49} - 1\frac{7}{9} : (-6)$;

2) $(5\frac{5}{9} - 6,8) : (2\frac{13}{30} - 2\frac{1}{12}) \cdot 3,6$.

1148. При яких значеннях a і b правильна рівність:

1) $a : b = 1$;

2) $a : b = -1$;

3) $a : b = 0$?

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ



1149. Замість зірочок поставте такі цифри, щоб:

1) число $*4*$ ділилося націло на 3 і на 10;

2) число $12*4*$ ділилося націло на 9 і на 5;

3) число $67*$ ділилося націло на 2 і на 3.

Знайдіть усі можливі розв'язки.

1150. Рекс почав наздоганяти злочинця, коли той був на відстані 1,2 км від нього, і схопив його через 3 хв. З якою швидкістю біг пес, якщо злочинець намагався втекти зі швидкістю 0,2 км/хв?

1151. У шафі висіли сорочки, з яких $\frac{1}{3}$ були білого кольору, а 5 сорочок — чорного. Скільки всього сорочок було в шафі, якщо 50 % з них були ні білими, ні чорними?

1152. Учні шостого класу підготували концертну програму з 6 номерів. Скільки варіантів програми концерту можна скласти?

1153. Маса кавуна на 1 кг 200 г більша за 60 % його маси. Яка маса кавуна?

1154. У сім'ї Петренків дев'ятеро дітей і двоє батьків. Середній вік усіх дітей становить 6 років, а середній вік усіх членів родини — 12 років. Який середній вік батьків?

ГОТУЄМОСЬ ДО ВИВЧЕННЯ НОВОЇ ТЕМИ

1155. Чи є коренем рівняння $4(x + 6) = x + 9$ число:
1) -3 ; 2) 0 ; 3) 2 ; 4) -5 ?
1156. Чи є коренем рівняння $x^2 = 2x + 3$ число:
1) 3 ; 2) -2 ; 3) -1 ; 4) 4 ?
1157. Які з наведених рівнянь мають безліч коренів, а які — не мають коренів:
1) $2x - 1 = 3$; 4) $2x + 2 = 2(x + 1)$;
2) $3x + 2 = 2$; 5) $x + 2 = 3 + x$;
3) $x + 2 = x + 2$; 6) $0 \cdot x = 3$?

Понови в пам'яті зміст пункту 26 на с. 284.

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ



1158. У країні Севентаун сім міст, кожне з яких сполучене шляхами більш ніж з двома містами. Доведіть, що з будь-якого міста можна дістатися до будь-якого іншого (можливо, проїжджаючи через інші міста).

40. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ РІВНЯНЬ

За допомогою правила знаходження невідомого доданка ти можеш легко розв'язувати рівняння виду $x + a = b$, де x — невідоме число, a і b — відомі числа. Маємо: $x = b - a$.

Наприклад, розв'язуючи рівняння $x + 2 = 5$, можна записати $x = 5 - 2$. Звідси $x = 3$.

Так само розв'язується рівняння $x + 5 = 2$:

$$x = 2 - 5;$$

$$x = -3.$$

До речі, не знаючи від'ємних чисел, неможливо знайти корінь цього рівняння.

А як розв'язати, наприклад, рівняння

$$2x - 1 = x + 5?$$

Адже в ньому дві суми, у кожній з яких є невідомий доданок.

У цьому пункті ми навчимося розв'язувати подібні рівняння, застосовуючи новий, досконаліший спосіб розв'язування.

Очевидно, якщо до обох частин рівності додати (від обох частин відняти) одне й те саме число, то знову отримаємо рівність, тобто

$$\text{якщо } a = b, \text{ то } a + c = b + c$$

Подібна властивість притаманна і рівнянню: *якщо до обох частин даного рівняння додати (або від обох частин відняти) одне й те саме число, то отримаємо рівняння, яке має ті самі корені, що й дане.*

Зауважимо, що коли дане рівняння не має коренів, то, додавши до обох його частин одне й те саме число, отримаємо рівняння, яке також не має коренів.

Застосуємо це правило до вже розглянутого рівняння $x + 2 = 5$. До обох його частин додамо число -2 . Отримаємо:

$$\begin{aligned}x + 2 + (-2) &= 5 + (-2); \\x &= 5 - 2.\end{aligned}$$

Ми бачимо, що доданок 2 «перестрибнув» з лівої частини рівняння до правої, змінивши при цьому знак на протилежний.

Якщо який-небудь доданок перенести з однієї частини рівняння до іншої, змінивши при цьому його знак на протилежний, то отримаємо рівняння, яке має ті самі корені, що й дане.

Повернемося до рівняння $2x - 1 = x + 5$.

Перенесемо доданок x з правої частини рівняння в ліву, а доданок -1 — з лівої частини в праву, помінявши знаки цих доданків:

$$\begin{aligned}2x - x &= 5 + 1; \\x &= 6.\end{aligned}$$

Розв'яжемо рівняння $\frac{1}{3}x = 4$. За правилом знаходження невідомого множника запишемо:

$$\begin{aligned}x &= 4 : \frac{1}{3}; \\x &= 12.\end{aligned}$$

Цей результат можна отримати й іншим способом. Помножимо обидві частини даного рівняння на число 3. Отримаємо: $3 \cdot \frac{1}{3}x = 3 \cdot 4$. Звідси $x = 12$.

Якщо обидві частини рівняння помножити (поділити) на одне й те саме відмінне від нуля число, то отримаємо рівняння, яке має ті самі корені, що й дане.

Те, що ділити обидві частини рівняння на 0 не можна — це зрозуміло. Але чому в наведеному правилі заборонено множити на 0?

Пояснимо це на прикладі рівняння $2x = 4$. Очевидно, число 2 — єдиний його корінь. Якщо ж обидві частини цього рівняння помножити на 0, то отримаємо рівняння $0 \cdot 2x = 0 \cdot 4$, коренем якого є будь-яке число. Отже, його корені не збігаються з коренями даного рівняння.

- ?**
1. Яке рівняння отримаємо, якщо до обох частин даного рівняння додамо одне й те саме число?
 2. За яким правилом переносять доданки з однієї частини рівняння в іншу?
 3. Яке рівняння отримаємо, якщо помножимо або поділимо обидві його частини на одне й те саме відмінне від нуля число?

1159.° Розв'яжіть рівняння:

- | | |
|-----------------------------|-------------------------------------------------|
| 1) $7x = -30 + 2x$; | 5) $0,2x + 4,3 = 0,4x - 6,5$; |
| 2) $16 - 18x = -25x - 12$; | 6) $0,6x + 100 = 0,9x + 1$; |
| 3) $-17x + 20 = 7x - 28$; | 7) $-\frac{9}{14}x + 18 = -\frac{2}{3}x + 17$; |
| 4) $20 - 2x = 27 + x$; | 8) $-\frac{8}{15}x - 11 = \frac{4}{9}x + 11$. |

1160.° Чому дорівнює корінь рівняння:

- | | |
|--------------------------|--------------------------------|
| 1) $3x = 28 - x$; | 4) $6x - 19 = -x - 10$; |
| 2) $5x + 12 = 8x + 30$; | 5) $0,7 - 0,2x = 0,3x - 1,8$; |
| 3) $33 + 8x = 5x + 72$; | 6) $0,1x + 9 = 0,2x - 4$? |

1161.° Розв'яжіть рівняння:

- 1) $-6(x + 2) = 4x - 17$;
- 2) $(18x - 19) - (4 - 7x) = -73$;
- 3) $10x + 3(7 - 2x) = 13 + 2x$;
- 4) $-3(4 - 5y) + 2(3 - 6y) = -3,9$.

1162.° Знайдіть корінь рівняння:

- 1) $9(x - 1) = x + 15$;
- 2) $(11x + 14) - (5x - 8) = 25$;
- 3) $12 - 4(x - 3) = 39 - 9x$;
- 4) $2(3x + 5) - 3(4x - 1) = 11,8$.

1163.° Розв'яжіть рівняння:

1) $0,8(4x + 5) = -3,2$; 2) $-2,4(7 - 9y) = -48$.

1164.° Розв'яжіть рівняння:

1) $-7(2 - 3x) = 56$; 2) $(5 + 7a) \cdot 15 = -30$.

1165.° Знайдіть корінь рівняння:

1) $0,3m + 2(0,2m - 0,3) = 0,8 - 0,7(m - 2)$;

2) $0,6 - (1,3x + 1) = 2,8x - 13,52$;

3) $\frac{1}{8}\left(\frac{8}{9}y + 8\right) - \frac{1}{5}\left(\frac{5}{6}y + 1\frac{2}{3}\right) = 2$.

1166.° Розв'яжіть рівняння:

1) $0,4(x - 3) - 1,6 = 5(0,1x - 0,5)$;

2) $1,5(2x - 5) + 2x = 5(0,5x - 1,5) - 10$;

3) $\frac{2}{3}\left(1\frac{1}{2}x + \frac{3}{5}\right) - \frac{4}{5}\left(\frac{5}{12}x - \frac{1}{2}\right) = 1\frac{3}{5}$.

1167.° Чому дорівнює корінь рівняння:

1) $-9(6x + 1) = -45(2x + 2,6)$;

2) $0,6(2x + 1) = -1,8(3x - 4)$?

1168.° Розв'яжіть рівняння:

1) $-1,4(x - 6) = 7(4x + 1,2)$;

2) $2,6(0,4x - 1,4) = -3,9(1,2x - 0,9)$.

1169.° Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{x + 0,4}{8} = \frac{0,7 - x}{3}$; 2) $\frac{5}{6} = \frac{5x + 6}{2x + 3,2}$.

1170.° Чому дорівнює корінь рівняння:

1) $\frac{x - 8}{x + 2} = \frac{7}{3}$; 2) $\frac{4}{x - 1,2} = \frac{15}{x - 10}$?

1171.° Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{x}{12} - \frac{x}{8} = \frac{7}{6}$; 2) $\frac{13x}{21} + \frac{9x}{14} = -1$; 3) $-\frac{3x}{10} - \frac{7}{15} = \frac{x}{6}$.

1172.° Знайдіть корінь рівняння:

1) $\frac{x}{3} + \frac{x}{12} = \frac{15}{4}$; 2) $\frac{7x}{9} - \frac{3x}{4} = \frac{5}{12}$; 3) $1 - \frac{8x}{15} = \frac{4x}{9}$.

1173.° При якому значенні змінної:

1) значення виразу $5x - 0,4(7x - 9)$ дорівнює 2,94;

2) вирази $0,4(6 - 4y)$ і $0,5(7 - 3y) - 1,9$ набувають рівних значень;

3) значення виразу $-3(2,1x - 4) - 1,6$ на 2,6 більше за значення виразу $1,2(0,5 - 5x)$;

4) значення виразу $a + 8$ у 7 разів менше від значення виразу $90 - 3a$?

- 1174.*** При якому значенні змінної:
- 1) значення виразу $2,5x + 3(0,5x - 1,8)$ дорівнює $-3,8$;
 - 2) вирази $7 - 2x$ і $9x - 8(x + 1)$ набувають рівних значень;
 - 3) значення виразу $3(m + 1,4) - 6,4$ на $0,7$ менше від значення виразу $8m - 15(m - 1,1)$;
 - 4) значення виразу $5n - 1$ у 6 разів більше за значення виразу $2n - 13$?
- 1175.*** При якому значенні a рівняння:
- 1) $5ax = 14 - x$ має корінь, що дорівнює числу 4 ;
 - 2) $(2a + 1)x = -6a + 2x - 13$ має корінь, що дорівнює числу -1 ?
- 1176.*** При якому значенні a рівняння:
- 1) $4ax = 84$ має корінь, що дорівнює числу -3 ;
 - 2) $(a - 7)x = 6 + 5a$ має корінь, що дорівнює числу 1 ?
- 1177.*** Розв'яжіть рівняння:
- 1) $3(6x - 1) = 2(9x + 1) - 10$;
 - 2) $1,4(2 - 5x) = 15 - (7x + 12,2)$.
- 1178.*** Розв'яжіть рівняння:
- 1) $20 - 4x = 8(3x + 2,5) - 28x$;
 - 2) $4x + 9 = 5(2x - 7) - 6x$.
- 1179.*** При яких значеннях a не має коренів рівняння:
- 1) $ax = 1$;
 - 2) $(a - 2)x = 3$?
- 1180.*** Знайдіть усі цілі значення a , при яких є цілим числом корінь рівняння:
- 1) $ax = -14$;
 - 2) $(a - 2)x = 12$.
- 1181.*** Знайдіть усі цілі значення m , при яких є натуральним числом корінь рівняння:
- 1) $mx = 20$;
 - 2) $(m + 3)x = -18$.

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ

- 1182.** Скільки відсотків число 4 становить від числа, оберненого до нього?
- 1183.** Скільки відсотків число 5 становить від числа, яке є його квадратом?
- 1184.** Вартість шафи знизили на 12% , після чого вона стала коштувати 704 грн. Якою була початкова вартість шафи?
- 1185.** Деяке число спочатку збільшили на 10% , а потім зменшили результат на 10% . Установіть, отримане число більше чи менше від початкового і на скільки відсотків.



1186. На столі стояла коробка з цукерками. Євген узяв по ловину цукерок, а Катруся — третину решти, після чого в коробці залишилося 6 цукерок. Скільки цукерок було в коробці спочатку?
1187. З 6 дівчат і 3 хлопчиків треба вибрати одного учня для чергування в шкільній їдальні. Яка ймовірність того, що черговим буде хлопчик?
1188. Двоцифрове число, перша цифра якого 5, поділили на одноцифрове і отримали остачу 8. Знайдіть ділене і дільник.

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ



1189. У шаховій дошці розміром 8×8 клітинок вирізали крайню ліву верхню і крайню праву нижню клітинки. Чи можна решту дошки замостити кісточками доміно, покриваючи однією кісточкою рівно дві клітинки дошки?

41. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ЗА ДОПОМОГОЮ РІВНЯНЬ

Приклад 1. У трьох шостих класах вчиться 101 учень. Кількість учнів 6-Б класу становить $\frac{6}{7}$ від кількості учнів 6-А класу, кількість учнів 6-В класу — 120 % від кількості учнів 6-Б. Скільки учнів у кожному класі? .

Нехай у 6-А класі вчиться x учнів, тоді в 6-Б класі — $\frac{6}{7}x$ учнів, а в 6-В класі, враховуючи, що $120\% = 1,2$, вчать-ся $\frac{6}{7}x \cdot 1,2 = \frac{6}{7}x \cdot \frac{6}{5} = \frac{36}{35}x$ (учнів). Оскільки в шостих класах всього 101 учень, то складемо рівняння:

$$x + \frac{6}{7}x + \frac{36}{35}x = 101.$$

Тоді

$$\left(x + \frac{6}{7}x + \frac{36}{35}x\right) \cdot 35 = 101 \cdot 35;$$

$$35x + 35 \cdot \frac{6}{7}x + 35 \cdot \frac{36}{35}x = 3535;$$

$$35x + 30x + 36x = 3535;$$

$$101x = 3535;$$

$$x = 35.$$

Отже, в 6-А класі вчатьсЯ 35 учнів, у 6-Б — $35 \cdot \frac{6}{7} = 30$ (учнів),
у 6-В — $30 \cdot 1,2 = 36$ (учнів).

Відповідь: 35 учнів, 30 учнів, 36 учнів.

Приклад 2. На двох полицях було порівну книжок. Після того як з першої полиці взяли 8 книжок, а з другої — 24 книжки, то на першій полиці залишилось у 3 рази більше книжок, ніж на другій. Скільки книжок було на кожній полиці спочатку?

Нехай на кожній полиці спочатку було по x книжок. Потім на першій стало $(x - 8)$ книжок, а на другій — $(x - 24)$ книжки. Оскільки за умовою значення виразу $x - 8$ у 3 рази більше, ніж значення виразу $x - 24$, то $x - 8 = 3(x - 24)$. Тоді

$$x - 8 = 3x - 72;$$

$$x - 3x = -72 + 8;$$

$$-2x = -64;$$

$$x = 32.$$

Відповідь: 32 книжки.

Приклад 3. Визначте, через скільки років вік батька стане втричі більшим, ніж вік його сина, якщо в цьому році батькові виповнюється 32 роки, а сину — 12.

Нехай батько стане втричі старшим за свого сина через x років. Тоді сину буде $(12 + x)$ років, а батькові — $(32 + x)$ років, що в 3 рази більше, ніж сину. Отримуємо рівняння:

$$3(12 + x) = 32 + x;$$

$$36 + 3x = 32 + x;$$

$$3x - x = 32 - 36;$$

$$2x = -4;$$

$$x = -2.$$

На перший погляд ця відповідь видається досить дивною, але якщо підрахувати вік батька і вік сина через «мінус 2 роки», то отримаємо 30 років і 10 років. Тоді зрозуміло, що потрібне співвідношення віку батька і віку сина було 2 роки тому.

1190. Лис Микита та стрий його, Борсук Бабай, наловили 215 окунців, причому Микита спіймав у 4 рази більше, ніж Бабай. Скільки окунців спіймав кожен з них?

- 1191.**° Буратіно заплатив за щоденник і підручник «Арифметика» 96 сольдо, причому щоденник коштував у 5 разів менше, ніж підручник. Скільки сольдо заплатив Буратіно за щоденник і скільки за підручник?
- 1192.**° 1) Моркви виростили в 3 рази менше, ніж капусти. Скільки виростили кілограмів капусти, якщо відомо, що її було на 42 кг більше, ніж моркви?
2) Під час походу туристи пройшли пішки у 8 разів більше, ніж пропливли по озеру. Скільки кілометрів становить довжина всього маршруту, якщо по озеру туристи пропливли на 35 км менше, ніж пройшли пішки?
- 1193.**° 1) Незнайко з'їв на сніданок у 7 разів менше вареників, ніж Пончик. Скільки вареників з'їв кожен з них, якщо Пончик з'їв на 48 вареників більше, ніж Незнайко?
2) Заготовили липовий та гречаний мед, причому липового меду було в 9 разів більше, ніж гречаного. Скільки всього меду заготовили, якщо гречаного було на 56 кг менше, ніж липового?
- 1194.**° За перше півріччя Петрик і Василько отримали разом 43 оцінки «12» з математики, причому Петрик отримав таких оцінок на 9 більше, ніж Василько. Скільки оцінок «12» отримав кожен хлопчик?
- 1195.**° Галинка і Марічка зібрали 24,6 кг полуниць, причому Галинка зібрала на 4,8 кг менше, ніж Марічка. Скільки кілограмів полуниць зібрала кожна дівчинка?



- 1196.**° Периметр прямокутника дорівнює 12,8 см, а одна з його сторін на 2,4 см менша від другої. Знайдіть площу прямокутника.

- 1197.**° Одна із сторін прямокутника в 15 разів більша за другу, а його периметр дорівнює 19,2 см. Знайдіть площу прямокутника.
- 1198.**° На виготовлення мечів для Іллі Муромця, Альоші Поповича та Добрині Никитича пішло 250 пудів заліза. Меч Іллі Муромця у 2 рази важчий за меч Альоші Поповича, а меч Добрині Никитича — на 14 пудів важчий за меч Альоші Поповича. Скільки пудів заліза пішло на меч Іллі Муромця?
- 1199.**° Сумарна маса фрекен Бок, Карлсона і Малюка дорівнює 174 кг. Маса Малюка в 4 рази менша від маси фрекен Бок і на 30 кг менша від маси Карлсона. Знайдіть масу кожного з них.
- 1200.**° Периметр трикутника дорівнює 166 см. Одна з його сторін у 5 разів більша за другу, яка на 68 см менша від третьої. Обчисліть довжини сторін трикутника.
- 1201.**° Одна сторона трикутника в 7 разів менша від другої і на 66 см менша від третьої. Знайдіть сторони трикутника, якщо його периметр дорівнює 174 см.
- 1202.**° Кілограм апельсинів дорожчий за кілограм яблук на 3,2 грн. За 5 кг апельсинів заплатили стільки, скільки за 9 кг яблук. Скільки коштує 1 кг апельсинів? 1 кг яблук?
- 1203.**° За 6 кг мармеладу заплатили стільки, скільки за 3,6 кг шоколадних цукерок. Яка ціна кожного виду цукерок, якщо 1 кг мармеладу дешевший від 1 кг шоколадних цукерок на 5 грн.?
- 1204.**° Дід Панас засолив 122 кг капусти у 7 великих і 4 маленьких діжках. Скільки кілограмів капусти входило в кожену діжку, якщо у великій діжці було на 8 кг капусти більше, ніж у маленькій?
- 1205.**° Фермер продав на базарі 8 кг сала і 15 кг копченого м'яса за 592 грн. Скільки коштував 1 кг сала і скільки 1 кг копченого м'яса, якщо сало дешевше від м'яса на 18 грн.?
- 1206.**° Пішохід подолав відстань між двома селищами за 7 год, а вершник — за 3 год. Знайдіть швидкості пішохода та вершника, якщо швидкість пішохода на 5,6 км/год менша від швидкості вершника.

- 1207.**° Для перевезення школярів до спортивного табору потрібно було 12 автобусів малої місткості або 5 автобусів підвищеної місткості. Скільки школярів треба було перевезти, якщо у великому автобусі на 35 місць більше, ніж у малому?
- 1208.**° Гриць-школяр та Федько-халамидник збирали гриби. Гриць зібрав у 5 разів більше грибів, ніж Федько. У лісі вони зустріли бабу Палажку та діда Панаса. Гриць подарував бабі Палажці 19 грибів, а Федько отримав від діда Панаса 29 грибів. Після цього грибів у хлопчиків стало порівну. Скільки грибів знайшов кожний хлопчик?
- 1209.**° Білочки Руденька і Жовтенька збирали горіхи, причому Руденька збрала у 8 разів менше горіхів, ніж Жовтенька. Тоді Жовтенька віддала Руденькій 42 своїх горіхи, після чого горіхів у білочок стало порівну. Скільки горіхів збрала кожна білочка?
- 1210.**° За три дні яхта капітана Врунгеля пододала 222 км, причому за другий день вона пододала $\frac{7}{8}$ відстані, пройденої за перший день, а за третій — 90 % того, що за перший. Скільки кілометрів проходила яхта кожного дня?
- 1211.**° Четверо робітників виготовили 152 деталі. Другий робітник виготовив $\frac{5}{6}$ кількості деталей, виготовлених першим, третій — 90 % того, що виготовив другий, а четвертий — на 8 деталей менше, ніж третій. Скільки деталей виготовив кожний робітник?
- 1212.**° Аладдін купив вершкове морозиво по 12 драхм за порцію і шоколадне — по 18 драхм. Скільки порцій кожного виду морозива придбав Аладдін, якщо всього він купив 24 порції, заплативши за всю покупку 372 драхми?
- 1213.**° Карлсон купив 16 тістечок по 10 крон і по 16 крон, заплативши всього 202 крони. Скільки тістечок кожного виду купив Карлсон?
- 1214.**° Двом школам виділили на ремонт однакову суму грошей. Коли для першої школи придбали будівельні матеріали вартістю 20 000 грн., а для другої — вартістю 12 000 грн., то в розпорядженні другої школи

залишилось грошей у 9 разів більше, ніж у першої. Скільки гривень було виділено кожній школі?

- 1215.** У дві цистерни для поливу городу налили однакову кількість води. Коли з першої цистерни використали 47 л води, а з другої — 23 л, то в першій залишилось у 3 рази менше води, ніж у другій. Скільки літрів води було в кожній цистерні спочатку?
- 1216.** У Петрика було в 5 разів більше грошей, ніж у Оленки. Коли Петрик купив книжку за 27 грн., а Оленка — ляльку за 8 грн., то в Оленки залишилося на 33 грн. менше, ніж у Петрика. Скільки грошей було в кожного з них спочатку?
- 1217.** В одній діжці було в 4 рази більше меду, ніж у другій. Коли з першої діжки взяли 210 кг меду, а з другої — 10 кг, то в другій залишилося на 20 кг більше, ніж у першій. Скільки кілограмів меду було в кожній діжці спочатку?
- 1218.** З одного міста до другого виїхала машина зі швидкістю 65 км/год, а через 2 год після цього з другого міста назустріч їй виїхала інша машина зі швидкістю 75 км/год. Знайдіть час, який була в дорозі кожна машина до моменту зустрічі, якщо відстань між містами дорівнює 690 км.
- 1219.** Із села в напрямку міста виїхав мотоцикліст зі швидкістю 80 км/год. Через 3 год з міста до села виїхав велосипедист зі швидкістю 18 км/год. Скільки годин їхав до зустрічі кожен з них, якщо відстань між містом і селом дорівнює 436 км?
- 1220.** В одному баці було 140 л води, а в другому — 108 л. Баки одночасно відкрили. З першого бака щохвилини витікає 5 л води, а з другого — 6 л. Через скільки хвилин у другому баці залишиться у 2,5 рази менше води, ніж у першому?
- 1221.** Віталію треба розв'язати 95 задач, а Мишкові — 60. Віталій щодня розв'язує 7 задач, а Мишко — 6. Через скільки днів у Віталія залишиться вдвічі більше нерозв'язаних задач, ніж у Мишка, якщо вони почали розв'язувати задачі в один і той самий день?

- 1222.** Човен плив 1,4 год за течією річки і 1,7 год проти течії. Шлях, який проплив човен за течією, виявився на 2,2 км меншим від шляху, який він проплив проти течії. Знайдіть швидкість течії, якщо швидкість човна в стоячій воді становить 28 км/год.
- 1223.** Туристи на байдарці пливли 2,4 год за течією річки і 1,8 год проти течії. Шлях, який байдарка пропливла за течією, був на 14,1 км більшим, ніж шлях, пройдений проти течії. Знайдіть швидкість байдарки в стоячій воді, якщо швидкість течії дорівнює 2,5 км/год.
- 1224.** Готуючись до екзамену, учень планував щодня розв'язувати 12 задач. Проте він розв'язував щодня на 4 задачі більше і вже за 3 дні до екзамену йому залишилося розв'язати 8 задач. Скільки днів планував учень готуватися до екзамену?
- 1225.** Майстер планував щодня виготовляти по 24 деталі, щоб виконати замовлення вчасно. Але оскільки він виготовляв щодня на 15 деталей більше, то вже за 6 днів до кінця терміну роботи він виготовив 21 деталь понад план. Скільки днів мав працювати майстер над замовленням?
- 1226.** В одній цистерні було 900 л води, а в іншій — 700 л. Коли з другої цистерни вилили води вдвічі більше, ніж з першої, то в першій залишилося води втричі більше, ніж у другій. Скільки літрів води вилили з кожної цистерни?
- 1227.** В одному ящику було 60 кг цукерок, а в другому — 100 кг. Коли з другого ящика продали в 4 рази більше цукерок, ніж з першого, то в першому залишилося у 2 рази більше цукерок, ніж у другому. Скільки кілограмів цукерок продали з кожного ящика?
- 1228.** Щохвилини в одну діжку з крана наливалось 3 л води, а в другу з іншого крана — 2 л. О 12 год у першій діжці було 21 л води, а в другій — 54 л. З'ясуйте, о котрій годині в першій діжці було в 4 рази менше води, ніж у другій.

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ

1229. Знайдіть:

1) суму квадратів чисел $-0,8$ і $0,6$;



2) квадрат суми чисел $-0,5$ і $-1,2$;

3) суму кубів чисел -2 і 3 ;

4) куб суми чисел -2 і 3 .

1230. Олесь і Тарас здають екзамен з математики. Оскільки вони обидва дуже захоплюються нею, то напевне отримають оцінку або 12 , або 11 , або 10 . Скільки існує варіантів пар оцінок, отриманих ними на екзамені?

1231. У школі шість шостих класів. У 6-Б класі учнів на одного більше, ніж у 6-А, у 6-В — на одного більше, ніж у 6-Б, і так далі. Укажіть, яким з наступних чисел обов'язково буде загальна кількість шестикласників:

1) простим числом;

2) парним числом;

3) непарним числом.

1232. У двоцифровому числі закреслили одну цифру, і воно зменшилось у 31 раз. Яку цифру і в якому числі закреслили?

1233. Знайдіть значення виразу:

$$1) \left(-2,04 : \frac{1}{25} - 3,61 : \left(-\frac{19}{40} \right) \right) : \left(-2\frac{4}{5} \right) + 0,6 : (-0,9);$$

$$2) \left(7,7 : \left(-\frac{11}{40} \right) - 3,8 : \left(-\frac{1}{20} \right) \right) \cdot \left(-\frac{5}{16} \right) - 0,4 : (-0,36).$$

ГОТУЄМОСЬ ДО ВИВЧЕННЯ НОВОЇ ТЕМИ

1234. З вершини B розгорнутого кута ABC провели промінь BK так, що $\angle ABK = 108^\circ$. Промінь BD — бісектриса кута CBK . Обчисліть градусну міру кута DBK .

Понови в пам'яті зміст пункту 30 на с. 286.

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ

1235. Чи існують 1005 натуральних чисел (не обов'язково різних), сума яких дорівнює їх добутку?



42. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІ ПРЯМІ

Зобразимо розгорнутий кут AOB і проведемо його бісектрису OC (рис. 90).

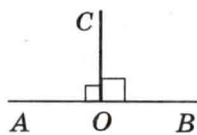


Рис. 90

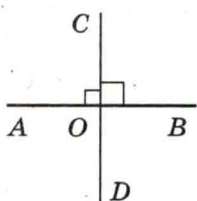


Рис. 91

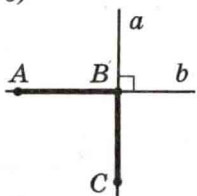
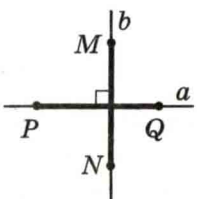
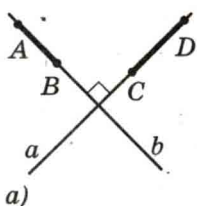


Рис. 92

Оскільки градусна міра розгорнутого кута дорівнює 180° , то $\angle AOC + \angle COB = 180^\circ$.

Враховуючи, що кути AOC і COB рівні, маємо: $\angle AOC = \angle COB = 90^\circ$.

Якщо промінь OC на рис. 90 добудувати до прямої CD , то отримаємо рис. 91. Оскільки $\angle COD$ — розгорнутий, а $\angle AOC$ — прямий, то $\angle AOD$ — також прямий. Аналогічно можна показати, що $\angle DOB$ є прямим.

Отже, при перетині прямих AB і CD утворилося чотири прямих кути.

Дві прями, при перетині яких утворюються прями кути, називають перпендикулярними прямими.

Те, що прями AB і CD , зображені на рис. 91, перпендикулярні, записують так:

$$AB \perp CD \text{ або } CD \perp AB.$$

Якщо перпендикулярні прями позначити буквами a і b , то можна записати $a \perp b$ (читають: «пряма a перпендикулярна до прямої b » або «прямі a і b перпендикулярні»).

На рис. 92 зображено пари відрізків, які лежать на перпендикулярних прямих a і b . Такі відрізки також називають перпендикулярними.

Перпендикулярними бувають також: два промені (рис. 93), промінь і відрізок (рис. 94), промінь і пряма (рис. 95), відрізок і пряма.

Перпендикулярні прями можна побудувати за допомогою косинця (рис. 96) або транспортира (рис. 97).

За допомогою косинця можна також через дану точку M провести пряму, перпендикулярну до даної прямої a (рис. 98).

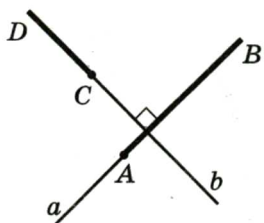


Рис. 93

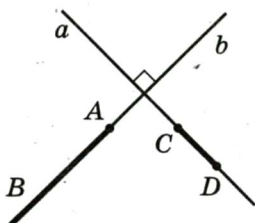


Рис. 94

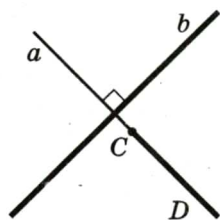


Рис. 95

Звернемо увагу на те, що й раніше тобі були відомі геометричні фігури, елементи яких перпендикулярні. Наприклад, сторони AC і BC прямокутного трикутника ABC перпендикулярні (рис. 99). Будь-які сусідні сторони прямокутника перпендикулярні (рис. 100), будь-які два з трьох ребер прямокутного паралелепіпеда, які виходять з однієї вершини, перпендикулярні (рис. 101).

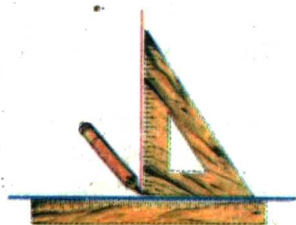


Рис. 96

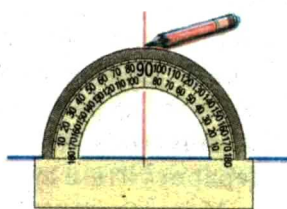
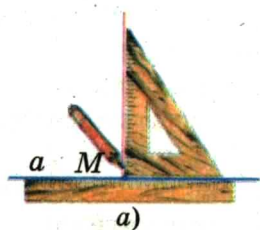
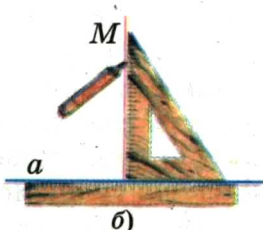


Рис. 97



а)



б)

Рис. 98

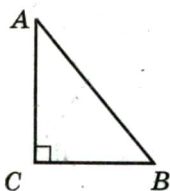


Рис. 99

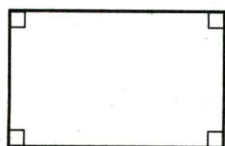


Рис. 100

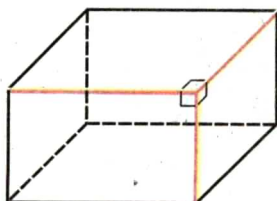


Рис. 101

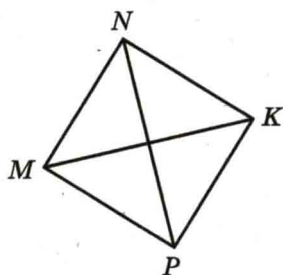


Рис. 102

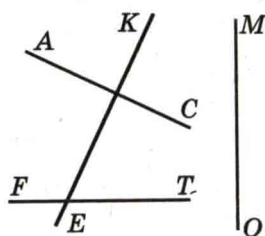


Рис. 103

1. Які дві прямі називають перпендикулярними?
2. Яким символом позначають перпендикулярні прямі?
3. Як читають запис $m \perp n$?
4. Які відрізки називають перпендикулярними?

1236.° На рис. 102 зображено квадрат $MNKP$. Запишіть усі пари перпендикулярних прямих.

1237.° Знайдіть на рис. 103 пари перпендикулярних прямих і запишіть їх.

1238.° Перерисуйте в зошит рис. 104. Проведіть через точку M пряму, перпендикулярну до прямої a .

1239.° Проведіть пряму d і позначте точку M , яка їй не належить. За допомогою косинця проведіть через точку M пряму, перпендикулярну до прямої d .

1240.° Проведіть пряму c і позначте точку K , яка їй належить. Користуючись косинцем, проведіть через точку K пряму, перпендикулярну до прямої c .

1241.° Накресліть прямокутник $ABCD$, сполучіть точки A і C . Проведіть через точку B пряму, перпендикулярну до прямої AC .

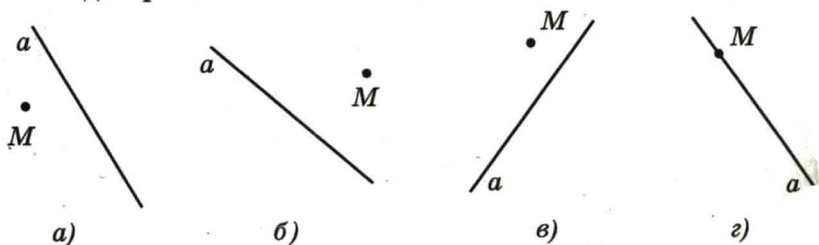


Рис. 104

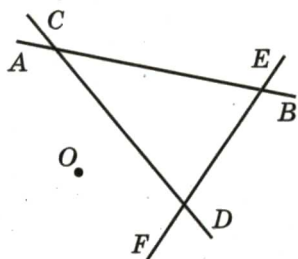


Рис. 105

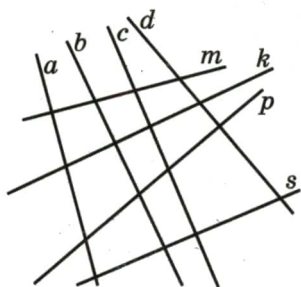


Рис. 106

1242.° Накресліть трикутник: 1) гострокутний; 2) тупокутний; 3) прямокутний. Проведіть через кожну вершину трикутника пряму, перпендикулярну до протилежної сторони.

1243.° Накресліть кут ABK , градусна міра якого дорівнює: 1) 73° ; 2) 146° . Позначте на промені BK точку C і проведіть через неї пряму, перпендикулярну до прямих AB і BK .

1244.° Перерисуйте в зошит рис. 105. Проведіть через точку O прямі, перпендикулярні до прямих AB , CD і EF .

1245.° Накресліть гострокутний трикутник і позначте всередині нього точку. Проведіть через цю точку прямі, перпендикулярні до сторін трикутника.

1246.° Накресліть чотирикутник $ABCD$ так, що:

- 1) $AB \perp AD$;
- 2) $AB \perp AD, AB \perp BC$;
- 3) $AB \perp AD, BC \perp CD$.

1247.° За допомогою косинця визначте, які з прямих, зображених на рис. 106, перпендикулярні.

1248.° Накресліть два перпендикулярних відрізки так, щоб вони: 1) перетинались; 2) не мали спільних точок; 3) мали спільний кінець.

1249.° Накресліть два перпендикулярних промені так, щоб вони: 1) перетинались; 2) не мали спільних точок.

1250.° На рис. 107 $AB \perp CD$, $\angle MOC + \angle BOK = 130^\circ$, $\angle COK = 42^\circ$. Знайдіть: 1) $\angle MOK$; 2) $\angle MOD$.

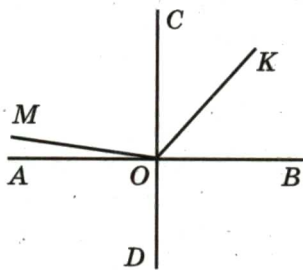


Рис. 107

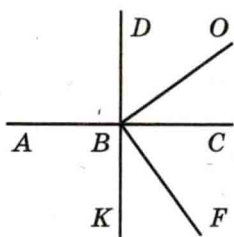


Рис. 108

1251. На рис. 108 $AC \perp DK$, $OB \perp BF$, $\angle DBO = 54^\circ$. Обчисліть градусну міру кута ABF .

1252. Як побудувати перпендикулярні прямі, користуючись шаблоном кута, який дорівнює: 1) 15° ; 2) 18° ?

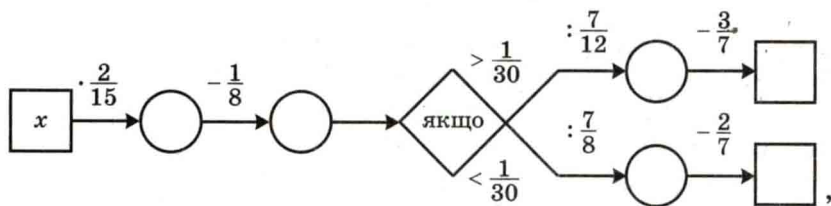
1253. Користуючись косинцем і шаблоном кута 17° , побудуйте кут, градусна міра якого: 1) 5° ; 2) 12° .

1254. Користуючись косинцем і шаблоном кута 20° , побудуйте кут, градусна міра якого 10° .

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ



- 1255.** Сума цифр двоцифрового числа дорівнює 8, число десятків у 3 рази менше, від числа одиниць. Знайдіть це число.
- 1256.** Швидкість течії річки становить 0,09 власної швидкості катера. Знайдіть швидкість катера проти течії річки, якщо швидкість течії дорівнює 1,8 км/год.
- 1257.** Серед учнів шостого класу четверо добре співають, двоє гарно читають вірші, а троє вправно танцюють. Скількома способами зі співака, читця і танцюриста можна організувати концертну бригаду?
- 1258.** Заповніть пропуски в ланцюжку обчислень:



якщо: 1) $x = 1\frac{1}{8}$; 2) $x = 1\frac{1}{4}$.

1259. Сьогодні Василю Івановичу виповнилося 80 років, а його дітям — 34, 36 і 40. Скільки років минуло з того часу, коли вік батька був у 2 рази більший за загальний вік його дітей?

1260. Чи правильно, що $|a| + a = 2a$ при будь-якому значенні a ?

В.

М.

А.



Рис. 109



Рис. 110

1261. Знайдіть значення виразу:

$$\left(6\frac{1}{7} - 5,75\right) \cdot \left(-1\frac{3}{11}\right) + \left(2,75 - 1\frac{5}{6}\right) : \frac{1}{6}.$$

ГОТУЄМОСЬ ДО ВИВЧЕННЯ НОВОЇ ТЕМИ

1262. Через кожну з точок А і В (рис. 109) проведіть пряму, перпендикулярну до прямої а.

1263. Через точку М (рис. 110) проведіть пряму b, перпендикулярну до прямої а, і пряму с, перпендикулярну до прямої b.

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ

1264. Чи існує рівнобедрений трикутник, усередині якого можна розмістити інший рівнобедрений трикутник з такими самими бічними сторонами?



43. ПАРАЛЕЛЬНІ ПРЯМІ

Розглянемо на площині пряму а і точку М, яка не належить цій прямій (рис. 111). Через точку М можна провести безліч прямих. Майже всі вони перетнуть пряму а. І лише одна з них пряму а не перетинатиме (на рис. 112 цю пряму позначено буквою b). У таких випадках кажуть, що прямі а і b паралельні.

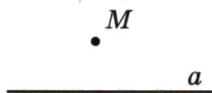


Рис. 111

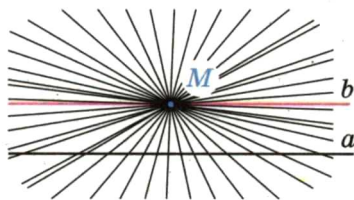


Рис. 112

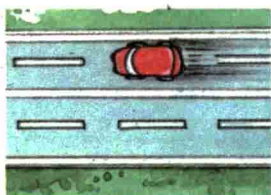


Рис. 113



Рис. 114



Рис. 115

Дві прями на площині, які не перетинаються, називають паралельними.

Якщо прями a і b паралельні, то це записують так: $a \parallel b$ (читають: «пряма a паралельна прямій b » або «прями a і b паралельні»).

З паралельними прямими ми часто зустрічаємося у повсякденному житті. Уявлення про паралельні прями дають лінії шляхової розмітки (рис. 113), рейки на прямолінійній ділянці залізниці (рис. 114), слід, який залишає лижник, рухаючись прямолінійно (рис. 115). Паралельні лінії можна знайти у твоєму зошиті.

З паралельністю ти також зустрічався, коли вивчав прямокутник і прямокутний паралелепіпед. Так, протилежні сторони прямокутника лежать на паралельних прямих (рис. 116), на паралельних прямих лежать, наприклад, пари ребер A_1B_1 і C_1D_1 , AA_1 і CC_1 прямокутного паралелепіпеда (рис. 117).

До речі, прями A_1B_1 і AD також не перетинаються. Проте вони не лежать в одній площині, тому паралельними їх не вважають, а називають **мимобіжними**.

Як і у випадку перпендикулярності, можна говорити про паралельні відрізки і промені. Наприклад, паралельними будемо називати відрізки, які лежать на паралельних прямих. Так, протилежні сторони прямокутника паралельні; у прямокутному паралелепіпеді (рис. 117) паралельними є, наприклад, ребра AB і CD , BB_1 і DD_1 .

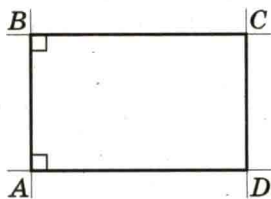


Рис. 116

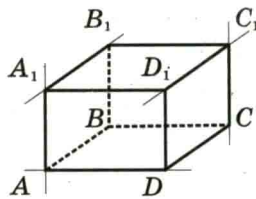


Рис. 117

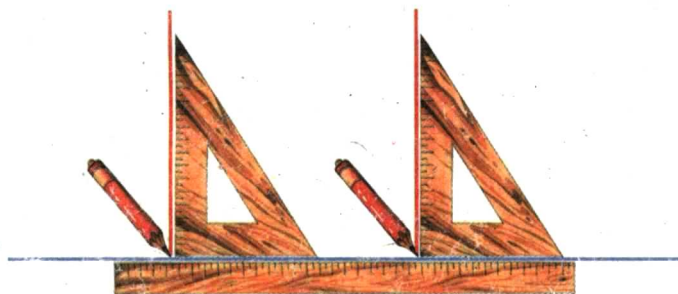


Рис. 118

На рис. 116 кожна з прямих BC і AD перпендикулярна до прямої AB , при цьому $BC \parallel AD$. Це не випадково, оскільки справедлива така властивість:

якщо дві прямі, які лежать в одній площині, перпендикулярні до третьої, то вони паралельні.

Ця властивість дає змогу за допомогою лінійки і косинця будувати паралельні прямі (рис. 118).

1. Яким може бути взаємне розташування двох прямих на площині?
2. Які дві прямі називають паралельними?
3. Яким символом позначають паралельність прямих?
4. Як читають запис $m \parallel n$?
5. Які відрізки називають паралельними?
6. Чи можна вважати два відрізки паралельними, якщо вони лежать в одній площині й не мають спільних точок?
7. Яке взаємне розташування двох прямих, які лежать в одній площині і перпендикулярні до третьої?

1265.° Перерисуйте в зошит рис. 119. Проведіть через кожну з точок A і B пряму, паралельну прямій m .

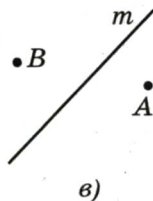
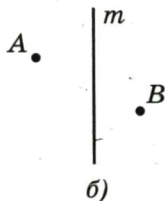
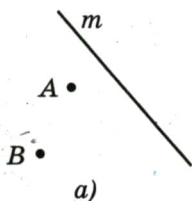
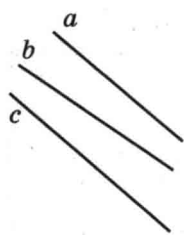
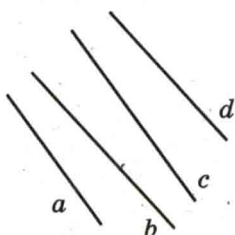


Рис. 119



а)



б)

Рис. 120

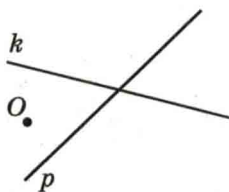


Рис. 121

1266. ° Визначте на око, а потім перевірте за допомогою косинця і лінійки, які з прямих, зображених на рис. 120, паралельні.

1267. ° На рис. 121 зображено дві прямі k і p , що перетинаються, та точку O , яка не належить жодній з них. Проведіть через точку O прямі, паралельні прямим k і p .

1268. ° Накресліть кут MKE , градусна міра якого дорівнює: 1) 58° ; 2) 116° ; 3) 90° . Позначте між сторонами кута точку P і проведіть через цю точку прямі, паралельні сторонам кута.

1269. ° Накресліть трикутник і проведіть через кожну його вершину пряму, паралельну протилежній стороні.

1270. ° Перерисуйте в зошит рис. 122. Проведіть прямі BC , CE , AD , DF , BE і AF . Визначте, які з цих прямих паралельні.

1271. ° Накресліть чотирикутник, у якого:

- 1) дві сторони паралельні, а дві інші — не паралельні;
- 2) протилежні сторони паралельні.

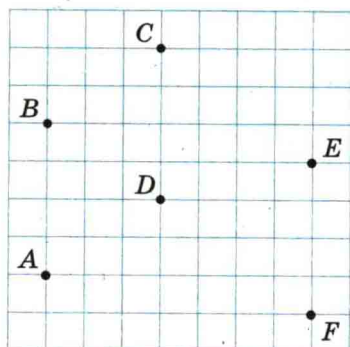


Рис. 122

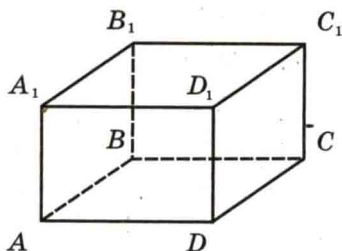


Рис. 123

1272. На рис. 123 зображено прямокутний паралелепіпед. Знайдіть пари:
- 1) паралельних ребер;
 - 2) ребер, що не перетинаються, але не є паралельними.

1273. Накресліть:

- 1) п'ятикутник, дві сторони якого паралельні;
- 2) шестикутник, три пари сторін якого паралельні.

1274. Накресліть шестикутник, дві пари сторін якого паралельні, а дві інші сторони лежать на одній прямій.

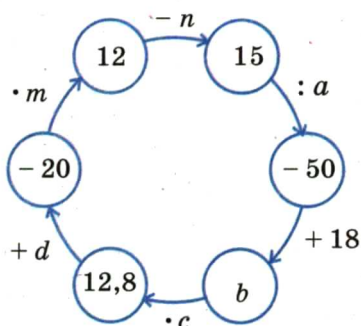
1275. Скільки точок перетину можуть мати три прямі на площині? Зобразіть усі випадки.

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ

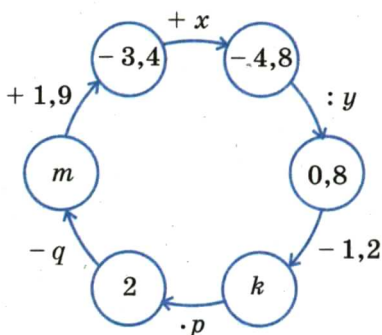


1276. Знайдіть числа, яких не вистачає в ланцюжку обчислень:

1)



2)



1277. Склали однакові великі та однакові маленькі букети троянд. У 2 маленьких і 5 великих букетах було 55 троянд, а в 6 маленьких і 5 великих — 75 троянд. Скільки троянд було в кожному букеті окремо?

1278. При обробці деталі її маса зменшилася з 240 кг до 204 кг. На скільки відсотків зменшилася маса деталі?

1279. Вологість трави становить 80 %, а сіна — 20 %. Скільки кілограмів сіна отримають з 4 т трави?

1280. Знайдіть значення виразу:

$$\left(8,25 \cdot \frac{10}{11} - 10\right) \cdot \left(11\frac{2}{3} : 2\frac{2}{9} - 6,15\right) + 12,7 : \left(-2\frac{1}{2}\right).$$

ГОТУЄМОСЬ ДО ВИВЧЕННЯ НОВОЇ ТЕМИ

1281. Позначте на координатній прямій точку $A(-3)$. Знайдіть на цій прямій точки, віддалені від точки A на 5 одиничних відрізків, та вкажіть їх координати.

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ

1282. Усі мешканці міста A завжди говорять правду, а всі мешканці міста B завжди брешуть. Відомо, що мешканці міста A бувають у місті B і навпаки. Мандрівник потрапив до одного з цих міст, але не знає, до якого. Яке одне запитання він має задати першому зустрічному, щоб з'ясувати, у якому місті він перебуває?



44. КООРДИНАТНА ПЛОЩИНА

Чи можна на координатній прямій знайти точку, якщо відома її координата? Звісно, так. Наприклад, числу $-2,5$ відповідає єдина точка $A(-2,5)$ (рис. 124).

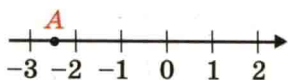


Рис. 124

Проте не будь-який об'єкт удається відшукати, маючи таку обмежену інформацію, як одне-єдине число.

Якщо, наприклад, після літніх канікул ти розлучаєшся зі своїм новим другом і залишаєш йому тільки номер своєї квартири, то він навряд чи зможе тебе відшукати. Досить часто в таких випадках кажуть, що ти залишив недостатньо *координат*.



Так само зрозуміло, що неможливо на географічній карті знайти пункт, якщо вказано тільки його широту. Пригадай, як герої книги Жюль Верна «Діти капітана Гранта» довго і з численними пригодами подорожували в пошуках капітана, бо вони знали лише те, що він знаходиться на 37 паралелі. І навіть місце в залі кінотеатру неможливо знайти лише за номером ряду.

Координати об'єкта — це така інформація, за якою його можна знайти (визначити місцезнаходження) однозначно. Наприклад:

- номери квартири і будинку, назви вулиці й міста (а можливо, й країни) — координати, за допомогою яких твій друг тебе легко знайде;

- широта і довгота — координати пункту на географічній карті;

- номер ряду і номер місця — координати крісла в залі кінотеатру;

- шаховий запис $Ka1$ — координати коня на шаховій дошці (рис. 125).

«Морський бій» — ще одна гра, у якій використовуються координати.

Указати місцезнаходження точки на площині також можна за допомогою координат. Для цього проведемо на площині дві перпендикулярні координатні прямі так, щоб їх початки відліку збігалися (рис. 126). Ці прямі називають **осями координат**, точку O їх перетину — **початком координат**. Горизонтальну вісь називають **віссю абсцис** і позначають буквою x , вертикальну вісь називають **віссю ординат** і позначають буквою y .

Іноколи для спрощення вісь абсцис називають віссю x , а вісь ординат — віссю y . Вони разом утворюють **прямокутну систему координат**. Площину, на якій задано прямокутну систему координат, називають **координатною площиною**.

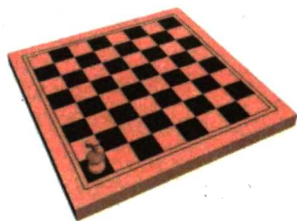


Рис. 125

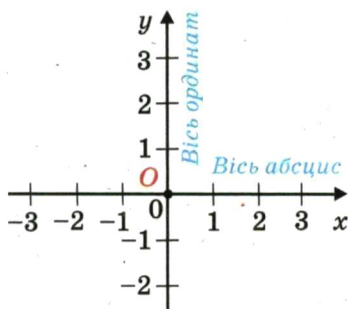


Рис. 126

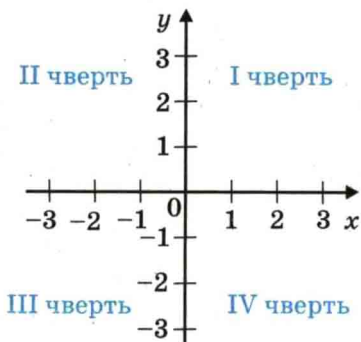


Рис. 127

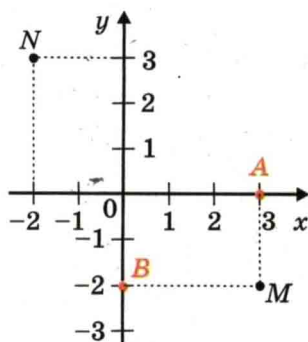


Рис. 128

Координатні осі розбивають площину на чотири частини. Їх називають **координатними чвертями** і нумерують так, як показано на рис. 127.

На координатній площині позначимо точку M (рис. 128). Пряма, що проходить через точку M перпендикулярно до осі абсцис, перетинає її в точці A , а пряма, яка перпендикулярна до осі ординат, перетинає цю вісь у точці B . Точка A на осі x має координату 3, а точка B на осі y — координату -2 .

Число 3 називають **абсцисою** точки M , число -2 — **ординатою** точки M . Числа 3 і -2 однозначно визначають місце точки M на координатній площині. Тому їх називають **координатами** точки M і записують: $M(3; -2)$.

Зазначимо, що, записуючи координати точки, **абсцису завжди ставлять на перше місце, а ординату — на друге**. Якщо числа 3 і -2 поміняти місцями, то отримаємо координати зовсім іншої точки — точки $N(-2; 3)$ (рис. 128).

Які координати має точка O ? Зрозуміло, що $O(0; 0)$.

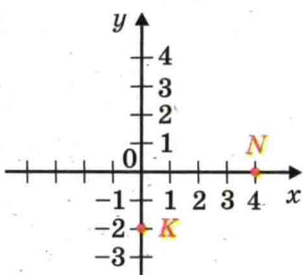


Рис. 129

Зауважимо також, що якщо точка лежить на осі абсцис, то її ордината дорівнює нулю, а якщо точка лежить на осі ординат, то нулю дорівнює її абсциса.

На рис. 129 маємо: $N(4; 0)$, $K(0; -2)$.

1. Як називають дві перпендикулярні координатні прямі, які перетинаються в початку відліку?
2. Як називають площину, на якій задано систему координат?
3. Як називають координатну пряму, яку проводять горизонтально? вертикально?
4. Яку координату точки ставлять на перше місце, а яку — на друге?
5. Де знаходяться точки, абсциси яких дорівнюють нулю?
6. Де знаходяться точки, ординати яких дорівнюють нулю?
7. Які координати має початок координат?

1283.° Знайдіть координати точок $A, B, C, D, E, F, K, M, N$, зображених на рис. 130.

1284.° Знайдіть координати точок $A, B, C, D, E, F, K, M, N$, зображених на рис. 131.

1285.° На координатній площині позначте точки: $A(2; 3), B(4; -5), C(-3; 7), D(-2; 2), K(-2; -2), M(0; 2), N(-3; 0), P(1; -6), F(-4; -2)$.

1286.° На координатній площині позначте точки: $A(5; 1), B(2; -1), C(-7; -1), D(-5; 3), E(1; 0), F(0; -4), S(-1; -3), Q(3; 2), T(-6; 2)$.

1287.° Побудуйте відрізки AB і CD і знайдіть координати точки перетину цих відрізків, якщо $A(-1; -3), B(3; 1), C(0; 4), D(3; -2)$.

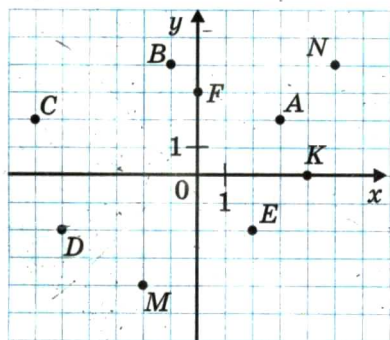


Рис. 130

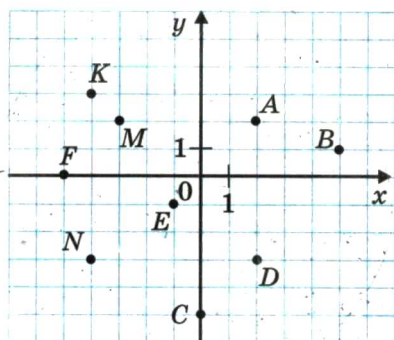


Рис. 131

- 1288.**° Побудуйте відрізки AB і CD і знайдіть координати точки перетину цих відрізків, якщо $A(-5; -2)$, $B(1; 4)$, $C(-3; 2)$, $D(2; -3)$.
- 1289.**° Накресліть на координатній площині трикутник EFK , якщо $E(3; -2)$, $F(-3; 1)$, $K(1; 5)$. Знайдіть координати точок перетину сторони EF з віссю x і сторони FK з віссю y .
- 1290.**° Накресліть на координатній площині чотирикутник $PQRS$, якщо $P(-4; 2)$, $Q(-2; 4)$, $R(4; 1)$, $S(-2; -2)$. Знайдіть координати точок перетину сторони QR з віссю y і сторони PS з віссю x .
- 1291.**° Дано координати трьох вершин прямокутника $ABCD$: $A(-3; -1)$, $B(-3; 3)$ і $D(5; -1)$.
- 1) Накресліть цей прямокутник.
 - 2) Знайдіть координати вершини C .
 - 3) Знайдіть координати точки перетину діагоналей прямокутника.
 - 4) Обчисліть площу і периметр прямокутника, вважаючи, що довжина одиничного відрізка координатних осей дорівнює 1 см.
- 1292.**° На координатній площині проведено лінію (рис. 132).
- 1) Знайдіть ординату точки, що належить цій лінії, абсциса якої дорівнює: $2; -3; -1$.
 - 2) Знайдіть абсцису точки, що належить цій лінії, ордината якої дорівнює: $3; 0; -2$.
- 1293.**° На координатній площині проведено коло (рис. 133).
- 1) Знайдіть ординату точки кола, абсциса якої дорівнює: $5; -4$.

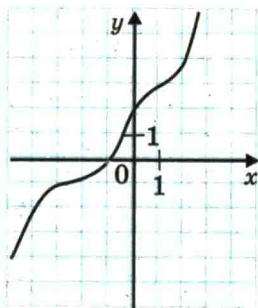


Рис. 132

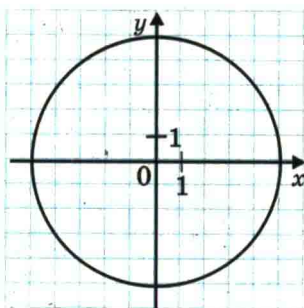


Рис. 133

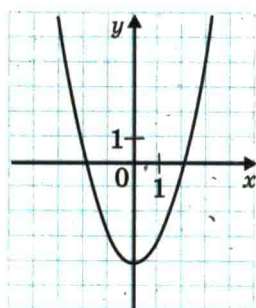


Рис. 134

2) Знайдіть абсцису точки кола, ордината якої дорівнює: -5 ; 3 ; 0 .

1294. На координатній площині проведено лінію (рис. 134).

1) Знайдіть ординату точки, що належить цій лінії, абсциса якої дорівнює: -2 ; 3 ; 1 .

2) Знайдіть абсцису точки, що належить цій лінії, ордината якої дорівнює: -4 ; -3 ; 0 .

1295. Побудуйте коло з центром у точці $M(3; 2)$, яке проходить через точку $K(2; -1)$. Чи належать цьому колу точки: $A(2; 5)$, $B(0; 3)$, $C(1; -1)$, $D(3; -2)$, $E(4; -1)$, $F(5; 0)$?

1296. Побудуйте коло з центром у точці $A(-4; 0)$, яке проходить через початок координат. Скільком одиничним відрізкам дорівнює радіус цього кола? Укажіть координати яких-небудь двох точок, одна з яких належить колу, обмеженому цим колом, а друга знаходиться поза ним.

1297. На координатній площині позначте точки $M(2; 1)$, $A(1; -2)$ і $B(-2; 1)$. Проведіть пряму AB . Через точку M проведіть пряму, паралельну AB , і пряму, перпендикулярну до AB .

1298. У якій чверті лежить точка $A(x; y)$, якщо:

1) $x > 0, y > 0$;

3) $x < 0, y < 0$;

2) $x > 0, y < 0$;

4) $x < 0, y > 0$?

1299. Вище чи нижче від осі x розміщена точка $B(x; y)$, якщо:

1) $y > 0, x$ — довільне число;

2) $y < 0, x$ — довільне число?

1300. Праворуч чи ліворуч від осі y розміщена точка $C(x; y)$, якщо:

1) $x < 0, y$ — довільне число;

2) $x > 0, y$ — довільне число?

1301. З точок $A(2; 4)$, $B(1; -10)$, $C(0; -20)$, $D(-4; -50)$, $E(47; 0)$, $F(0; 7)$, $Q(-1; -1)$, $S(-9; 7)$, $P(-6; 0)$ виберіть точки, що лежать:

1) вище від осі x ;

3) на осі x ;

2) лівіше від осі y ;

4) на осі y .

- 1302.** Накресліть на координатній площині замкнену ламану, послідовними вершинами якої є точки з координатами: $(8; 0)$, $(6; 2)$, $(0; 6)$, $(1; 4)$, $(-1; 4)$, $(-3; 3)$, $(-6; 0)$, $(-8; 0)$, $(-6; -1)$, $(-6; -2,5)$, $(-5; -1)$, $(-1; 1)$, $(0; 1)$, $(3; 0)$, $(2; -1)$, $(5; -1)$, $(6; -2)$, $(7; -2)$, $(9; -3)$, $(8; -1)$. Позначте точку $(7; -1)$. Дельфін радо вітає вас!
- 1303.** Накресліть на координатній площині дві замкнені ламані, послідовними вершинами яких є точки з координатами: $(-5; 3)$, $(-2; 1)$, $(1; 2)$, $(2; 3)$, $(6; 4)$, $(-2; 6)$ і $(-3; 3)$, $(-3; 4)$, $(-2; 5)$, $(-2; 3)$, чотири відрізки з кінцями в точках $(-6; 7)$ і $(-2; 6)$, $(2; 7)$ і $(-2; 6)$, $(5; 3)$ і $(7; 5)$, $(5; 5)$ і $(7; 3)$. Вертоліт до польоту готовий!
- 1304.** "Зобразіть на координатній площині всі точки $(x; y)$ такі, що:
- 1) $x = -3$, y — довільне число;
 - 2) $y = -5$, x — довільне число.
- 1305.** "Зобразіть на координатній площині всі точки $(x; y)$ такі, що:
- 1) $x = 4$, y — довільне число;
 - 2) $y = 2$, x — довільне число.
- 1306.** "Позначте на координатній площині всі точки, у яких:
- 1) абсциса і ордината рівні;
 - 2) абсциса і ордината — протилежні числа.
- 1307.** "Зобразіть на координатній площині всі точки $(x; y)$ такі, що:
- 1) $y = 0$, $x < 3$;
 - 2) $-4 < y < 4$, $x \geq 0$;
 - 3) $|x| \leq 1$, $y \geq 1$;
 - 4) $|x| > 2$, $y < -2$.
- 1308.** "Зобразіть на координатній площині всі точки $(x; y)$ такі, що:
- 1) $x = 0$, $y \geq -3$;
 - 2) $-2 \leq x \leq 3$, y — довільне число;
 - 3) $|y| \leq 2$, x — довільне число;
 - 4) $|x| \leq 3$, $|y| \leq 1$.

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ

- 1309.** Перерисуйте в зошит рис. 135, проведіть через кожну з точок B і M пряму, перпендикулярну до прямої AD , а через точку K — пряму, перпендикулярну до прямої CD .



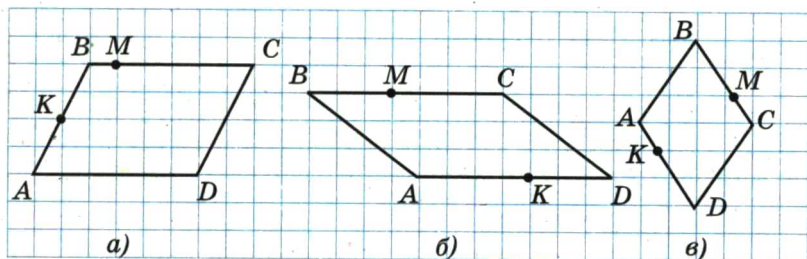


Рис. 135

1310. У понеділок ласунка Наталка купила 12 цукерок і з великим задоволенням з'їла їх. У четвер вона виграла в лотерею суму грошей, яка перевищує витрачену нею в понеділок у $1\frac{1}{3}$ раза. Однак виявилось, що ціна цукерок збільшилась у $1\frac{3}{5}$ раза. Скільки цукерок зможе купити Наталка?
1311. Свіжі яблука містять 75 % води, а сушені — 12 %. Скільки кілограмів сушених яблук вийде з 264 кг свіжих?
1312. Білочка вирішила перевірити свій запас горішків. Коли вона рахувала їх десятками, то не вистачило 2 горішків до цілого числа десятків, а коли почала рахувати дюжинами, то залишилося 8 горішків. Скільки горішків було у білочки, якщо відомо, що їх більше за 300, але менше від 350?
1313. Знайдіть значення виразу:

1) $-\frac{1}{4}m + \frac{n^2}{m}$, якщо $m = -0,8$, $n = 0,4$;

2) $2\frac{1}{14} - \frac{7}{12}a - b : c$, якщо $a = 2\frac{2}{7}$, $b = -3\frac{1}{3}$, $c = -1\frac{2}{3}$.

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ

1314. В одній купці лежить 171 камінець, а в другій — 172 камінці. За один хід дозволяється брати будь-яку кількість камінців, але тільки з однієї купки. Програє той, кому не буде чого брати. Хто виграє при правильній стратегії — той, хто починає, чи інший гравець?



45. ГРАФІКИ

На шкільній метеорологічній станції впродовж доби кожні 3 год вимірювали температуру повітря. У результаті цих вимірювань отримали таку таблицю:

Час доби, год	0	3	6	9	12	15	18	21	24
Температура, °C	-3	-4	-6	-3	1	4	0	-2	-4

У цій таблиці, наприклад, стовпчик

6
-6

 показує, що о 6 год ранку температура повітря була -6°C .

Потім на координатній площині позначили 9 точок з координатами $(0; -3)$, $(3; -4)$, $(6; -6)$, $(9; -3)$, $(12; 1)$, $(15; 4)$, $(18; 0)$, $(21; -2)$, $(24; -4)$ і отримали рис. 136 (кожна точка відповідає певному стовпчику таблиці).

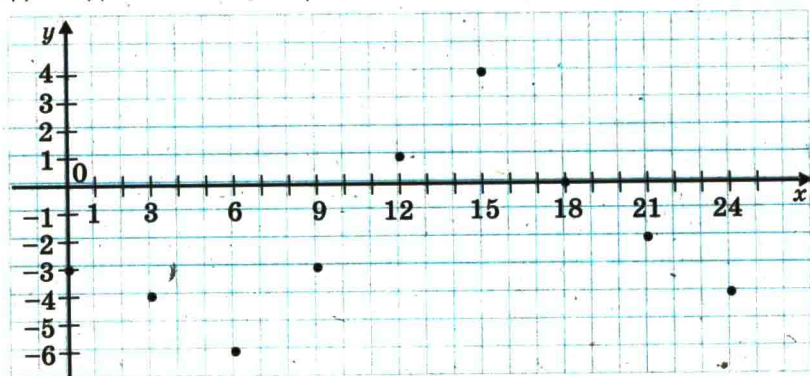


Рис. 136

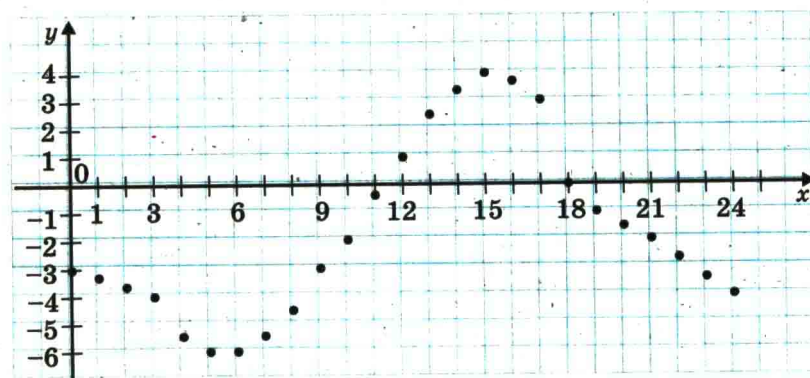


Рис. 137

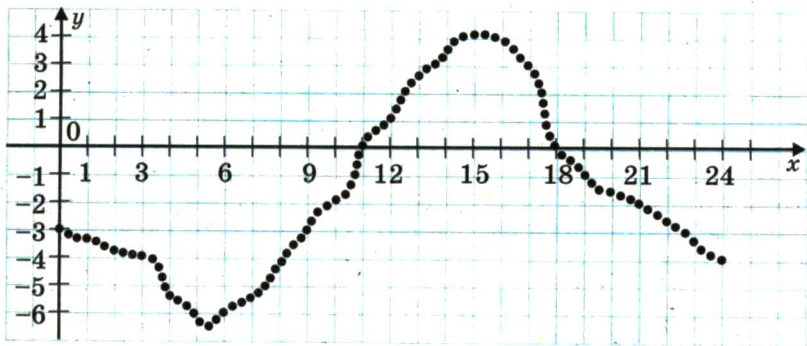


Рис. 138

Абсиси позначених точок відповідають часу вимірювання температури, ординати — результатам цього вимірювання.

Чи можна за допомогою цього рисунка визначити температуру, наприклад, о 7 год, о 10 год, о 17 год, о 22 год? Звісно, ні. Адже для цього вимірювання треба було б проводити щогодини.

Якщо припустити, що такі вимірювання були виконані, то міг виникнути рис. 137.

Однак і цей рисунок не дає інформації про температуру, наприклад, о 12 год 30 хв або о 2 год 45 хв.

Щоб відповісти на подібні запитання, слід проводити вимірювання якомога частіше, тоді точок на координатній площині буде все більше і більше (рис. 138).

Тепер зрозуміло, що якби вдалося вимірювати температуру неперервно, то всі точки утворили б неперервну лінію (рис. 139). Таку лінію називають **графіком температури** або **графіком залежності температури повітря від часу вимірювання**.

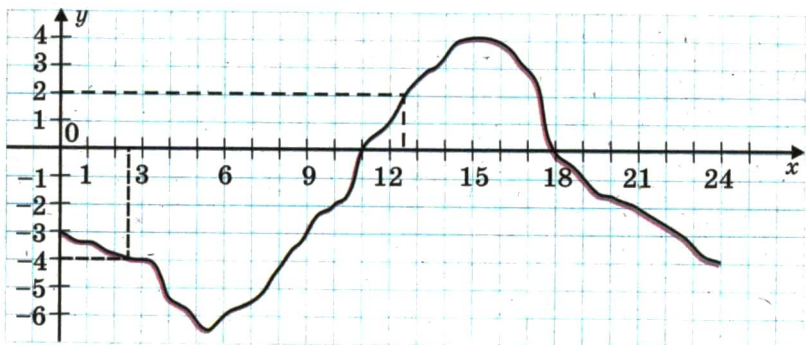


Рис. 139

Цей графік дає багато корисної інформації. За його допомогою можна не лише визначити, що о 12 год 30 хв температура була 2°C , о 2 год 30 хв була -4°C , а й, наприклад, сказати, що з 0 год до 11 год і з 18 год до 24 год температура повітря була нижчою від 0°C , або з 5 год до 15 год температура підвищувалась, а з 0 год до 5 год і з 15 год до 24 год — знижувалась.

Приклад. Побудуйте графік залежності змінної y від змінної x , яка задається формулою $y = 2x$.

Для побудови графіка заповнимо таблицю відповідних значень змінних x і y :

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8

Кожний стовпчик — це координати точки, яка належить графіку.

Позначимо знайдені точки на координатній площині (рис. 140).

Приклавши лінійку, переконаємося, що всі позначені точки лежать на одній прямій. Справді, графіком залежності є пряма, яка проходить через початок координат (рис. 141). Правильність цього факту ви доведете в старших-класах.

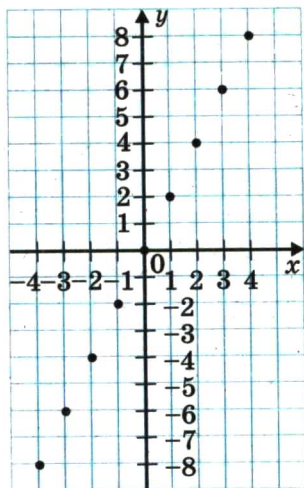


Рис. 140

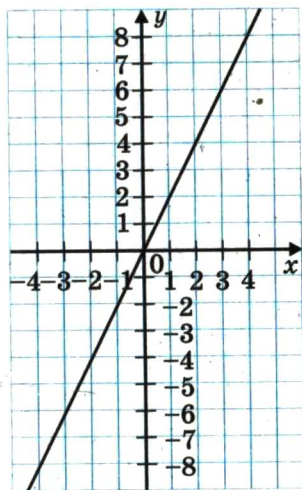


Рис. 141

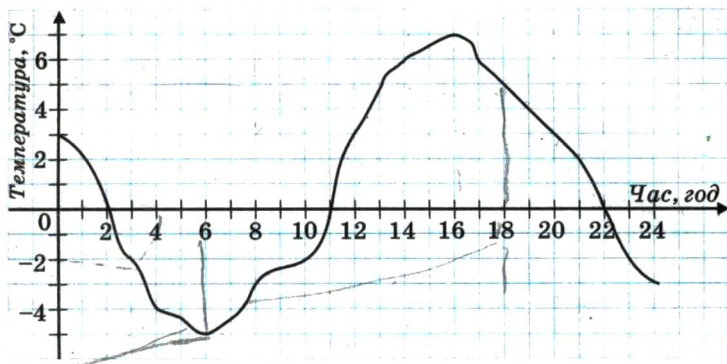


Рис. 142

- 1315.° На рис. 142 зображено графік зміни температури повітря протягом доби. Користуючись цим графіком, установіть:
- 1) якою була температура повітря о 4 год? о 6 год? о 10 год? о 18 год? о 22 год?
 - 2) о котрій годині температура повітря була 5°C ? -2°C ?
 - 3) о котрій годині температура повітря була нульовою?
 - 4) якою була найнижча температура і о котрій годині?
 - 5) якою була найвища температура і о котрій годині?
 - 6) протягом якого проміжку часу температура повітря була нижчою від 0°C ? вищою за 0°C ?
 - 7) протягом якого проміжку часу температура повітря підвищувалась? знижувалась?

- 1316.° На рис. 143 зображено графік зміни температури повітря протягом доби. Користуючись графіком, установіть:

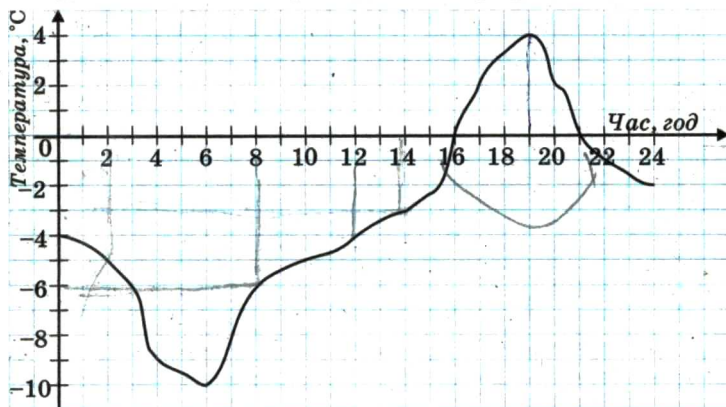


Рис. 143

- 1) якою була температура повітря о 2 год? о 8 год? о 12 год? о 16 год? о 22 год?
- 2) о котрій годині температура повітря була -3°C ? -6°C ? 0°C ?
- 3) якою була найнижча температура і о котрій годині?
- 4) якою була найвища температура і о котрій годині?
- 5) протягом якого проміжку часу температура повітря була нижчою від 0°C ? вищою за 0°C ?
- 6) протягом якого проміжку часу температура повітря підвищувалась? знижувалась?

1317. На рис. 144 зображено графік зміни температури розчину під час хімічного досліду.

- 1) Якою була початкова температура розчину?
- 2) Якою була температура розчину через 30 хв після початку досліду? через півтори години?
- 3) Якою була найвища температура розчину і через скільки хвилин після початку досліду?
- 4) Через скільки хвилин після початку досліду температура розчину була 35°C ?

1318. Мотоцикліст виїхав з дому і через деякий час повернувся назад. На рис. 145 зображено графік зміни відстані від мотоцикліста до дому залежно від часу (*графік руху мотоцикліста*).

- 1) Яку відстань проїхав мотоцикліст за першу годину руху?
- 2) На якій відстані від дому мотоцикліст зупинився на перший відпочинок? на другий відпочинок?
- 3) Скільки часу тривав перший відпочинок? другий відпочинок?

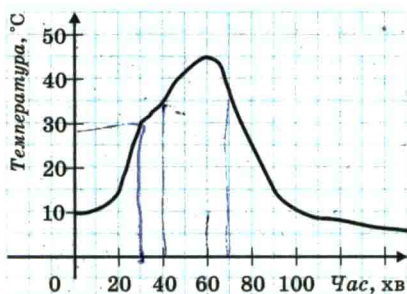


Рис. 144

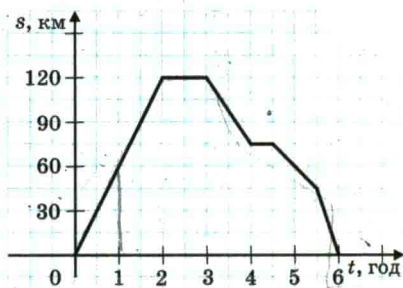


Рис. 145

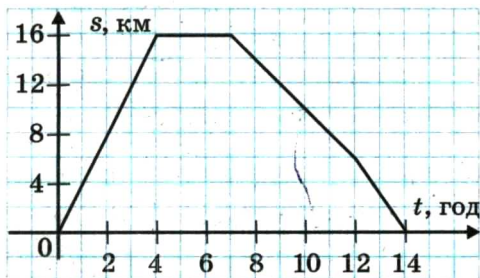


Рис. 146

- 4) На якій відстані від дому був мотоцикліст через 5 год після початку руху?
- 5) З якою швидкістю рухався мотоцикліст останні півгодини?

1319. На рис. 146 зображено графік руху туриста.

- 1) На якій відстані від дому був турист через 10 год після початку руху?
- 2) Скільки часу він витратив на зупинку?
- 3) Через скільки годин після виходу турист був на відстані 8 км від домівки?
- 4) З якою швидкістю йшов турист до зупинки?
- 5) З якою швидкістю йшов турист останні дві години?

1320. У таблиці наведено виміри температури повітря протягом доби через кожну годину. Побудуйте за цими даними графік зміни температури.

Час доби, год	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Температура, °C	2	3	1	0	-2	-3	-5	-4	-2	0	1	4	7
Час доби, год	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
Температура, °C	8	9	7	5	4	3	2	1	0	-2	-3	-6	

Користуючись графіком, знайдіть, протягом якого часу температура підвищувалась і протягом якого часу знижувалась.

1321. Велосипедист виїхав з дому на прогулянку. Спочатку він їхав 2 год зі швидкістю 12 км/год, потім відпочив

годину і повернувся додому зі швидкістю 8 км/год.
Побудуйте графік руху велосипедиста.

1322. Побудуйте графік залежності змінної y від змінної x , яка задається формулою $y = -2x$.

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ



1323. Листоноша Печкін має 3 різних конверти і 4 різні поштові марки. Скільки в нього є варіантів вибору конверта з маркою?

1324. Василько прочитав 24 % сторінок книжки, а потім ще $\frac{7}{15}$ сторінок книжки. Після цього йому залишилося прочитати 44 сторінки. Скільки сторінок у книжці?

1325. Знайдіть значення виразу:

1) $a : b - ab$, якщо $a = -0,5$, $b = \frac{2}{3}$;

2) $\frac{b+c}{b-c}$, якщо $b = \frac{2}{7}$, $c = -\frac{4}{9}$;

3) $\frac{x^2 + y^2}{x - y}$, якщо $x = -0,3$, $y = -0,4$.

ЗАДАЧА ВІД МУДРОЇ СОВИ



1326. У кожному клітинку квадрата розміром 6×6 клітинок записали одне з чисел -1 , 0 , 1 . Чи можуть суми чисел, які записано в кожному рядку, у кожному стовпчику і по двох великих діагоналях, бути різними?

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ КУРСУ 6 КЛАСУ



1327. Знайдіть значення виразу:

$$1) \left(3\frac{1}{4} + 0,25 - 1\frac{5}{24}\right) : \left(2\frac{3}{4} - 4\frac{1}{2} - 0,75\right) : \left(-4\frac{7}{12}\right);$$

$$2) -24,6 : \left(-2,35 + 0,7 : 2\frac{1}{3}\right) - 15,36;$$

$$3) \left(5\frac{5}{28} - 5\frac{1}{3} \cdot 1,25 - 1\frac{16}{21}\right) : (-1,5);$$

$$4) \left(-3\frac{1}{3} \cdot 1,9 + 19,5 : 4\frac{1}{3}\right) : \left(0,16 - \frac{62}{75}\right);$$

$$5) \frac{-2\frac{2}{11} \cdot 4,125 + 1,6 \cdot 3\frac{3}{4}}{9 - 5\frac{5}{6} \cdot 2\frac{4}{7}};$$

$$6) \frac{-2\frac{7}{24} : 1\frac{5}{6} - 1,6 \cdot (-0,3)}{-9,5 : \left(5\frac{7}{10} - 4\frac{12}{35}\right)};$$

$$7) \frac{-0,4 \cdot \left(-6,3 : 3,15 + \frac{5}{6} \cdot 0,9\right)}{-48 - \frac{2}{7} \cdot (-91)};$$

$$8) (-13,6 + 5,1) \cdot 1\frac{3}{17} + \left(2\frac{7}{23} - 1\frac{45}{46}\right) : 1\frac{7}{23}.$$

1328. 1) Знайдіть 40 % від значення виразу:

$$\left(3\frac{1}{3} + 2,5\right) : \left(3\frac{1}{3} - 2,5\right).$$

2) Знайдіть 54 % від значення виразу:

$$\frac{3\frac{1}{3} : 10 + 0,175 : 0,35}{1,75 - 1\frac{11}{17} \cdot \frac{51}{56}}.$$

1329. 1) Знайдіть число, 28 % якого дорівнюють значенню

$$\text{виразу } \left(3\frac{7}{12} - 2\frac{11}{18} + 2\frac{1}{24}\right) \cdot 1\frac{5}{31}.$$

2) Знайдіть число, 35 % якого дорівнюють значенню

$$\text{виразу } \frac{0,5 : 1\frac{1}{4} + 1\frac{2}{5} : 1\frac{4}{7} - \frac{3}{11}}{\left(1,5 + \frac{1}{4}\right) : 2\frac{13}{32}}.$$

1330. 1) Знайдіть, скільки відсотків значення виразу

$$\left(8\frac{7}{12} - 5\frac{19}{36}\right) \cdot 1\frac{4}{5} \text{ становить від значення виразу} \\ \left(39,375 - 5\frac{5}{8}\right) : 2\frac{5}{11}.$$

2) Знайдіть, скільки відсотків значення виразу

$$-0,75 : \left(-1\frac{1}{4} : 3 + \frac{1}{6}\right) \text{ становить від значення виразу} \\ \frac{17,5 : 3,5 + 1 : 0,5}{(12,68 - 11,18) \cdot \frac{1}{3}}.$$

1331. Яке з чисел a , b , c і d найменше, якщо:

$$a = \left(5\frac{2}{3} - \left(-2\frac{1}{9}\right)\right) \cdot \left(-1\frac{7}{20}\right); \quad c = \left(-6\frac{5}{12} - \left(-7\frac{3}{16}\right)\right) \cdot (-4,8); \\ b = \left(-2\frac{2}{5} - 1\frac{1}{3}\right) : \left(-1\frac{1}{20}\right); \quad d = \left(7\frac{1}{6} + \left(-8\frac{3}{8}\right)\right) \cdot \left(-2\frac{2}{29}\right)?$$

Укажіть числа, обернені та протилежні до числа a , b , c і d .

1332. Яке з чисел $|a|$, $|b|$, $|c|$ і $|d|$ найбільше, якщо:

$$a = (-3,8 - (-4,3)) : \left(-1\frac{1}{3}\right); \quad c = \left(-1\frac{5}{8} - (-2,15)\right) : \left(-2\frac{4}{5}\right); \\ b = \left(5\frac{7}{8} - 6\frac{1}{12}\right) : 1\frac{7}{18}; \quad d = \left(-1\frac{5}{12} - 1\frac{2}{15}\right) \cdot \left(-\frac{5}{17}\right)?$$

1333. Дано числа a і b . За якої умови:

$$1) a + b > a; \quad 2) a + b < a; \quad 3) a + b = a; \quad 4) a + b = 0?$$

1334. Спростіть вираз:

$$1) 0,3(1,2x - 0,5y) - 1,5(0,4x + y); \\ 2) -2,4(2,5a - 1,5b) + 0,5(1,8b + 5,6a); \\ 3) -1,8(3,5m - 5) - 6,5(0,8 - 0,4m); \\ 4) \frac{4}{9}\left(1\frac{1}{2}c - \frac{3}{8}\right) - \left(1\frac{5}{6} - 1\frac{1}{3}c\right); \\ 5) 1,2\left(\frac{5}{6}k + 0,4n\right) - 1,8\left(\frac{5}{9}k - 0,3n\right); \\ 6) \left(\frac{1}{6}a + 6,5\right) - \left(2\frac{7}{9}a + 3\frac{1}{3}\right); \\ 7) \frac{3}{7}(0,56x - 4,9y) - \frac{6}{13}(0,52x - 3,9y); \\ 8) 6\left(\frac{1}{4}k - \frac{5}{6}\right) - 15\left(0,6 - 2\frac{1}{3}k\right).$$

1335. Спростіть вираз і знайдіть його значення:

$$1) 4(2 - 3m) - (6 - m) - 2(3m + 4), \text{ якщо } m = -0,3; \\ 2) -0,5(1 - 3n) + 4(0,2n - 0,1) - (0,1 - 0,7n), \text{ якщо } n = 0,21; \\ 3) (xy - 2x + 5y) \cdot 3 + 2(2xy + 3x - 6y), \text{ якщо } x = 1\frac{2}{7}, y = -\frac{5}{6};$$

- 4) $(3m - 4n)k - m(6n + 5k) - (nk - 6mn)$, якщо $m = -1$,
 $k = -3,5$, $n = 4$;
- 5) $2a(3 - b) - 3b(a - 2) - 5(ab + a + b)$, якщо $a = 1,5$, $b = -2,6$;
- 6) $-\frac{5}{8}(5,6m - 1,6n) - 7,2\left(-\frac{4}{9}m + 1\frac{7}{18}n\right)$, якщо $m = 10$,
 $n = \frac{5}{18}$;
- 7) $-\frac{3}{7}\left(2,1x + 4\frac{2}{3}y\right) + 2,2\left(-\frac{3}{11}x - \frac{5}{22}y\right)$, якщо $x = -1\frac{1}{3}$,
 $y = 1,2$;
- 8) $\frac{7}{23}\left(3\frac{2}{7}a - 2\frac{4}{21}b\right) - \frac{9}{16}\left(5\frac{1}{3}a - \frac{8}{15}b\right)$, якщо $a = 5,5$, $b = 2\frac{8}{11}$.

1336. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $2,5x = -1$;
- 2) $0,3x = 1$;
- 3) $7x = -3$;
- 4) $-16x = 8$;
- 5) $|x| - 5 = 0$;
- 6) $|x| + 3,2 = 8$;
- 7) $4,1 - |x| = 5$;
- 8) $|3x + 1,8| = 0$;
- 9) $9|x| - 6 = 0$;
- 10) $\frac{8}{x} = \frac{6}{5}$;
- 11) $\frac{7}{4} = \frac{x}{2}$;
- 12) $\frac{x+3}{12} = \frac{4}{3}$;
- 13) $7x = x + 25$;
- 14) $0,4x - 6 = 0,6x - 9$;
- 15) $3x + 16 = 9 - 10x$;
- 16) $0,6\left(x + 1\frac{2}{3}\right) = -1,2$;
- 17) $-3,4\left(x + 9\frac{3}{11}\right) = -68$;
- 18) $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} = -21$;
- 19) $\frac{2m}{3} - \frac{4m}{5} = 3$;
- 20) $\frac{4a}{9} - 1 = \frac{5a}{12}$;
- 21) $3(1 - x) + 5(x + 2) = 1 - 4x$;
- 22) $3(2 - x) - (5x + 4) = 0,4 - 16x$;

- 23) $2(3 - 5p) = 4(1 - p) - 1$;
 24) $0,5(2y - 1) - (0,5 - 0,2y) + 1 = 0$;
 25) $-4(5 - 2m) + 3(m - 4) = 6(2 - m) - 5m$;
 26) $0,3(3x - 1) + 0,2 = 5(0,1 - 0,2x) - 0,1$.

1337. Замість зірочок поставте таку цифру, щоб виконувалась рівність:

- 1) $* \cdot ** = 87$; 3) $*** \cdot * = 515$; 5) $** \cdot ** = 483$;
 2) $** \cdot * = 129$; 4) $** \cdot ** = 143$; 6) $** \cdot ** = 238$.

1338. 1) Чому дорівнює найменший спільний дільник будь-якої пари натуральних чисел?

2) Найбільший спільний дільник чисел a і b дорівнює a .

Чи правильно, що b кратне a ?

3) Найменше спільне кратне чисел a і b дорівнює a .

Чи правильно, що b кратне a ?

1339. Довжина кімнати дорівнює 725 см, а ширина — 375 см. Підлогу цієї кімнати вирішили викласти однаковими плитками, що мають форму квадрата. Яку найбільшу довжину (у сантиметрах) може мати сторона плитки, щоб їх не треба було різати? Скільки потрібно таких плиток?

1340. Михайлик підрахував, що оцінки «12» становили $\frac{7}{18}$ усіх оцінок, отриманих ним за чверть, а оцінки «9» — $\frac{7}{12}$. Скільки всього оцінок отримав Михайлик за чверть, якщо відомо, що їх було більше за 50, але менше від 80?

1341. Василько намагався розкласти горішки на рівні купки, але щоразу, коли він розкладав їх по 4, по 5, по 6, у нього залишався зайвим один горішок. Скільки горішків було у Василька, якщо відомо, що їх було менше, ніж 100?

1342. Розташуйте числа:

1) $-\frac{4}{9}$, $-\frac{5}{6}$, $-\frac{3}{5}$, $-\frac{7}{10}$ у порядку спадання;

2) $-\frac{8}{15}$, $-\frac{3}{4}$, $-\frac{2}{3}$, $-\frac{9}{20}$ у порядку зростання.

1343. Дано дріб $-\frac{a}{b}$, де a і b — натуральні числа. Як зміниться значення цього дробу (збільшиться чи зменшиться), якщо:

1) чисельник збільшити на кілька одиниць;

2) знаменник збільшити на кілька одиниць?

1344. Маса глухаря дорівнює 3 кг 200 г, що становить $\frac{2}{5}$ маси лебедя. Маса чайки становить $\frac{3}{32}$ маси лебедя і $\frac{3}{5}$ маси качки. Обчисліть масу кожного птаха.
1345. Робін-Бобін з'їв на обід 180 вареників з м'ясом, картоплею і вишнями. Вареники з картоплею становили $\frac{7}{20}$ усіх вареників, або $\frac{9}{14}$ вареників з вишнями. Скільки вареників з вишнями з'їв Робін-Бобін?
1346. У Кози-дерези було 42 кг капусти. На сніданок вона та семеро її козенят з'їли $\frac{2}{7}$ усієї капусти, на обід — 40 % решти, а на вечерю — $\frac{5}{6}$ того, що залишилося після сніданку і обіду. Скільки капусти залишилось після цього у Кози-дерези?
1347. Незнайко виконував домашнє завдання з математики, мови та історії. Завдання з математики він робив $1\frac{1}{3}$ год, що становило $\frac{8}{15}$ усього часу, витраченого ним на виконання завдання. Завдання з мови Незнайко виконував на $\frac{7}{15}$ год довше, ніж з історії. Скільки часу він виконував завдання з мови?
1348. Козак Іван Сірошапка три дні їхав верхи з села Вишневе у Запорізьку Січ. Першого дня він проїхав $\frac{7}{19}$ шляху, другого — 55 % шляху, що залишився, а третього — решту 108 км. Яку відстань подолав Іван за три дні?
1349. Перший мотоцикліст проїжджає відстань між двома містами за 5 год, а другий — за час, в 1,4 раза більший, ніж перший. Хто з мотоциклістів проїде більшу відстань: перший за 3 год чи другий за 4 год?
1350. Порадьте Івасику-Телесику, як йому відрізати півметра від мотузки завдовжки $\frac{2}{3}$ м, щоб підперізуватися, бо лійку він забув удома.
1351. Фермер заготував сіно, якого може вистачити корові на 60 днів, а коневі — на 40 днів. За скільки днів корова і кінь з'їдять разом цей запас сіна?
1352. До басейну підведено три труби. Через першу трубу басейн наповнюється водою за 1 год, через другу — за 2 год, а через третю — за 3 год. За скільки хвилин наповниться басейн, якщо відкрити одночасно всі три труби?

1353. Василько може скопати город за 12 год, а Михайлик — за час, в 1,5 раза менший. За який час Василько і Михайлик скопають разом $\frac{5}{8}$ городу?
1354. Через одну трубу басейн можна наповнити за 7 год, а через другу спорожнити за 8 год. За скільки годин наповниться басейн, якщо одночасно відкрити обидві труби?
1355. Чебурашка може розвантажити машину апельсинів за 6 год, а крокодил Гена — за 4 год. Чебурашка пропрацював сам 2 год, а потім йому на допомогу прийшов Гена. За скільки годин вони розвантажили машину?
1356. Ворона і Лисиця можуть з'їсти разом головку сиру за 8 хв. За скільки хвилин може з'їсти цю головку сиру Лисиця, якщо Ворона може це зробити за 18 хв?
1357. З двох міст одночасно назустріч один одному виїхали два велосипедисти і зустрілися через $3\frac{1}{5}$ год після виїзду. Один із них проїжджає відстань між містами за $5\frac{1}{3}$ год. За який час це робить другий велосипедист?
1358. Якщо одночасно відкрити дві труби різної пропускної спроможності, то басейн буде наповнено водою за 6 год. Якщо відкрити обидві труби лише на 2 год, а потім залишити відкритою тільки одну з них, то решта басейну наповниться за 10 год. За скільки годин можна наповнити басейн через кожну трубу?
1359. Через одну трубу басейн можна наповнити за 12 год, а через другу — за 24 год. Після кількох годин наповнення басейну через обидві труби одну трубу закрили. Решту об'єму басейну наповнювали 9 год через другу трубу. Скільки всього годин була відкрита друга труба?
1360. Довжина деталі на кресленні, виконаному в масштабі 1:30, дорівнює 2,5 см. Якою буде довжина цієї деталі на кресленні, масштаб якого 1:50?
1361. Щоб виміряти відстань між будинками А і В (рис. 147), орієнтувалися на дерево С, відстань від якого до будинку В дорівнює 300 м. За допомогою

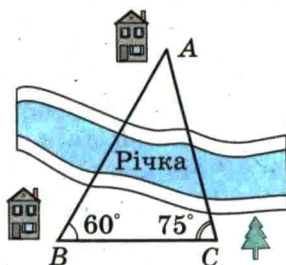


Рис. 147

теодоліта¹ виміряли кути ABC і ACB , що дорівнюють відповідно 60° і 75° . Побудуйте зображення трикутника ABC у масштабі 1:6000. Виміряйте довжину зображення відрізка AB і обчисліть відстань між будинками A і B .

1362. Запишіть у вигляді звичайного дробу: 1) 4 %; 2) 50 %; 3) 12 %; 4) $\frac{1}{3}$ %; 5) $\frac{5}{7}$ %; 6) $2\frac{3}{8}$ %; 7) $5\frac{2}{9}$ %; 8) $104\frac{1}{3}$ %.
1363. Зменшуване на 20 % більше за від'ємник. Скільки відсотків від зменшуваного становить різниця?
1364. Кавові зерна в процесі підсмажування втрачають 12 % своєї маси. Скільки треба взяти свіжих зерен, щоб отримати 6,6 кг смажених?
1365. Під час сушіння хліба на сухарі його маса зменшилася на 35 %. Скільки вийде сухарів із 120 кг свіжого хліба?
1366. Містер Скрудж вклав у розвиток економіки Тридцятого царства 640 млн доларів, а через рік отримав 928 млн доларів. Скільки відсотків становив прибуток містера Скруджа?
1367. Яке з двох чисел більше, якщо:
- 1) 5 % від першого числа дорівнює 20, а 8 % від другого — 24;
 - 2) 16 % від першого числа дорівнює 64, а 20 % від другого — 80;
 - 3) 26 % від першого числа дорівнює 130, а 9 % від другого числа дорівнює 45 % від першого?
1368. Зібрали 15 кг білих грибів. З них 30 % пішло у відходи при підготовці грибів до сушіння, а під час сушіння частина грибів, що залишилася, втратила 76 % своєї маси. Скільки сушених грибів отримали?
1369. На скільки відсотків збільшиться площа квадрата, якщо кожну його сторону збільшити на 10 %?
1370. Сторони прямокутника дорівнюють 20 см і 10 см. Одну сторону збільшили на 20 %, а другу зменшили на 20 %. Збільшилась чи зменшилась і на скільки відсотків площа прямокутника? Чи має значення, яку сторону збільшили, а яку — зменшили? Відповідь обґрунтуйте, розв'язавши задачу в загальному вигляді.

¹ Теодоліт — прилад для вимірювання кутів під час землемірних робіт.

1371. Одна сторона прямокутника на 30 % більша за сторону квадрата, а друга на 30 % менша від сторони цього самого квадрата. Знайдіть відсоткове відношення площі прямокутника до площі квадрата.
1372. Периметр прямокутника дорівнює 76 см. Знайдіть площу цього прямокутника, якщо його сторони пропорційні числам 15 і 4.
1373. Знайдіть такі значення x і y , щоб кожна з рівностей $\frac{x}{12} = \frac{3}{4}$ і $\frac{8}{3} = \frac{y}{x}$ була правильною.
1374. 1) Поділіть число 96 на три частини x , y і z так, щоб $x : y = 3 : 4$, а $y : z = 4 : 9$.
2) Поділіть число 185 на три частини x , y і z так, щоб $x : y = 3 : 2$, а $y : z = 2\frac{1}{2} : 3$.
1375. Магазин продав за три дні партію яблук, причому за перший день було продано $\frac{9}{20}$ загальної кількості яблук, а за другий — 60 % решти. Скільки кілограмів яблук було продано за три дні, якщо за другий день продали 660 кг?
1376. Відстань між двома містами мотоцикліст проїхав за 3 год. За першу годину він проїхав 0,3 усього шляху, за другу — $\frac{16}{35}$ решти, а за третю — на 10,5 км більше, ніж за другу. Знайдіть відстань між містами.
1377. 1) Моторний човен пройшов по озеру 48 км за 3 год, а по річці, що витікає з цього озера, ще 70 км за 4 год. Знайдіть швидкість течії річки.
2) Турист проплив 50 км по річці на плоту за 25 год, а повернувся назад на моторному човні за 2 год. Знайдіть власну швидкість човна.
3) За 5 год катер проходить за течією річки на 18 км більше, ніж за той самий час проти течії. Знайдіть швидкість течії.
1378. Акціонерні товариства «Золотий ключик», «Золота рибка» та «Мідний гріш» зробили спонсорські внески на ремонт і переобладнання школи пропорційно числам $0,3$; $\frac{2}{5}$ і $\frac{1}{2}$. Вартість будівельних матеріалів дорівнювала 8640 грн., на нове обладнання було витрачено $\frac{5}{6}$ вартості будматеріалів, а на заробітну плату

робітникам — $33\frac{1}{3}\%$ сукупної вартості будматеріалів і обладнання. Скільки гривень становили спонсорські внески кожного акціонерного товариства?

1379. Накресліть:

- 1) гострокутний трикутник;
- 2) тупокутний трикутник;
- 3) прямокутний трикутник.

Позначте всередині трикутника точку A і проведіть через неї прямі:

- а) перпендикулярні до прямих, на яких лежать сторони трикутника;
- б) паралельні сторонам трикутника.

1380. Накресліть квадрат $ABCD$ зі стороною 1 см і проведіть його діагоналі AC і BD . Через точки B і D проведіть прямі, перпендикулярні до BD , а через A і C — прямі, паралельні BD . Знайдіть точки перетину проведених прямих. Визначте вид багатокутника, вершинами якого є ці точки, та знайдіть його площу.

1381. Перерисуйте в зошит рис. 148, проведіть через точки B , M і K прямі, перпендикулярні до прямої AD .

1382. Сторона квадрата $ABCD$ дорівнює 4 см. Знайдіть площу чотирикутника, вершини якого є серединами сторін квадрата $ABCD$.

1383. У Павлика був акваріум, довжина якого дорівнювала 50 см, ширина — 48 см, висота — 32 см. У цей акваріум він наливав воду до висоти 28 см. Батьки подарували Павлику новий акваріум, довжина якого дорівнює 64 см, ширина — 25 см, висота — 45 см. Чи зможе Павлик перелити всю воду із старого акваріума в новий? У разі позитивної відповіді визначте, до якої висоти буде налита вода.

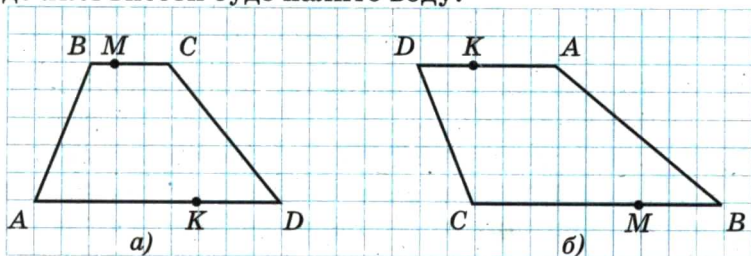


Рис. 148

1384. На координатній площині накресліть відрізки AB і CD такі, що $A(1; -2)$, $B(4; 4)$, $C(5; -1)$, $D(-1; 1)$. Знайдіть координати точки перетину відрізків AB і CD .
1385. Побудуйте коло з центром у початку координат, що проходить через точку $(-3; 4)$. Знайдіть координати точок перетину цього кола з осями координат та обчисліть довжину кола в одиничних відрізках координатних осей.
1386. На координатній площині позначте точки $E(-2; -6)$ і $F(4; 3)$. Проведіть пряму EF і знайдіть:
- 1) координати точок перетину прямої EF з осями координат;
 - 2) ординату точки, що належить прямій EF і абсциса якої дорівнює 1;
 - 3) абсцису точки, що належить прямій EF і ордината якої дорівнює 6.
1387. Накресліть на координатній площині замкнену ламану, послідовними вершинами якої є точки з координатами: $(-10; 6)$, $(-9,5; 8)$, $(-8; 10)$, $(-7; 10)$, $(-6; 9)$, $(-6; 7)$, $(-7; 3)$, $(-7; 1)$, $(-6; 2)$, $(-4; 3)$, $(5; 3)$, $(3; 1)$, $(7; 3)$, $(7; 2)$, $(6; 1)$, $(7; 1)$, $(5; -1)$, $(7; -1)$, $(10; 0)$, $(8; -3)$, $(4; -4)$, $(0; -4)$, $(-4; -3)$, $(-9; -4)$, $(-10; -3)$, $(-10; 0)$, $(-7; 7)$, $(-7; 8)$, $(-8; 7)$, $(-9; 7)$. Позначте точку $(-8,5; 8,5)$. На кого перетворилося Гидке Каченя?
1388. Накресліть на координатній площині замкнену ламану з вершинами в точках: $(8; 9)$, $(6; 8)$, $(2; 8)$, $(0; 9)$, $(-4; 6)$, $(-3; 2)$, $(0; 0)$, $(1; 2)$, $(2; 1)$, $(3; 1)$, $(5; -1)$, $(4; -2)$, $(2; -2)$, $(2; -3)$, $(5; -3)$, $(6; -2)$, $(6; 2)$, $(7; 0)$, $(10; 3)$, $(10; 7)$, ламану з вершинами в точках: $(-4; 6)$, $(-8; 5)$, $(-11; 3)$, $(-12; 0)$, $(-14; -2)$, $(-11; -1)$, $(-10; -4)$, $(-11; -8)$, $(-8; -8)$, $(-8; -7)$, $(-7; -7)$, $(-8; -3)$, $(-3; -3)$, $(-3; -9)$, $(0; -9)$, $(0; -4)$, $(1; -4)$, $(1; -5)$, $(0; -7)$, $(2; -9)$, $(4; -5)$, $(4; -3)$, позначте точки $(2; 5)$ і $(6; 5)$. Цікаво, а куди йде слоненя?
1389. Одна зі сторін трикутника становить $0,6$ довжини другої, а довжина третьої сторони в $1,2$ раза більша за довжину другої. Знайдіть сторони трикутника, якщо його периметр дорівнює 21 дм.

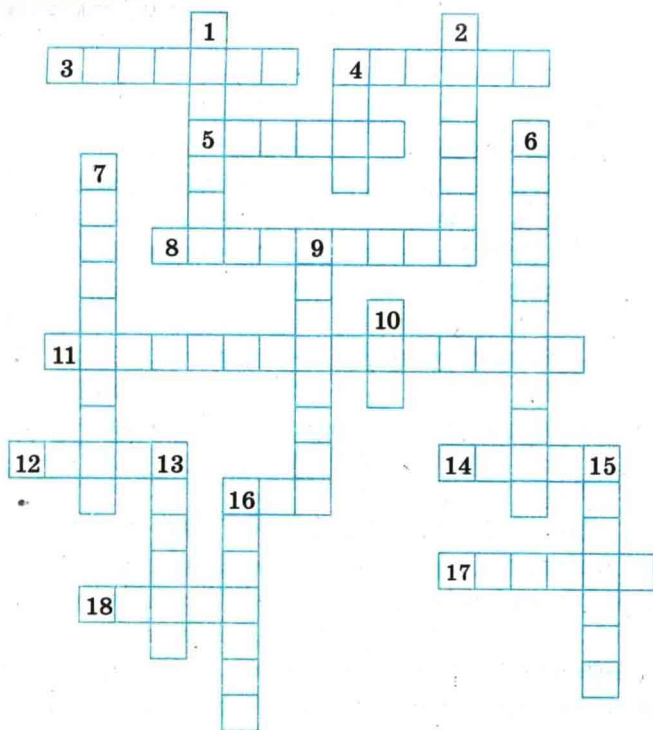
1390. Розгорнутий кут поділили на три кути так, що один з утворених кутів становить 85 % третього кута, а другий — 40 % третього. Знайдіть градусні міри цих кутів і виконайте рисунок.
1391. Прямий кут поділили на три частини так, що одна частина більша за другу на 14° , а третя менша від другої на 20° . Обчисліть градусну міру кожної частини і виконайте рисунок.
1392. Протягом року в Сонячному місті хмарних днів було на 23 дні більше, ніж днів із дощем або снігом, і на 262 дні менше, ніж сонячних днів. Скільки було сонячних днів протягом цього року, якщо відомо, що він не був високосним?
1393. У шестикутнику п'ять сторін мають рівні довжини, а шоста відрізняється від них на 1,2 см. Знайдіть сторони шестикутника, якщо його периметр дорівнює 37,2 см. Скільки розв'язків має задача?
1394. Довжина прямокутника становить 130 % ширини. Обчисліть площу цього прямокутника, якщо його периметр дорівнює 36,8 см.
1395. Земельні угіддя агрофірми мають площу 1220 га. Площа поля на 25 % більша, ніж площа лісу, а площа луку — на 80 га менша, ніж площа лісу. Знайдіть, яку площу окремо займають поле, ліс і луг.
1396. За два дні посадили 56 кущів троянд, причому другого дня посадили в $1\frac{2}{3}$ раза більше, ніж першого. Знайдіть, скільки кущів посадили за перший день і скільки — за другий.
1397. За три дні продали 130 кг апельсинів. За другий день продали $\frac{4}{9}$ того, що продали за перший, а за третій — стільки, скільки за перші два дні разом. Скільки кілограмів апельсинів продали за перший день?
1398. Турист подолав маршрут, довжина якого 110 км, за три дні. За другий день він пройшов на 5 км менше, ніж за перший, а за третій день — $\frac{3}{7}$ відстані, пройденої за перші два дні. Знайдіть, скільки кілометрів проходив турист щодня.

1399. З двох станцій, відстань між якими дорівнює 360 км, одночасно вирушили назустріч один одному два поїзди. Швидкість одного з них на 10 км/год менша від швидкості другого. Знайдіть швидкість кожного поїзда, якщо вони зустрілися через 2,4 год після початку руху.
1400. Дві машини рухаються назустріч одна одній. Швидкість однієї з них дорівнює 75 км/год, що становить $\frac{5}{6}$ швидкості другої. Друга машина виїхала на 1,6 год пізніше за першу. Через скільки годин після виїзду другої машини вони зустрінуться, якщо початкова відстань між ними становить 615 км?
1401. Вантажівка проїхала ґрунтовою дорогою на 210 км більше, ніж асфальтованою, причому довжина асфальтованої дороги становила $\frac{2}{9}$ довжини ґрунтової. Час руху вантажівки асфальтованою дорогою становив 20 % часу руху ґрунтовою. Знайдіть швидкість руху вантажівки на кожній з доріг, якщо на всю дорогу було витрачено 7,2 год.
1402. Від села до станції Василько може доїхати на велосипеді за 3 год, а дійти пішки — за 7 год. Його швидкість пішки на 8 км/год менша, ніж швидкість на велосипеді. З якою швидкістю їздить Василько на велосипеді? Яка відстань від села до станції?
1403. З одного міста в протилежних напрямках вирушили два пішоходи. Один з них вирушив на 2,5 год раніше від другого і рухався зі швидкістю 8 км/год. Швидкість другого становила 75 % швидкості першого. Через скільки годин після початку руху другого пішохода відстань між ними була 41 км?
1404. З міста А виїхала машина зі швидкістю 48 км/год. Через півтори години в тому самому напрямі виїхала друга машина, швидкість якої в $1\frac{3}{8}$ раза більша за швидкість першої. На якій відстані від міста А друга машина наздожене першу?
1405. Швидкість легкової машини на 34 км/год більша за швидкість вантажної, тому вже за 3 год легкова машина проїхала на 10 км більше, ніж вантажна за 5 год. Знайдіть швидкість кожної машини.

1406. Теплохід проходить відстань між двома пристанями і повертається назад (без зупинки) за 4,5 год. Швидкість теплохода в стоячій воді становить 18 км/год, а швидкість течії річки — 2 км/год. Знайдіть відстань між пристанями.
1407. У три магазини завезли 680 кг апельсинів. Кількості апельсинів, завезених у перший і другий магазини, відносяться як 3 : 5, а в третій завезли на 12 % більше, ніж у другий. Скільки кілограмів апельсинів завезли в кожний магазин?
1408. Михайлик та Віталік мали розв'язати за літо однакову кількість задач. Проте 28 серпня виявилось, що вони разом розв'язали 285 задач, причому Михайлик перевиконав завдання на 8 %, а Віталік ще не розв'язав 18 % задач. Скільки задач мав розв'язати кожен із хлопчиків?
1409. На змаганнях стрільців з лука кожний учасник робив 20 пострілів. За кожний влучний постріл нараховували 15 очок, а за кожний промах знімали 7 очок. Оскільки Робіну Гуду в око потрапила порошинка, то він набрав лише 234 очки. Скільки разів Робін Гуд влучив у ціль?
1410. Оленка і Петрик задумали одне й те саме число. Потім Оленка помножила своє число на 4, а Петрик до свого числа додав 4. Далі Оленка до отриманого результату додала число 3, а Петрик свій результат помножив на 3. Після цього в них знову вийшли рівні числа. Яке число вони задумали?
1411. Булочка з повидлом коштує 72 коп. і ще $\frac{1}{3}$ її ціни. Скільки коштує булочка?
1412. Яке одне й те саме число треба додати до чисельника і знаменника дроби $\frac{18}{23}$, щоб отримати дріб, який дорівнює $\frac{5}{6}$?
1413. Миколка задумав два числа, одне з яких на 28 більше за друге. Які числа задумав Миколка, якщо 60 % меншого числа становить 25 % більшого?
1414. Івасик-Телесик пас на лузі гусей і кіз, у яких разом було 45 голів і 130 ніг. Скільки гусей і скільки кіз пас Івасик-Телесик?

1415. Бригада кроликів виростила врожай капусти, але не змогла його поділити. Якби кожен кролик узяв по 6 качанів, то 5 качанів залишилось би. А по 7 качанів вони взяти не могли, бо для цього їм 5 качанів не вистачало. Скільки кроликів було в бригаді? Скільки качанів капусти вони виростили?
1416. Буратіно поклав у банк «Поле чудес» 2000 сольдо на два види вкладу, причому по одному виду вкладу йому нараховували 6 % річних, а по другому — 9 %. Через рік Буратіно отримав 144 сольдо прибутку. Знайдіть, яку суму вніс Буратіно на кожний вид вкладу.
1417. В одному бідоні було в 4 рази більше молока, ніж у другому. Коли з першого бідона перелили в другий 20 л молока, то виявилось, що кількість молока в другому бідоні становить $\frac{7}{8}$ того, що залишилось у першому. Скільки літрів молока було в кожному бідоні спочатку?
1418. Фермер привіз на базар бідон молока і за першу годину продав $\frac{5}{9}$ молока. Якби він продав ще 20 л, то виявилось би, що продано $\frac{5}{6}$ молока. Скільки літрів молока було в бідоні?
1419. На полиці стояли книжки. Спочатку взяли на 2 книжки менше від $\frac{1}{3}$ усіх книжок, а потім половину книжок, що залишилися. Після цього на полиці стало 9 книжок. Скільки книжок було на полиці спочатку?
1420. Два велосипедисти вирушили одночасно з двох міст назустріч один одному. Коли вони зустрілися, то виявилось, що один з них проїхав $\frac{4}{9}$ усього шляху і ще 12 км, а другий — половину того, що проїхав перший. Знайдіть відстань між містами.
1421. Дванадцять хлопчиків обмінялися своїми адресами. Скільки було роздано адрес?
1422. У шаховому турнірі брало участь 12 гравців. Турнір проходив за круговою системою, тобто кожний учасник турніру грав з іншими по одному разу. Скільки всього було зіграно шахових партій?

1423. Розгадайте кросворд:



По горизонталі: 3. Добуток кількох рівних множників. 4. Розв'язок рівняння. 5. Відстань від точки координатної прямої до початку відріку. 8. Рівність двох відношень. 11. Прямі, при перетині яких утворюються прямі кути. 12. Символ, яким позначають від'ємні числа. 14. Точка, рівновіддалена від усіх точок кола. 16. Найменше просте число. 17. Число, яке ділиться націло на дане. 18. Величина.

По вертикалі: 1. Відрізок, що сполучає дві точки кола і проходить через його центр. 2. Математична дія. 4. Геометрична фігура. 6. Пряма, на якій позначено початок відріку, одиничний відрізок і напрям. 7. Прямі, які лежать в одній площині і не мають спільних точок. 9. Одна з координат точки на площині. 10. Третій степінь числа. 13. Частина круга. 15. Результат дії віднімання. 16. Компонент дії додавання.

ЧИСЛА ТА ЇХ ПОЗНАЧЕННЯ

1. Натуральні числа

Числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ..., які використовують при лічбі предметів, називають натуральними.

Найменшим натуральним числом є число 1.

Найбільшого натурального числа не існує.

Натуральні числа записують за допомогою спеціальних значків, які називають цифрами. Цих цифр десять: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Число 2958 можна записати у вигляді суми:

$$2958 = 2000 + 900 + 50 + 8$$

або

$$2958 = 2 \cdot 1000 + 9 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 8 \cdot 1.$$

Останню рівність називають записом числа 2958 у вигляді суми розрядних доданків.

2. Порівняння натуральних чисел

З двох натуральних чисел з різною кількістю цифр (розрядів) більше те, у якого більше цифр.

З двох натуральних чисел з однаковою кількістю цифр (розрядів) більше те, у якого більша перша (рухаючись зліва направо) з неоднакових цифр.

3. Звичайні дроби

Записи виду $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{17}{24}$ тощо називають звичайними дробами або дробами.

Звичайні дроби записують за допомогою двох натуральних чисел і риски дробу.

Число, записане над рискою, називають чисельником дробу; число, записане під рискою, називають знаменником дробу.

Знаменник дробу показує, на скільки рівних частин поділили щось ціле, а чисельник — скільки таких частин взяли.

Дріб, у якого чисельник більший за знаменник або дорівнює йому, називають неправильним.

Дріб, у якого чисельник менший від знаменника, називають правильним.

4. Порівняння звичайних дробів

З двох дробів з однаковими знаменниками більший той, у якого чисельник більший.

З двох дробів з однаковими чисельниками більший той, у якого знаменник менший.

Усі правильні дроби менші від одиниці, а неправильні — більші або дорівнюють одиниці. Кожний неправильний дріб більший за будь-який правильний дріб.

5. Мішані числа

Число $2\frac{5}{7}$ називають мішаним числом. При цьому натуральне число 2 називають цілою частиною мішаного числа, а правильний дріб $\frac{5}{7}$ — його дробовою частиною.

Неправильний дріб можна записати у вигляді мішаного числа, тобто виділити (знайти) його цілу і дробову частини.

Щоб неправильний дріб, у якого чисельник не ділиться націло на знаменник, перетворити в мішане число, треба чисельник поділити на знаменник. Отримана неповна частка буде цілою частиною мішаного числа, а остача — чисельником його дробової частини.

Щоб мішане число перетворити в неправильний дріб, треба цілу частину помножити на знаменник дробової частини і до отриманого добутку додати чисельник дробової частини. Ця сума є чисельником неправильного дроби, а його знаменник дорівнює знаменнику дробової частини мішаного числа.

6. Десяткові дроби

Дроби, у яких знаменники є степенями десяти, тобто числами 10, 100, 1000 і т. д., називають десятковими. Такі дроби можна записувати без знаменника. Спочатку пишуть цілу частину, а потім чисельник дробової частини. Цілу частину відокремлюють від чисельника дробової частини комою.

При цьому вважають, що ціла частина правильного дроби дорівнює 0. Запис дробової частини містить стільки цифр, скільки нулів у запису знаменника відповідного звичайного дроби.

Якщо до десяткового дробу справа приписати будь-яку кількість нулів, то отримаємо дріб, який дорівнює даному.

Значення дробу, який закінчується нулями, не зміниться, якщо останні нулі в його запису відкинути.

7. Порівняння десяткових дробів

З двох десяткових дробів більший той, у якого ціла частина більша.

Щоб порівняти два дробу з рівними цілими частинами, треба за допомогою приписування нулів справа зрівняти кількість цифр у дробових частинах, після чого порівняти отримані дробу.

8. Округлення чисел

Якщо десятковий дріб округлюють до одиниць, десятих, сотих і т. д., то всі наступні за цим розрядом цифри відкидають. Якщо при цьому перша з цифр, які відкидають, дорівнює 0, 1, 2, 3, 4, то остання з цифр, які залишають, не змінюється. Якщо ж перша з цифр, які відкидають, дорівнює 5, 6, 7, 8, 9, то останню з цифр, які залишають, збільшують на одиницю.

Наприклад:

$0,12 \approx 0,1$ (округлення до десятих);

$3,85741 \approx 3,86$ (округлення до сотих);

$1,004483 \approx 1,004$ (округлення до тисячних);

$53,6171 \approx 54$ (округлення до одиниць).

При округленні натуральних чисел до певного розряду замість усіх наступних за цим розрядом цифр пишуть нулі.

Наприклад:

$234 \approx 230$ — округлення до десятків;

$8763 \approx 8800$ — округлення до сотень;

$984 \approx 1000$ — округлення до сотень;

$965\ 348 \approx 970\ 000$ — округлення до десятків тисяч.

9. Зображення чисел на координатному промені

Накреслимо промінь OX . Позначимо на цьому промені довільну точку E . Напишемо під точкою O число 0, а під точкою E — число 1 (рис. 149).

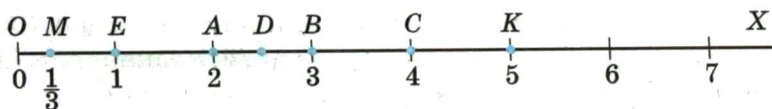


Рис. 149

Говорять, що точка O зображує число 0 , а точка E — число 1 . Відкладаючи праворуч від точки E послідовно один за одним відрізки, що дорівнюють відрізку OE , отримуємо точки A, B, C, \dots , які відповідають числам $2, 3, 4, \dots$.

Подумки цей процес можна продовжити як завгодно довго. Отриману нескінченну шкалу називають координатним променем, точку O — початком відліку, а відрізок OE — одиничним відрізком координатного променя.

На рис. 149 точка K зображує число 5 , яке називають координатою точки K і записують $K(5)$. Аналогічно $O(0), E(1), A(2), B(3), M(\frac{1}{3}), D(2,5)$.

На координатному промені більше число розташоване правіше, а менше — лівіше.

10. Відсотки

Відсотком називають $\frac{1}{100}$ величини:

$$1\% = \frac{1}{100} = 0,01.$$

ДІЇ НАД ЧИСЛАМИ ТА ЇХ ВЛАСТИВОСТІ

11. Додавання. Властивості додавання

Числа, які додаються, називають доданками, а результат додавання — сумою.

Від перестановки доданків сума не змінюється:

$$a + b = b + a \text{ — переставна властивість.}$$

Щоб до суми двох чисел додати третє число, можна до першого числа додати суму другого і третього чисел:

$$(a + b) + c = a + (b + c) \text{ — сполучна властивість.}$$

Якщо один з двох доданків дорівнює нулю, то сума дорівнює другому доданку.

12. Віднімання. Властивості віднімання

Від числа a відняти число b означає знайти таке число, яке в сумі з числом b дає число a .

Рівність $a - b = c$ правильна, якщо правильна рівність $b + c = a$.

У рівності $a - b = c$ число a називають зменшуваним, b — від'ємником, c — різницею.

Різниця $a - b$ показує, на скільки число a більше за число b або на скільки число b менше від числа a .

Для будь-якого числа a правильні рівності:

$$a - 0 = a, \text{ оскільки } 0 + a = a;$$

$$a - a = 0, \text{ оскільки } a + 0 = a.$$

13. Додавання і віднімання дробів з рівними знаменниками

Щоб додати два дроби з рівними знаменниками, треба додати їхні чисельники, а знаменник залишити той самий:

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}.$$

Щоб відняти дроби з рівними знаменниками, треба від чисельника зменшуваного відняти чисельник від'ємника, а знаменник залишити той самий:

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}.$$

14. Додавання і віднімання мішаних чисел

Щоб додати два мішаних числа, треба окремо додати їхні цілі та дробові частини.

Щоб від одного мішаного числа відняти інше, треба від цілої й дробової частин зменшуваного відняти відповідно цілу і дробову частини від'ємника.

15. Додавання і віднімання десяткових дробів

Щоб додати два десяткових дроби, треба:

- зрівняти в доданках кількість цифр після коми, якщо треба додати дроби з різною кількістю цифр після коми;
- записати доданки один під одним так, щоб розряд був під відповідним розрядом, кома під комою;
- додати ці числа так, як додають натуральні числа;
- поставити в отриманій сумі кому під комами в доданках.

Щоб від одного десяткового дробу відняти інший, треба:

- зрівняти у зменшуваному і від'ємнику кількість цифр після коми, якщо дроби мають різну кількість цифр після коми;
- записати від'ємник під зменшуваним так, щоб розряд був під відповідним розрядом, кома під комою;
- виконати дію віднімання так само, як із натуральними числами;
- поставити в отриманій різниці кому під комами в зменшуваному і від'ємнику.

16. Множення. Властивості множення

Добутком числа a на натуральне число b , яке не дорівнює 1, називають суму, що складається з b доданків, кожний з яких дорівнює a :

$$a \cdot b = \underbrace{a + a + a + \dots + a}_{b \text{ доданків}}$$

Якщо один із двох множників дорівнює 1, то добуток дорівнює іншому множнику:

$$m \cdot 1 = 1 \cdot m = m.$$

Якщо один із множників дорівнює нулю, то добуток дорівнює нулю:

$$m \cdot 0 = 0 \cdot m = 0.$$

Якщо добуток дорівнює нулю, то хоча б один із множників дорівнює нулю.

Від перестановки множників добуток не змінюється:

$$ab = ba \text{ — переставна властивість.}$$

Щоб добуток двох чисел помножити на третє число, можна перше число помножити на добуток другого і третього чисел:

$$(ab)c = a(bc) \text{ — сполучна властивість.}$$

Щоб число помножити на суму двох чисел, можна це число помножити на кожний доданок і отримані добутки додати:

$$a(b + c) = ab + ac \text{ — розподільна властивість.}$$

Розподільна властивість виконується для будь-якої кількості доданків:

$$a(m + n + p + q) = am + an + ap + aq.$$

17. Множення десяткових дробів

Щоб перемножити два десяткових дробу, достатньо перемножити їх як натуральні числа, не звертаючи уваги на коми, а в отриманому добутку відокремити комою справа стільки цифр, скільки їх було після ком в обох множниках разом.

Якщо добуток натуральних чисел містить менше цифр, ніж потрібно відокремити комою, то зліва перед цим добутком дописують необхідну кількість нулів.

Щоб помножити десятковий дріб на 10, 100, 1000 і т. д., треба в цьому дробі перенести кому вправо на 1, 2, 3 і т. д. цифри.

Щоб помножити десятковий дріб на 0,1; 0,01; 0,001 і т. д., достатньо в цьому дробі перенести кому вліво відповідно на 1, 2, 3 і т. д. цифри.

18. Ділення. Властивості ділення

Поділити число a на число b означає знайти таке число, добуток якого з числом b дорівнює a .

Отже, рівність $a : b = c$ правильна, якщо правильна рівність $b \cdot c = a$.

У рівності $a : b = c$ число a називають діленим, b — дільником, c — часткою.

Частка $a : b$ показує, у скільки разів число a більше за число b .

При будь-яких значеннях a правильна рівність:—

$$a : 1 = a.$$

Якщо a не дорівнює 0, то справедливі такі рівності:

$$0 : a = 0,$$

$$a : a = 1.$$

На нуль ділити не можна!

19. Ділення десяткових дробів

Щоб поділити десятковий дріб на десятковий, треба в діленому і в дільнику перенести коми вправо на стільки цифр, скільки їх міститься після коми в дільнику, і виконати ділення на натуральне число.

Щоб поділити десятковий дріб на 10, 100, 1000 і т. д., треба в цьому дробі перенести кому вліво на 1, 2, 3 і т. д. цифри.

20. Ділення з остачею

Не завжди одне натуральне число ділиться націло на інше. У такому випадку можна виконати ділення з остачею. Наприклад, при діленні числа 43 на 8 дістанемо неповну частку 5 і остачу 3.

Остача завжди менша від дільника.

Щоб знайти ділене, треба дільник помножити на неповну частку і додати остачу.

У буквеному вигляді це записують так:

$$a = bq + r,$$

де a — ділене, b — дільник, q — неповна частка, r — остача, $r < b$.

21. Ділення і дробу

Рискю дробу можна розглядати як знак ділення, а запис $\frac{a}{b}$ читати « a поділити на b ». Таким чином, можна ділити одне на одне будь-які два натуральних числа.

Результат ділення двох натуральних чисел може бути натуральним або дробовим числом.

Будь-яке натуральне число можна записати у вигляді дробу з яким завгодно знаменником.

22. Степінь числа

Степенем числа a з натуральним показником n , більшим за 1, називають добуток n множників, кожний з яких дорівнює a :

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$$

n множників

Число a при цьому називають основою степеня.

Степенем числа a з показником 1 називають саме число a :

$$a^1 = a.$$

Другий степінь також називають квадратом числа. Наприклад, запис a^2 читають: « a в квадраті». Третій степінь називають кубом числа, а запис a^3 читають: « a в кубі».

Якщо в числовий вираз входить степінь, то спочатку виконують піднесення до степеня, а потім інші дії.

23. Середнє арифметичне

Середнім арифметичним кількох чисел називають частку від ділення суми цих чисел на кількість доданків.

ВИРАЗИ. ФОРМУЛИ. РІВНЯННЯ. НЕРІВНОСТІ

24. Числові й буквені вирази

Запис, складений з чисел, знаків арифметичних дій і дужок, називають числовим виразом.

Оскільки $(19 - 7) : 3 = 4$, то число 4 називають значенням виразу $(19 - 7) : 3$.

Запис, складений з чисел, букв, знаків арифметичних дій і дужок, називають буквеним виразом.

Підставивши замість x у вираз $5 + 3x$ число 2, отримаємо: $5 + 3 \cdot 2 = 11$. Число 11 називають значенням буквеного виразу $5 + 3x$ при $x = 2$.

25. Формули

Рівності виду $y = 3x$, $P = 2(a + b)$, $S = a^2$ називають формулами.

Рівність $s = vt$, де s — пройдений шлях, v — швидкість руху, а t — час, за який пройдено шлях s , називають формулою шляху.

26. Рівняння

Коренем рівняння називають значення букви, при якому рівняння стає правильною числовою рівністю.

Рівняння не обов'язково має один корінь. Наприклад, рівняння $x - x = 0$ має нескінченну кількість коренів, а рівняння $x - x = 1$ взагалі не має коренів.

Розв'язати рівняння — означає знайти всі його корені або переконатися, що їх взагалі немає. Тому корінь часто називають розв'язком рівняння.

Щоб знайти невідомий доданок, треба від суми відняти відомий доданок.

Щоб знайти невідоме зменшуване, треба до різниці додати від'ємник.

Щоб знайти невідомий від'ємник, треба від зменшуваного відняти різницю.

Щоб знайти невідомий множник, треба добуток поділити на відомий множник.

Щоб знайти невідоме ділене, треба дільник помножити на частку.

Щоб знайти невідомий дільник, треба ділене поділити на частку.

27. Нерівності

Записи виду $5 < 7$ і $a > 6$ називають нерівностями. Знак « $<$ » називають знаком менше, а знак « $>$ » — знаком більше.

Нерівність $a > 6$ при $a = 8$ є правильною, а при $a = 4$ не є правильною.

Запис виду $10 < 18 < 21$ називають подвійною нерівністю і читають: «число 18 більше за 10, але менше від 21».

ВІДОМОСТІ З ГЕОМЕТРІЇ

28. Відрізок. Довжина відрізка

На рис. 150 зображено відрізок AB , який сполучає точки A і B . Ці точки називають кінцями відрізка AB .

Відрізки вимірюють, знаходячи їх довжину.

Два відрізки називають рівними, якщо вони суміщаються при накладанні. Рівні відрізки мають рівні довжини.

Довжину відрізка AB називають також відстанню між точками A і B .

29. Пряма. Промінь

На рис. 151 зображено пряму AB , яка проходить через точки A і B . Через дві точки проходить тільки одна пряма.

Пряма не має кінців. Вона нескінченна.

На рис. 152 зображено промінь OA з початком у точці O . Кінця у променя немає.



Рис. 150

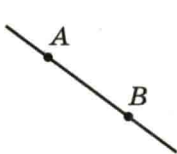


Рис. 151

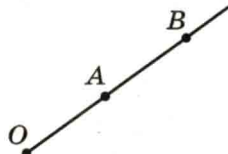


Рис. 152

Промінь позначають двома великими буквами. Спершу називають його початок, а потім будь-яку іншу точку цього променя. Промінь з початком у точці O (рис. 152) можна позначити OA або OB .

30. Кут. Вимірювання кутів. Види кутів

Фігуру, утворену двома променями, які виходять з однієї точки, називають кутом.

Промені BA і BC називають сторонами кута, а точку B — вершиною кута (рис. 153).

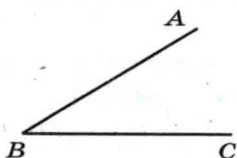


Рис. 153

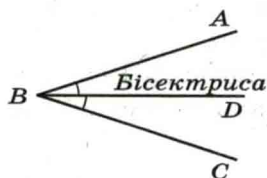


Рис. 154

Кут на рис. 153 позначають так: $\angle ABC$ або $\angle CBA$, або $\angle B$. Два кути називають рівними, якщо вони суміщаються при накладанні.

Промінь, який виходить з вершини кута і ділить його на два рівних кути, називають бісектрисою (рис. 154).

Кут, сторони якого утворюють пряму, називають розгорнутим.

Кути вимірюють, знаходячи їх градусну міру. За одиницю виміру кутів беруть кут, який утвориться внаслідок поділу розгорнутого кута на 180 рівних кутів. Його величину називають градусом і записують 1° .

Рівні кути мають рівні градусні міри.

Кут, градусна міра якого дорівнює 90° , називають прямим. Кут, градусна міра якого менша від 90° , називають гострим. Кут, градусна міра якого більша за 90° , але менша від 180° , називають тупим (рис. 155).



Гострий кут



Прямий кут



Тупий кут

Рис. 155

31. Прямокутник. Площа прямокутника

Чотирикутник, у якого всі кути прямі, називають прямокутником (рис. 156).

Протилежні сторони прямокутника рівні.

Сусідні сторони прямокутника часто називають його довжиною і шириною. Якщо довжина прямокутника дорівнює a , а ширина — b , то його периметр обчислюють за формулою

$$P = 2(a + b).$$

Площа прямокутника дорівнює добутку довжин його сусідніх сторін:

$$S = ab,$$

де S — площа, a і b — довжини сусідніх сторін прямокутника, виражені в однакових одиницях.

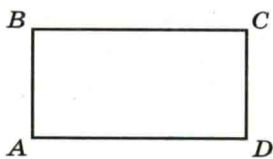


Рис. 156

Квадратом називають прямокутник, у якого всі сторони рівні (рис. 157).

Периметр квадрата обчислюють за формулою

$$P = 4a,$$

де a — довжина сторони квадрата.

Площу квадрата обчислюють за формулою

$$S = a^2,$$

де a — довжина сторони квадрата.

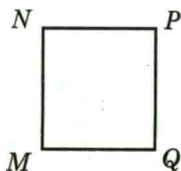


Рис. 157

32. Трикутник. Види трикутників

Якщо всі кути трикутника гострі, то його називають гострокутним трикутником (рис. 158).

Якщо один із кутів трикутника прямий, то його називають прямокутним трикутником (рис. 159).

Якщо один з кутів трикутника тупий, то його називають тупокутним трикутником (рис. 160).

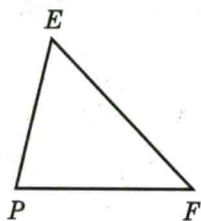


Рис. 158

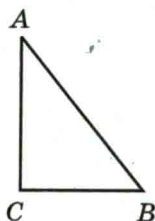


Рис. 159

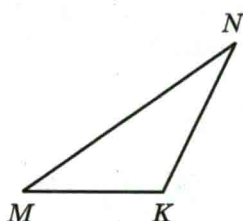


Рис. 160

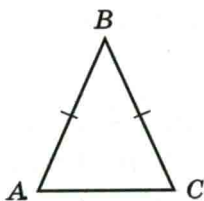


Рис. 161



Рис. 162

Якщо дві сторони трикутника рівні, то його називають рівнобедреним (рис. 161). Рівні сторони називають бічними сторонами, а третю сторону — основою рівнобедреного трикутника.

Якщо всі сторони трикутника рівні, то його називають рівностороннім.

Якщо сторона рівностороннього трикутника дорівнює a , то його периметр обчислюють за формулою

$$P = 3a.$$

33. Прямокутний паралелепіпед і його об'єм

На рис. 162 зображено прямокутний паралелепіпед, обмежений шістьма гранями. Кожна грань — це прямокутник.

Протилежні грані прямокутного паралелепіпеда рівні.

Сторони граней називають ребрами паралелепіпеда, вершини граней — вершинами паралелепіпеда.

Довжини трьох ребер прямокутного паралелепіпеда, що виходять з однієї вершини, називають вимірами прямокутного паралелепіпеда. Щоб їх розрізнити, користуються назвами: довжина, ширина, висота (рис. 162).

Прямокутний паралелепіпед, у якого всі виміри рівні, називають кубом.

Об'єм прямокутного паралелепіпеда дорівнює добутку трьох його вимірів:

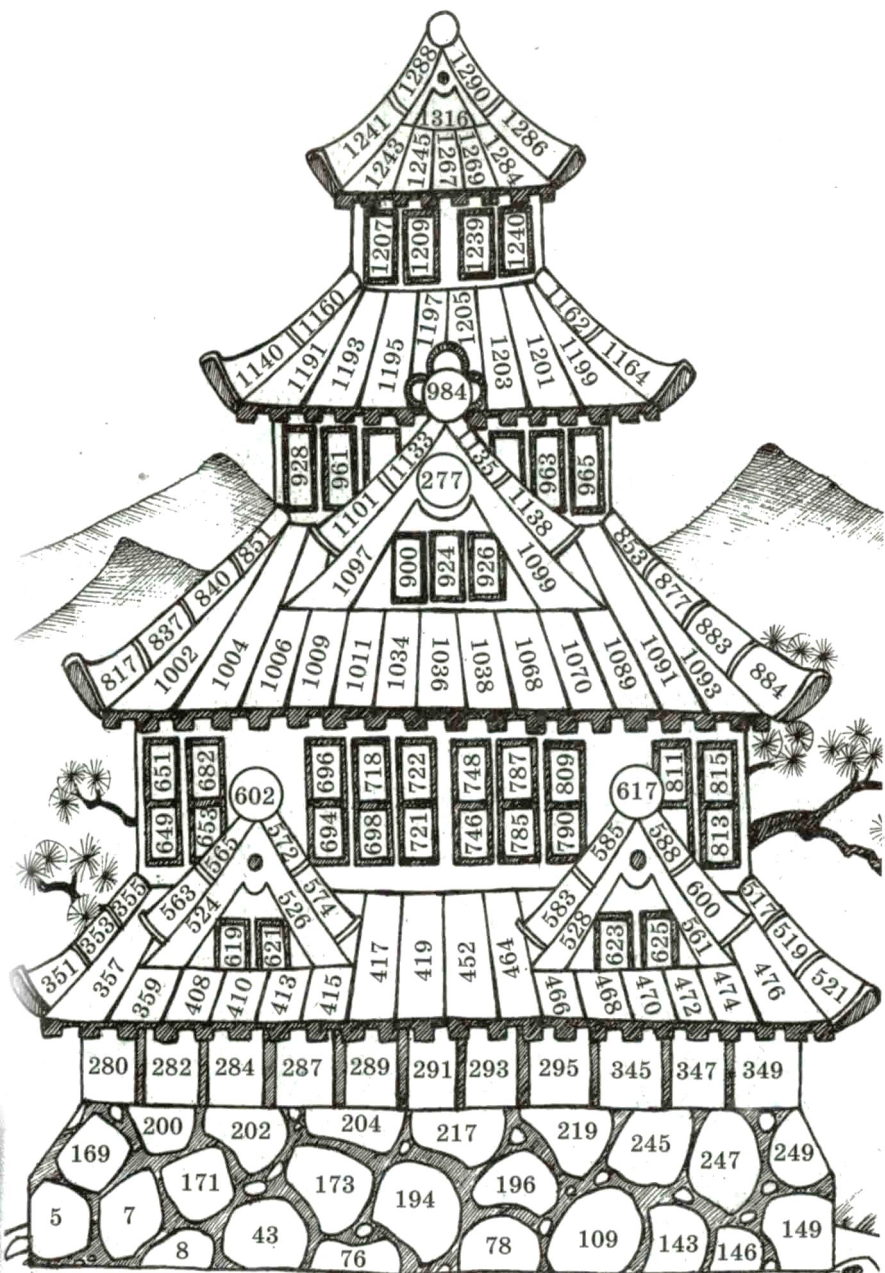
$$V = abc,$$

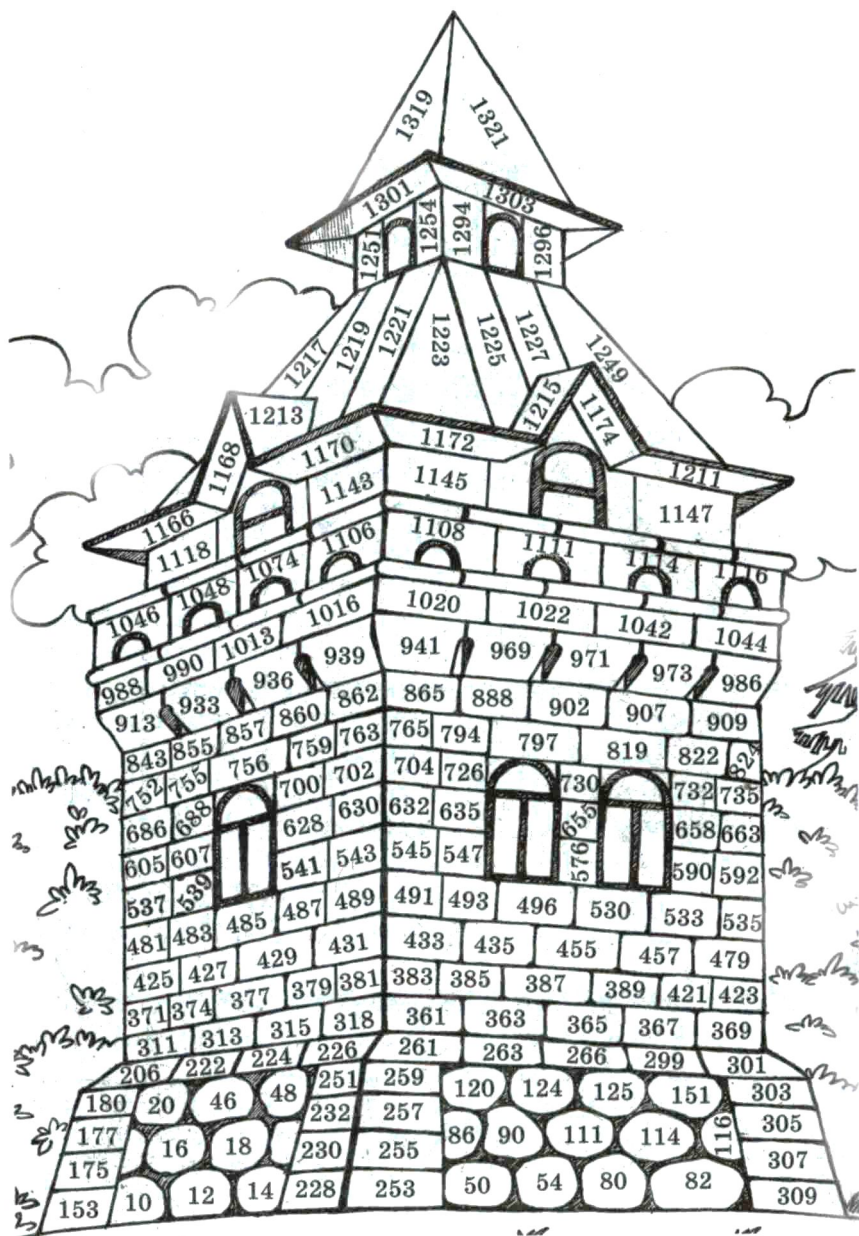
де V — об'єм, a , b і c — виміри паралелепіпеда, виражені в тих самих одиницях.

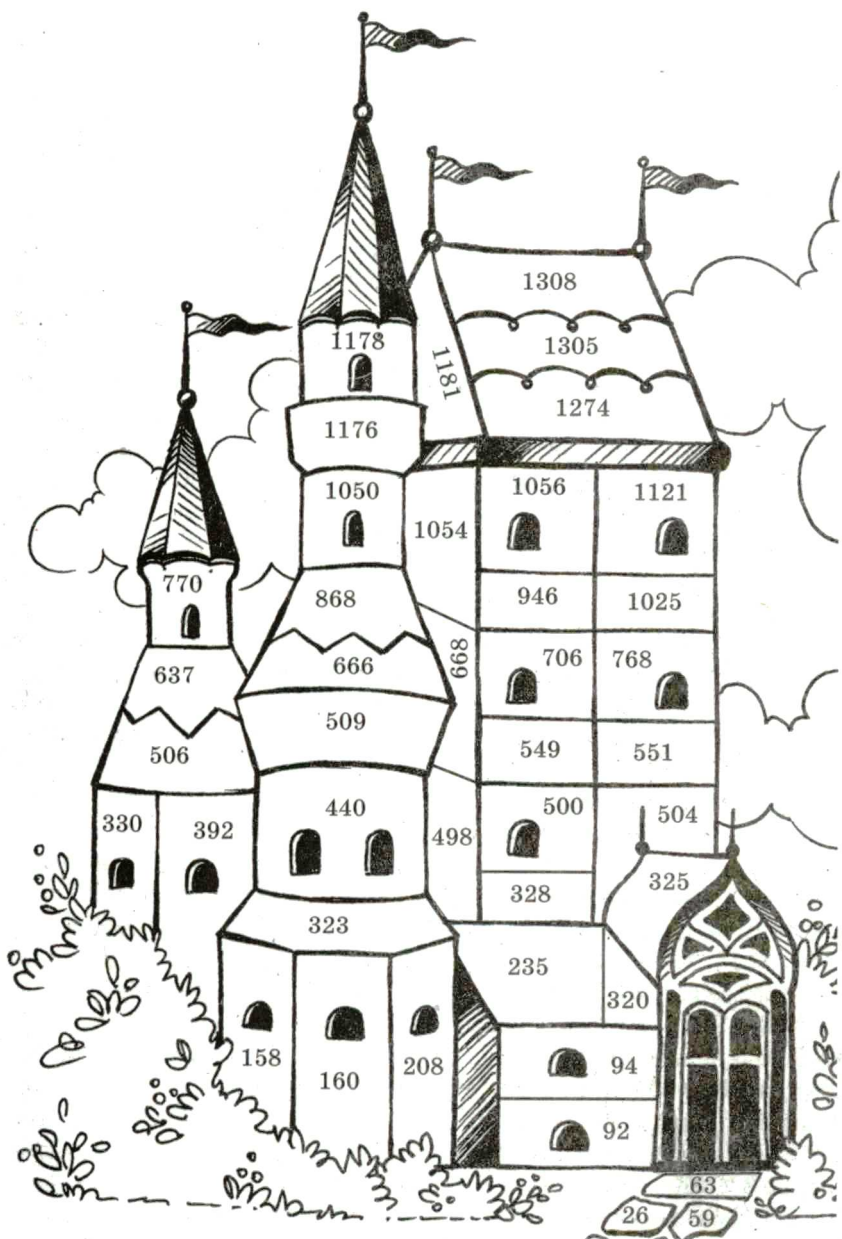
Об'єм куба обчислюють за формулою

$$V = a^3,$$

де a — довжина ребра куба.







29. 1) *Вказівка.* Двоцифрове число, записане двома однаковими цифрами, подамо у вигляді суми розрядних доданків. Маємо: $10a + a = 11a$. 2) $100a + 10a + a = 111a = 37 \cdot 3a$. **30.** До числа 1 дописали ліворуч цифру 4, або до числа 2 — ліворуч цифру 8. *Вказівка.* Число, яке отримали в результаті дописування цифри, кратне 41. Таких чисел лише два — 41 і 82. **31.** У числі 17 закреслили цифру 7, або в числі 85 — цифру 8. *Вказівка.* Розгляньте всі двоцифрові числа, кратні 17. **35.** 12,4 кг. **36.** 10,8 кг. **58.** Так. Якби всі доданки були непарними, то їх сума також була б непарною. **59.** Ні. Сума двох непарних доданків є парним числом. Отже, сума парної кількості непарних доданків — парне число, а непарної кількості — непарне. **60.** Ні. З двох послідовних натуральних чисел одне парне, а одне непарне. Отже, їх добуток має бути парним числом. **61.** 1) Так; 2) ні; 3) так; 4) ні; 5) так. **62.** 18 вересня — Петро Петрович; 29 вересня — Іван Іванович; 1 жовтня — Іван Іванович; 30 жовтня — Петро Петрович; 31 жовтня — Іван Іванович. У листопаді Іван Іванович чергує по парних числах. У ніч на Новий рік — Петро Петрович. **64.** Так. З трьох натуральних чисел два будуть одночасно або парними, або непарними. **65.** 1) 3; 2) 6. **66.** 637 і 63. *Вказівка.* З умови випливає, що одне з шуканих чисел трицифрове, а друге — двоцифрове. Запишемо ці числа у вигляді суми розрядних доданків. Маємо: $100a + 10b + 7$ і $10a + b$. Звідси $(100a + 10b + 7) + (10a + b) = 110a + 11b + 7 = 700$; $10a + b = 63$. Тоді зрозуміло, що $a = 6$; $b = 3$. **67.** 1) 20; 2) 25. **68.** Ні. *Вказівка.* Переконайтесь, що значення суми $1 + 2 + \dots + 9$ — число непарне. Якщо в цій сумі деякі знаки «+» замінити на знаки «-», то значення отриманого виразу також буде числом непарним. **73.** 1) 65; 2) 1,25. **91.** 3150; 6150; 9150; 1155; 4155; 7155. **92.** 2340; 6345. **93.** 5742; 3744; 1746; 8748; 7740. **94.** 3042; 3141; 3240; 3249; 3348; 3447; 3546; 3645; 3744; 3843; 3942. **95.** Ні, оскільки вартість покупки має бути кратна 3. **96.** 9. Очевидно, що перше число кратне 9. З цього випливає, що кратним 9 буде і кожне наступне число, отримане в результаті вказаних обчислень. **97.** Так. Числа 1, 2 і 4 не кратні 3. Отже, Дмитро має грати так, щоб після кожного його ходу на дошці було число, кратне 3. Якщо після ходу Романа при діленні на 3 отримали остачу 1, то Дмитро дописує 2; якщо остачу 2 — то 1 або 4. **99.** 308 км, 346 км. **100.** 125 км. **101.** 1) 8,26; 2) 7,83. **129.** 1) $n = 1$; 2) ні за якого

значення n ; 3) $n = 1$. **130.** Так. *Вказівка.* Якщо число a складене, то воно не менше ніж $11^2 = 121$. **131.** 1 або 5. **132.** 2; 19. *Вказівка.* Якщо різниця двох простих чисел — число непарне, то від'ємник дорівнює 2. **134.** 77,04 км. **135.** 1) 1,3; 2) 550; 3) 33,07; 4) 264,1. **156.** 31 учень. **157.** 32 автомобілі. **158.** 46 шкіл. **159.** 12 подарунків. **160.** 78 букетів. **162.** 0 або 9. **166.** 8640 змахів. **178.** 150 см. **179.** 3 хв. **180.** 16 800 м. **181.** 30. **182.** Через 60 днів у суботу. **183.** 660 цукерок. **184.** 3. **185.** 12 разів. **207.** 1) 17; 2) 16; 3) 2. **208.** 1) 17; 2) 14; 3) 6. **209.** 10 льодяників. **211.** 108 000 ударів; 6 л/хв. **213.** 24 км/год.

214. 70 км/год. **231.** 7) $\frac{5}{26}$; 8) 6; 9) $\frac{8}{5}$. **232.** 4) $\frac{13}{3}$; 5) $\frac{51}{8}$; 6) $\frac{1}{9}$.

234. $x=4, y=3$. **235.** $a=12, b=7$. **236.** 1) 1 023 456 798; 2) 9 876 543 210.

237. 6 год, 2 год. **238.** 27,8. **239.** 10. **267.** $\frac{171}{181} = \frac{171171}{181181}$. *Вказівка.*

$\frac{171171}{181181} = \frac{171 \cdot 1001}{181 \cdot 1001}$. **268.** 1) 1; 2. *Вказівка.* $\frac{x}{17} = \frac{3x}{51}$. Тепер зрозумі-

ло, що $3x < 8$; 2) 1; 2; 3; 4; 3) таких значень не існує; 4) x — будь-яке натуральне число. **271.** 340 і 34. **300.** 4) $4\frac{29}{108}$. **301.** 4) $2\frac{1}{70}$.

308. $\frac{1}{6}$ грошей. **309.** $\frac{1}{3}$ скарбу. **310.** $\frac{5}{12}$ поля; $\frac{5}{6}$ поля. **311.** $\frac{1}{4}$ пар-

кана; $\frac{1}{2}$ паркана; увесь паркан. **312.** 1) $\frac{41}{48}$ кавуна; 2) $\frac{14}{15}$ басейну.

313. $\frac{5}{6}$ стіни. **314.** $\frac{1}{18}$ рукопису. **315.** $\frac{2}{15}$ басейну. **321.** 1) $\frac{61}{62} < \frac{62}{63}$.

Вказівка. $\frac{61}{62} = 1 - \frac{1}{62}$, $\frac{62}{63} = 1 - \frac{1}{63}$; 2) $\frac{1003}{1007} > \frac{103}{107}$. **324.** 1) 7;

2) 15. **325.** 1) $a = 1, b = 1$; 2) $a = 2, b = 2$. **326.** Збільшиться на 1.

327. $\frac{9}{20}$. *Вказівка.* $\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{19 \cdot 20} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{19} - \frac{1}{20}$.

328. $\frac{28}{93}$. **329.** Кожний доданок даної суми більший за $\frac{1}{18}$. Тоді

$\frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{18} > \underbrace{\frac{1}{18} + \frac{1}{18} + \dots + \frac{1}{18}}_{9 \text{ доданків}} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$. **334.** 180 см.

335. 2,2 год. **364.** 1) $15\frac{3}{4}$; 2) $39\frac{7}{18}$; 3) $2\frac{1}{21}$; 4) $4\frac{15}{16}$; 5) $\frac{7}{8}$.

365. 1) $4\frac{11}{12}$; 2) $26\frac{4}{7}$; 3) $\frac{50}{63}$; 4) $4\frac{13}{36}$; 5) $1\frac{3}{5}$. **373.** 1) $\frac{29}{72}x$; $1\frac{1}{4}$;

2) $\frac{1}{6}c$; 0,4; 3) $1\frac{1}{5}y$; 12. **374.** 1) $\frac{7}{12}a$; 1; 2) $\frac{1}{7}b$; $\frac{1}{3}$; 3) $2\frac{7}{12}m$; 4.

380. 1875 см^3 . **381.** $140 \frac{5}{8} \text{ см}^3$. **384.** $4 \frac{3}{4} \text{ км}$. **385.** 231 км . **386.** 39 км .
387. На $20 \frac{11}{12} \text{ км}$. **388.** $\frac{5}{16}$; вистачить. **389.** $\frac{1}{3}$; не встигнуть.
393. За $3 \frac{1}{3} \text{ год}$. **396.** 96 кущів . **397.** $3,5 \text{ год}$. **398.** 13 трикутників .
426. $2 \frac{1}{2} \text{ м}^3$. **427.** 99 коробок . **428.** 140 фунтів . **429.** 4550 злитків .
430. 490 сольдо . **431.** 5070 сольдо . **432.** 150 кг . **433.** 750 грн. ,
 480 грн. , 570 грн . **434.** 375 ц . **435.** 66 ц . **436.** Козаки отримали по
 $\frac{1}{4}$ казана кулешу. **437.** 1) $a < b$; 2) $a > b$. **438.** $7,2 \text{ м}$. **441.** 1 учень .
Вказівка. Кількість учнів кратна числам 2, 3 і 7, а отже, й чис-
лу $2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$. **442.** На $\frac{1}{12}$. **443.** $442 \text{ вболівальники}$. *Вказівка.*
З умови випливає, що кількість уболівальників не перевищує
 $\frac{300 \cdot 17}{11} = 463 \frac{4}{11}$. Крім того, число приїжджих кратне числам 2,
13 і 17, а отже, й числу $2 \cdot 13 \cdot 17 = 442$. **444.** 75 яблунь . **445.** 42 учні .
Вказівка. Спочатку кількість відсутніх становила $\frac{1}{7}$ частину кла-
су. Після того як вийшов один учень, кількість відсутніх стано-
вить $\frac{1}{6}$ частину класу. Тоді один учень становить $\frac{1}{6} - \frac{1}{7} = \frac{1}{42}$ час-
тину класу. **447.** $2 \frac{1}{10}$. **449.** $34 \frac{5}{7} \text{ км}$. **458.** 1) У 2 рази; 2) $\frac{2}{3}$.
460. 290 км . **478.** 1) $\frac{7}{16}$; 2) $\frac{27}{35}$. **479.** 1) $\frac{5}{6}$; 2) $1 \frac{7}{8}$. **480.** 1) $2 \frac{1}{4}$; 2) $1 \frac{1}{5}$;
3) $1 \frac{1}{3}$; 4) $\frac{2}{15}$; 5) $\frac{6}{7}$; 6) $2 \frac{2}{3}$; 7) $2 \frac{2}{3}$. **481.** 1) $1 \frac{3}{5}$; 2) $\frac{3}{4}$; 3) $\frac{3}{8}$; 4) $\frac{121}{128}$;
5) $2 \frac{1}{3}$; 6) $3 \frac{7}{20}$; 7) 15 . **484.** $2 \frac{2}{5} \text{ км/год}$. **485.** На $\frac{1}{2} \text{ год}$. **486.** $1 \text{ год } 26 \text{ хв}$.
487. $1 \frac{1}{2} \text{ хв}$. **488.** 43 пакети . **489.** 13 пачок . **490.** 17 банок . **491.** 11 це-
берок. **492.** 16 год . **493.** 12 хв . **494.** 18 год , $\frac{3}{5}$ і $\frac{2}{5}$ роботи відповідно.
495. 4 дні , $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$ і $\frac{4}{15}$ поля відповідно. **496.** $4 \frac{4}{9} \text{ год}$, $\frac{4}{9}$ і $\frac{5}{9}$ басейну
відповідно. **497.** 10 год . *Вказівка.* Два робітники за 1 год виконують
 $\frac{1}{6}$ роботи, а один із них за 1 год — $\frac{1}{15}$ роботи. Тоді другий робітник

за 1 год виконує $\frac{1}{6} - \frac{1}{15} = \frac{1}{10}$ роботи. **498.** 45 год. **499.** 4 год. **500.** 11 днів.

502. 12. **503.** 13 год 20 хв. *Вказівка.* З умови випливає, що пройшло $\frac{5}{9}$ доби. **504.** 24. **505.** 2) $\frac{1}{7}$; 3) $\frac{5}{8}$. **506.** 1) $2\frac{2}{5}$; 2) $\frac{15}{17}$; 3) $\frac{7}{9}$.

507. Зменшиться у 2 рази. **508.** За 30 год. *Вказівка.* Човен за 1 год по озеру пропливає $\frac{1}{6}$ відстані, а за течією річки — $\frac{1}{5}$ відстані. Тоді пліт за 1 год пропливе $\frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$ відстані. **509.** За 5 год. **510.** За 12 год.

514. 75° або 165° . **534.** 20 см, $10\frac{2}{3}$ см і $25\frac{1}{3}$ см. **535.** $3\frac{2}{3}$ см. **536.** 45 дерев. **537.** 400 птахів. **538.** 144 кг. **539.** 120 полків. **540.** 500 кг. **541.** 1600 кг. **542.** 36 задач. **543.** 48 сторінок. **544.** У 3 рази. **545.** 28 учнів. **546.** 286. **547.** 28. **548.** 168 сольдо. **549.** 7,5 кг. **550.** 180 м. **551.** 160 км. **552.** 2700 м. *Вказівка.* З умови випливає, що пройдені за четвертий день 800 м становлять $\frac{2}{3}$ шляху, пройденого за третій день. Отже, після другого дня залишалось пройти 1200 м, що становить $\frac{2}{3}$ шляху, пройденого за другий день, і т. д.

553. 1) $1\frac{1}{18}$; 2) $4\frac{10}{21}$. **556.** Збільшиться у 12 разів. **566.** $4\frac{1}{5}$.

567. 68,4 см. **579.** 4,5 год. **593.** 6 год. **594.** 3,9. **610.** 6 год. **612.** $4\frac{1}{3}$.

631. 1) $\frac{5}{6}$; 2) 1,2; 3) $1\frac{1}{4}$; 4) 3,4; 5) $\frac{2}{5}$; 6) $\frac{3}{7}$. **632.** 1) $\frac{1}{5}$; 2) 118; 3) 13; 4) 12; 5) 10,5; 6) $\frac{3}{16}$. **633.** 5000 т. **634.** 990 г крупи, 4320 г молока і 225 г цукру. **635.** 24,6 кг нікелю, 32,8 кг цинку і 106,6 кг міді.

638. 1) $\frac{a}{b} - 1 = \frac{c}{d} - 1$; $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$; 2) $ad = bc$; $ad + ac = bc + ac$; $a(d+c) = c(a+b)$; $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$. **639.** 5 грн. *Вказівка.* Якщо 9 апельсинів коштують a грн., то на 1 грн. можна купити a апельсинів. Тоді в пропорції $\frac{a}{9} = \frac{1}{a}$ обидві частини виражають ціну 1 апельсина.

641. 144 сторінки. **642.** 22,5 хв. **643.** 1) $13\frac{2}{9}$; 2) $1\frac{7}{9}$. **656.** 67,3 %. **657.** 194,4 грн., збільшилась на 8 %. **658.** 180 грн., збільшилась на 12,5 %. **659.** Дмитро. **660.** 4,6 %. **661.** 25 %. **662.** 7,5 %. **663.** 31 %. **664.** 250 %. **665.** 140 %. **666.** 60 %. **667.** $33\frac{1}{3}$ %. **668.** Зменшити

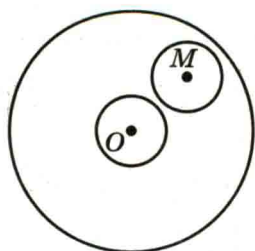


Рис. 163

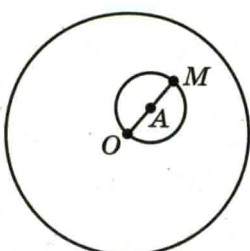


Рис. 164

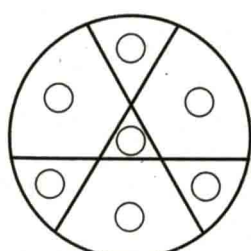


Рис. 165

у 2 рази. **669.** На 50%. **670.** Число 100. **671.** 1000. **672.** 3. **675.** $\frac{1}{7}$. **676.** 3 год. **691.** 17109,82%. **701.** 1) $x = 12$; $y = 20$; 2) $x = 27$; $y = 6$. **702.** $a = 120$; $b = 45$. **703.** 160 грн., 240 грн. і 400 грн. **704.** 112 т, 168 т і 260 т. **705.** $x = 60$; $y = 135$; $z = 24$. **706.** 36; 90; 120; 140. **709.** $7\frac{7}{24}$. **737.** *Вказівка.* 1) Досить вирізати два рівних круги з центрами в точках O і M (рис. 163), а потім поміняти їх місцями. 2) Досить вирізати круг, діаметр якого OM (рис. 164), а потім повернути його на 180° навколо центра A . **738.** Рис. 165. **741.** 10 цукерок. **742.** 12,8. **766.** Коли придбає одну велику піцу. **767.** 44,1 км/год. **768.** 58,8 км/год. **769.** 3,14 см. **770.** 32π см $\approx 100,528$ см. **771.** $50\pi - 100 \approx 57$ (см²). **772.** 18 см², на 10,26 см². *Вказівка.* Якщо сумістити сторону AB трикутника AOB (рис. 166) зі стороною BC трикутника BOC , можна отримати квадрат, сторона якого дорівнює 3 см. Зрозуміло, що площа отриманого квадрата вдвічі менша від площі квадрата $ABCD$. Неважко встановити, що площа квадрата $ABCD$ дорівнює 18 см², а різниця між площами круга і квадрата дорівнює $9\pi - 18 \approx 10,26$ (см²). **773.** *Вказівка.* Знайдемо суму довжин червоних півкіл (рис. 167): $S = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot AC + \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot KD + \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot NM = \frac{1}{2} \pi (2AC + 2KD + 2NM) = \frac{1}{2} \pi \cdot AB$. Аналогічно можна показати,

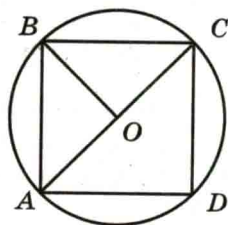


Рис. 166

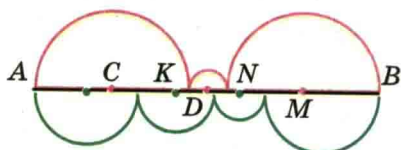
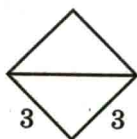


Рис. 167

що сума довжин зелених півкіл також дорівнює $\frac{1}{2} \pi \cdot AB$. 774. *Вказівка.* Сума площ усіх зафарбованих і незафарбованих серпиків дорівнює сумі площ двох кругів, діаметр яких 3 см і 4 см, а сума площ незафарбованих серпиків і прямокутника дорівнює площі круга, діаметр якого 5 см. Покажіть, що ці суми рівні. 775. *Вказівка.* Спільна частина квадратів містить круг, радіус якого дорівнює $\frac{1}{2}$ см (рис. 168). 778. 1) $\frac{3}{4}$; 2) $1\frac{2}{7}$. 779. 36 грн.

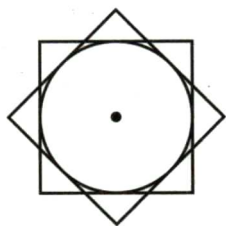


Рис. 168

799. 28 000 студентів. 801. Ні. *Вказівка.* Кожне з утворених трицифрових чисел ділиться націло на 3, отже, їх добуток має бути кратним 9. 818. 12) $\frac{7}{16}$; 13) $\frac{13}{16}$; 14) $\frac{11}{16}$. 819. 12) $\frac{3}{19}$; 13) $\frac{3}{19}$; 14) $\frac{8}{19}$. 823. 1) $\frac{3}{8}$; 2) $\frac{5}{8}$. 824. $\frac{17}{43}$. 825. $\frac{2}{3}$. 826. 1) 3; 2) 8. 827. 4 сині і 2 жовті грані. 828. 7 кульок. 829. $\frac{31}{36}$. 830. 12 грн. 844. 535 дерев. 845. $2\frac{11}{18}$. 867. Точка B . 868. $C(-7)$. 869. $M(4)$ або $M(-4)$. 870. 20 кг. 872. 680. 873. Більше бігунів. 874. У 6 разів. 891. a , якщо a — додатне число; $-a$, якщо a — від'ємне число. 893. Не існує, оскільки між протилежними числами завжди лежить непарна кількість цілих чисел. 894. 8 год. 895. 500 кг. 896. 1) $\frac{6}{49}$; 2) $1\frac{1}{6}$. 918. 36 км. 919. $\frac{13}{15}$. 943. 1) $-5; -4; -3; -2; -1; 0$; 2) $-2; -1; 0; 1; 2; 3$; 4. 944. 1) $-a < b$; 2) $-a > b$. 945. 1) $-4, 2^{**} > -4, 6^{**}$; 2) $-0,628 < -0,627^{**}$; 3) $0 > -^{**}, ^{**}$. 946. 1) $-98^{*} > -1^{***}$; 2) $-^{*}, ^{***} > -^{**}, ^{**}$; 3) $-98, ^{**} < -^{*}4, ^{**}$. 949. 1) Якщо $a > 0$, то $a > -a$; якщо $a < 0$, то $a < -a$; якщо $a = 0$, то $a = -a$; 2) $|a| \geq a$; 3) $|a| \geq -a$. 950. 1) 0; 2) 4; 3) -4 ; 4) -1 . 952. $1\frac{2}{3}$ год. 953. 215 см. 954. $\frac{5}{6}$. 974. Рівність виконується, якщо a і b — числа одного знака. 977. 1) При $x < 0$; 2) ні при яких. 978. О 15 год 20 хв. 979. 24 цукерки. 991. 1) 27; 2) -30 . 997. 1) 420 грн.; 2) 441 грн.; 3) 463,05 грн. 998. 6. 1023. 1) $-10; -6; 6; 10$; 2) -5 ; 5. 1024. 1) Найменше значення дорівнює $-8,5$ при $x = 0$, найбільшого не існує; 2) найбільше значення дорівнює $-5,2$ при $x = 0$, найменшого не існує. 1025. 1) Найменше значення дорівнює $3,9$ при $x = 0$, найбільшого не існує; 2) найбільше значення дорівнює $7,6$ при $x = 0$, найменшого не існує. 1026. 125 %. 1027. 87,5 %. 1028. $\frac{4}{9}$. 1029. 180.

1030. 1) $2\frac{1}{2}$; 2) $\frac{1}{10}$. 1041. 1) $-39\frac{7}{18}$; 2) $1\frac{7}{9}$. 1042. 1) $26\frac{4}{7}$; 2) $\frac{1}{180}$.
1046. 3) $-4\frac{2}{9}$. 1049. 1) 1; 2; 3; 4; 5; 2) 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 3) 1; 2; 3; 4) 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7. 1050. 1) -1; -2; -3; 2) -1; -2; -3; -4; -5; 3) -1; -2; -3; -4; -5; -6; -7; -8; 4) -1; -2; -3. 1053. 1) 0; -9,4; 6,5; 2) 21; -12,4. 1054. 1) -1,2; -5; 10; 2) -1; 2. 1055. 1) -8 при $x = 0$; 2) 7 при $x = 0$.
1056. 1) 4 при $x = 0$; 2) 10 при $x = 0$. 1058. На $\frac{3}{4}$ год. 1059. 550 км.
1060. 4 : 1. 1061. 27 рівнянь. 1075. 1. 1082. 1) $-4\frac{15}{16}$; 2) $-1\frac{3}{5}$.
1112. 1) -8; 2) $-3,4x + 2\frac{1}{3}y$. 1113. 1) -2; 2) -2,8; 3) 22. 1114. 1) 9,6; 2) -23; 3) 2. 1120. 1) -28; 2) -2,4; 3) -1; 4) -178; 5) 48. 1121. 1) 3,4; 2) 0,1; 3) 1,6. 1125. 136,8 грн. 1126. 104 км. 1127. 1,5 км або 7,5 км.
1128. 12 риб. 1139. 2) $1\frac{17}{18}$; 3) $4\frac{1}{2}$; 4) $1\frac{1}{8}$; 1140. 2) $-2\frac{1}{4}$; 3) $-\frac{1}{18}$; 4) $-1\frac{1}{3}$. 1142. 3) $-\frac{6}{7}$; 4) 3; 5) -0,3; 6) 4. 1143. 3) $6\frac{2}{3}$; 4) $-\frac{2}{9}$.
1144. 1) -44,45; 2) -47,14. 1145. 1) -14; 2) -129,7. 1146. 1) -2; 2) 3,9. 1147. 1) $-\frac{2}{9}$; 2) -12,8. 1150. 0,6 км/хв. 1151. 30 сорочок. 1152. 720. 1153. 3 кг. 1154. 39 років. 1165. 1) 2; 2) 3,2; 3) -24.
1166. 1) -3; 2) -4; 3) $1\frac{1}{5}$. 1167. 1) -3; 2) 1. 1168. 1) 0; 2) 1,25. 1169. 1) 0,4; 2) -1. 1170. 1) -9,5; 2) -2. 1171. 1) -28; 2) $-\frac{42}{53}$; 3) -1.
1172. 1) 9; 2) 15; 3) $\frac{45}{44}$. 1173. 1) -0,3; 2) 8; 3) 24; 4) 3,4. 1174. 1) 0,4; 2) 5; 3) 1,8; 4) 11. 1175. 1) 0,5; 2) -3,5. 1176. 1) -7; 2) -3,25. 1177. 1) Немає коренів; 2) x — будь-яке число. 1178. 1) x — будь-яке число; 2) немає коренів. 1179. 1) 0; 2) 2. 1180. 1) -14; -7; -2; -1; 1; 2; 7; 14; 2) -10; -4; -2; -1; 0; 1; 3; 4; 5; 6; 8; 14. 1181. 1) 1; 2; 4; 5; 10; 20; 2) -4; -5; -6; -9; -12; -21. 1182. 1600 %. 1183. 20 %.
1184. 800 грн. 1185. Менше на 1 %. 1186. 18 цукерок. 1187. $\frac{1}{3}$. 1188. Ділене 53, дільник 9. 1198. 118 пудів. 1199. Маса Малюка — 24 кг, Фрекен Бок — 96 кг, Карлсона — 54 кг. 1200. 70 см, 14 см, 82 см. 1201. 12 см, 84 см, 78 см. 1202. 7,2 грн., 4 грн. 1203. 7,5 грн., 12,5 грн. 1204. 14 кг, 6 кг. 1205. 14 грн., 32 грн. 1206. 4,2 км/год, 9,8 км/год. 1207. 300 школярів. 1208. 60 грибів, 12 грибів. 1209. 12 горіхів, 96 горіхів. 1210. 80 км, 70 км, 72 км.

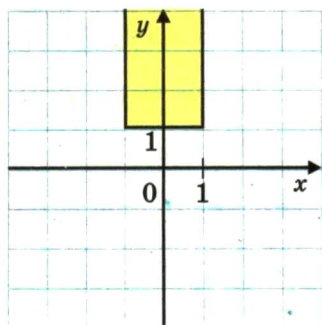


Рис. 169

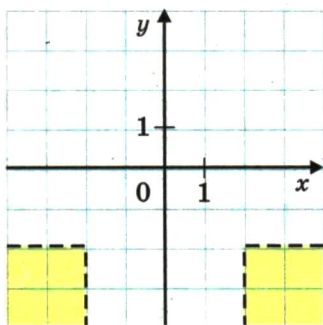


Рис. 170

1211. 48 деталей, 40 деталей, 36 деталей, 28 деталей. 1212. 10 порцій, 14 порцій. 1213. 9 тістечок, 7 тістечок. 1214. 21 000 грн. 1215. 59 л. 1216. 65 грн., 13 грн. 1217. 240 кг; 60 кг. 1218. 6 год, 4 год. 1219. 5 год, 2 год. 1220. 13 хв. 1221. 5 днів. 1222. 2 км/год. 1223. 6 км/год. 1224. 10 днів. 1225. 17 днів. 1226. 240 л, 480 л. 1227. 20 кг, 80 кг. 1228. Об 11 год 57 хв. 1230. 9. 1231. Непарним числом. 1232. У числі 93 закреслили цифру 9, або у числі 62 —

цифру 6, або у числі 31 — цифру 3. 1233. 1) $14\frac{5}{6}$; 2) $-13\frac{8}{9}$. 1250. 1) 124° ; 2) 98° . 1251. 126° . 1252. Вказівка. 1) $90^\circ = 15^\circ \cdot 6$. 1253. Вказівка. 1) $5^\circ = 90^\circ - 17^\circ \cdot 5$. 1254. Вказівка. $10^\circ = 90^\circ - 4 \cdot 20^\circ$. 1255. 26. 1257. 24 способи. 1259. 28 років. 1261. 5. 1277. 5 троянд, 9 троянд. 1279. 1 т. 1280. -2,83. 1307. 3) Рис: 169; 4) рис. 170. 1308. 3) Рис. 171; 4) рис. 172. 1310. 10 шоколадок. 1311. 75 кг.

1312. 308 горіхів. 1313. 1) 0; 2) $-1\frac{11}{42}$. 1323. 12 варіантів. 1324. 150 сторінок. 1325. 1) $-\frac{5}{12}$; 2) $-\frac{5}{23}$; 3) 2,5. 1327. 1) $\frac{1}{5}$; 2) -3,36; 3) $2\frac{1}{6}$;

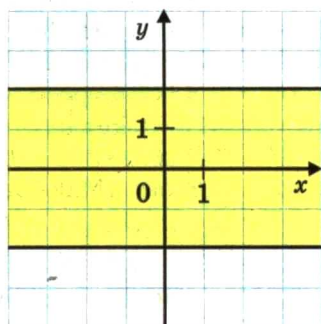


Рис. 171

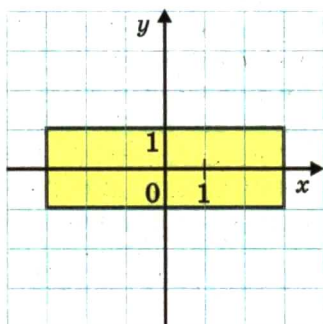


Рис. 172

4) 2,75; 5) 0,5; 6) 0,11; 7) $-\frac{1}{44}$; 8) $-9\frac{3}{4}$. 1328. 1) 2,8; 2) 1,8.
 1329. 1) 12,5; 2) 4. 1330. 1) 40 %; 2) $21\frac{3}{7}$ %. 1334. 4) $2c - 2$;
 5) $1,02n$; 6) $3\frac{1}{6} - 2\frac{11}{18}a$; 7) $-0,3y$; 8) $36,5k - 14$. 1335. 3) -10 ; 4) 63;
 5) 37,9; 6) $-5,5$; 7) -1 ; 8) -12 . 1336. 18) -36 ; 19) $-22,5$; 20) 36;
 21) -2 ; 22) $-0,2$; 23) 0,5; 24) 0; 25) 2; 26) $\frac{5}{19}$. 1337. 1) $3 \cdot 29 = 87$;
 2) $43 \cdot 3 = 129$; 3) $103 \cdot 5 = 515$; 4) $11 \cdot 13 = 143$; 5) $21 \cdot 23 = 483$;
 6) $14 \cdot 17 = 238$. 1339. 25 см, 435 плиток. 1340. 72 оцінки. 1341. 61 го-
 рішок. 1345. 98 вареників. 1346. 3 кг. 1347. $\frac{49}{60}$ год. 1348. 380 км.
 1350. Скласти мотузку вчетверо і відрізати четверту частину. *Вказів-*
ка. $\frac{1}{2} = \frac{4}{6} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3} - \left(\frac{2}{3} : 4\right)$. 1351. 24 дні. 1352. $32\frac{8}{11}$ хв. 1353. 3 год.
 1354. 56 год. 1355. $3\frac{3}{5}$ год. 1356. $14\frac{2}{5}$ хв. 1357. 8 год. 1358. 10 год
 і 15 год. *Вказівка.* За 2 год через дві труби заповниться $\frac{1}{3}$ басейну,
 отже, за 10 год через другу трубу заповниться $\frac{2}{3}$ басейну. 1359. 14 год.
 1360. 1,5 см. 1368. 2,52 кг. 1369. На 21 %. 1370. Зменшилася на 4 %.
 1371. Площа прямокутника становить 91 % площі квадрата.
 1372. 240 см^2 . 1373. $x = 9$; $y = 24$. 1374. 1) 18; 24; 54; 2) 75; 50; 60.
 1375. 2000 кг. 1376. 175 км. 1377. 1) 1,5 км/год; 2) 27 км/год;
 3) 1,8 км/год. 1378. 5280 грн., 7040 грн., 8800 грн. 1383. Так,
 42 см. 1390. 68° ; 32° ; 80° . 1391. 46° ; 32° ; 12° . 1392. 304 дні.
 1394. $83,2 \text{ см}^2$. 1395. 500 га, 400 га, 320 га. 1396. 21 кущ, 35 кущів.
 1397. 45 кг. 1398. 41 км, 36 км, 33 км. 1399. 70 км/год, 80 км/год.
 1400. 3 год. 1401. Асфальтованою дорогою — 50 км/год, ґрунтовою —
 45 км/год. 1402. 14 км/год; 42 км. 1403. 1,5 год. 1404. 264 км.
 1405. 80 км/год, 46 км/год. 1406. 40 км. 1407. 150 кг, 250 кг,
 280 кг. 1408. 150 задач. 1409. 17 разів. 1410. 9. 1411. 1 грн. 8 коп.
 1412. 7. 1413. 20; 48. 1414. 25 гусей, 20 кіз. 1415. 10 кроликів ви-
 ростили 65 качанів капусти. 1416. 1200 сольдо під 6 % і 800 сольдо
 під 9 %. 1417. 60 л, 15 л. 1418. 72 л. 1419. 24 книжки. 1420. 54 км.
 1421. 132 адреси. 1422. 66 партій.

Абсциса точки 248

Величини прямо пропорційні
125

Віднімання дробів 52

— раціональних чисел 195

Відношення 105

Вісь абсцис 247

— ординат 247

Властивості дій над раціональ-
ними числами 192, 208

Графік 255

Діаграма кругова 148

— стовпчаста 147

Діаметр кола 133

— круга 133

Ділення раціональних чисел
219

— дробів 82

— мішаних чисел 82

Дільник 5

Довжина кола 140

Додавання раціональних чисел
187

— дробів 52

Додатковий множник 46

Дріб нескінченний періодичний
десятковий 99

— нескоротний 43

— скінченний десятковий 99

Дуга кола 133

Зведення дробів до спільного
знаменника 46

— подібних доданків 213

Знаменник найменший 47

— спільний 46

Знаходження відсотків від чис-
ла 73

— відсоткового відношення
двох чисел 117

— дробу від числа 72

— числа за його відсотками 90

— числа за його дробом 90

Золотий переріз 124

Ймовірність випадкових подій
157

Коефіцієнт 208

Координата точки на прямій 167

Координати точки на площині
248

Координатна пряма 167

Кратне 5

Круг 133

Модуль числа 177

Множення раціональних чисел
201

— дробів 63

— мішаних чисел 64

- Наближення десяткове звичайного дробу** 102
Найбільший спільний дільник 28
Найменше спільне кратне 33
Ознака подільності на 2 10
 — — *на 9* 15
 — — *на 10* 9
 — — *на 5* 10
 — — *на 3* 15
Ордината точки 248
Основна властивість дробу 39
 — — *пропорції* 110
Паралельні відрізки 242
 — *промені* 242
 — *прямі* 242
Перетворення звичайного дробу в десятковий 97
Період дробу 99
Перпендикулярні відрізки 236
 — *промені* 236
 — *прямі* 236
Площа круга 141
Подібні доданки 212
Поділ числа на пропорційні частини 129
Події рівноймовірні 157
Подія вірогідна 157
 — *неможлива* 157
 — *сприятлива* 158
Порівняння від'ємних і додатних чисел 181
 — *дробів* 46
Пряма пропорційна залежність 125
Пропорція 110
 —, *крайні члени* 110
 —, *середні члени* 110
Радіус кола 133
 — *круга* 133
Розклад на прості множники 21
Розкриття дужок 212
Розв'язування рівнянь 223
Сектор круга 134
Система координат на площині 247
Скорочення дробу 42
Хорда кола 133
 — *круга* 133
Центр кола 132
 — *круга* 133
Цифри непарні 10
 — *парні* 10
Числа взаємно обернені 79
 — *взаємно прості* 29
 — *від'ємні* 163
 — *додатні* 163
 — *невід'ємні* 167
 — *недодатні* 167
 — *непарні* 10
 — *парні* 10
 — *прості* 21
 — *протилежні* 171
 — *раціональні* 171
 — *складені* 21
 — *цілі* 172
Число π 140

ВІД АВТОРІВ	3
-------------------	---

§1. ПОДІЛЬНІСТЬ НАТУРАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

1. Дільники і кратні	5
2. Ознаки подільності на 10, на 5 і на 2	9
3. Ознаки подільності на 9 і на 3	14
• Ділиться чи не ділиться?	18
4. Прості й складені числа	21
• Чи такі вже прості ці прості числа?	26
5. Найбільший спільний дільник	28
6. Найменше спільне кратне	33

§2. ЗВИЧАЙНІ ДРОБИ

7. Основна властивість дробу	38
8. Скорочення дробів	42
9. Зведення дробів до спільного знаменника. Порівняння дробів	46
10. Додавання і віднімання дробів	52
11. Множення дробів	62
12. Знаходження дробу від числа	72
13. Взаємно обернені числа	79
14. Ділення дробів	81
15. Знаходження числа за його дробом	90
16. Перетворення звичайних дробів у десяткові	96
17. Нескінченні періодичні десяткові дроби	99
18. Десяткове наближення звичайного дробу	102

§3. ВІДНОШЕННЯ І ПРОПОРЦІЇ

19. Відношення	105
20. Пропорції	110
21. Відсоткове відношення двох чисел	116
• Як знайти «золоту середину»	122

22. Пряма пропорційна залежність	124
23. Поділ числа на пропорційні частини	129
24. Коло і круг	132
25. Довжина кола. Площа круга	139
26. Діаграми	147
27. Випадкові події. Ймовірність випадкової події	156

§4. РАЦІОНАЛЬНІ ЧИСЛА ТА ДІЇ НАД НИМИ

28. Додатні і від'ємні числа	162
29. Координатна пряма	166
30. Цілі числа. Раціональні числа	171
• «Нерозумні» числа	175
31. Модуль числа	177
32. Порівняння чисел	180
33. Додавання раціональних чисел	186
34. Властивості додавання	192
35. Віднімання раціональних чисел	195
36. Множення раціональних чисел	200
• Ніщо і ще менше	206
37. Переставна і сполучна властивості множення. Коефіцієнт	208
38. Розподільна властивість множення	211
39. Ділення раціональних чисел	219
40. Розв'язування рівнянь	223
41. Розв'язування задач за допомогою рівнянь	228
42. Перпендикулярні прямі	236
43. Паралельні прямі	241
44. Координатна площина	246
45. Графіки	254

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ КУРСУ 6 КЛАСУ 261

ВІДОМОСТІ З КУРСУ МАТЕМАТИКИ 5 КЛАСУ 276

РОЗМАЛЬОВКИ 289

ВІДПОВІДІ І ВКАЗІВКИ 292

ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК 301